

# III Deformierbare Körper

In folgenden Fällen und Fragestellungen können Träger als starre Körper behandelt werden:

1. Die Deformationen sind „klein“ im Vergleich zu den Abmessungen.
2. Das Problem ist statisch bestimmt.
3. Bei der Beurteilung der Funktionsfähigkeit genügt die Kenntnis der globalen Kräfteübertragung (z.B. in Form von Normal- und Querkraft, Torsions- und Biegemoment an jedem Querschnitt eines Balkenträgers).

Wir wollen diese Bedingungen **Erstarrbarkeitsbedingungen** nennen. Das Modell des starren Körpers ist nur dann brauchbar, wenn alle drei Bedingungen erfüllt sind.

Die Erstarrbarkeitsbedingungen sind sicher nicht erfüllt, wenn die Trag- und Funktionsfähigkeit eines Trägers nur durch genauere Kenntnisse der lokalen, punktwisen Kräfte- und Deformationsübertragung beurteilt werden kann (Gefahr der Rissbildung, Überschreitung der Festigkeitsgrenze, Ermüdungsgefahr, Analyse von großen Deformationen bei der Umformtechnik usw.). Auch bei statisch unbestimmten Problemen versagt das Starrkörpermodell, denn in diesem Fall erfordert bereits die Ermittlung der Kräfte in den Lagern eine Deformationsanalyse.

In den meisten Konstruktionsaufgaben vermag das Starrkörpermodell nur eine erste, zwar wertvolle, aber doch unzureichende Abschätzungsmöglichkeit zu ergeben. Zum vollständigen Nachweis der Trag- und Funktionsfähigkeit müssen die Methoden und Modelle der *Mechanik deformierbarer Körper* herangezogen werden.

In der Mechanik deformierbarer Körper erachten wir das materielle System als **Kontinuum**. Dabei setzen wir die örtliche Verteilung von Kräften, Deformationen und Massen als gebietsweise *stetig* voraus. Deswegen wird die Mechanik deformierbarer Körper vielfach auch **Kontinuumsmechanik** genannt.

Trotz dem diskreten, atomaren Aufbau der Materie ergibt sich die Rechtfertigung für ein solches Vorgehen aus der Tatsache, dass der Längenmaßstab zur Analyse der Deformationen eines Trägers in den allermeisten Fällen den atomaren Abstand (vergleichbar mit  $10^{-10}$  m) um einige Größenordnungen übersteigt (*Größenordnung*: Zehnerpotenz des entsprechenden Faktors). Die genannten Deformationen, selbst jene, die wir als „lokal“ bezeichnen und zum Beispiel einzelne

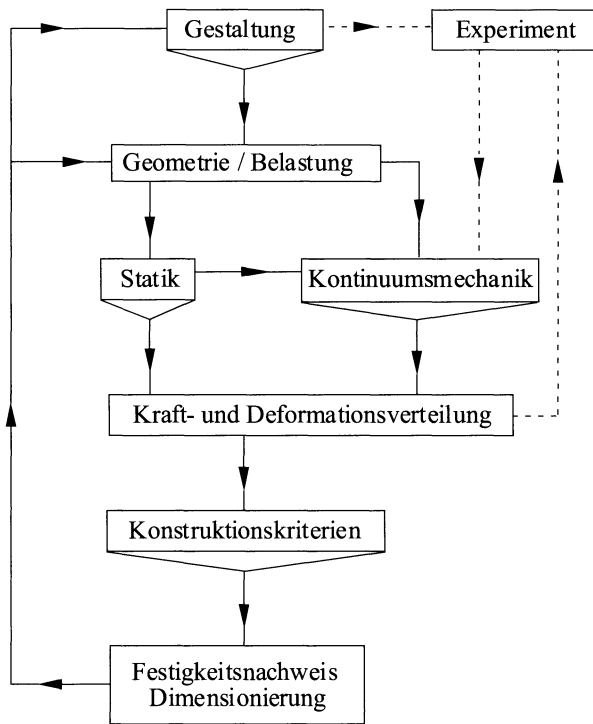
Stellen eines Trägerquerschnitts betreffen, entstehen meistens aus der Wechselwirkung zwischen Tausenden von Atomen oder Molekülen. Interatomare oder intermolekulare Einzelheiten und Verteilungsunterschiede lassen sich im Sinne der Statistik innerhalb solcher großen Mengen glätten. Die in einem kontinuumsmechanischen Modell gewählten Kräfte- und Deformationsmaße mit der erwähnten Voraussetzung der Stetigkeit ergeben sich in dieser Perspektive aus Mittelwertbildungen in einer Menge von zahlreichen diskreten Elementen.

Im materiellen Kontinuum entstehen für die stetig verteilten Kraft- und Deformationsdichten Differentialbeziehungen mit zugehörigen Randbedingungen, welche zusammen mit den Stoffgleichungen, die das Materialverhalten charakterisieren, einen vollständigen Satz von Gleichungen ergeben. Mit deren Hilfe lässt sich die Kräfte- und Deformationsverteilung rechnerisch-quantitativ voraussagen und mit sinnvoll konzipierten experimentellen Messungen vergleichen.

Mit Experimenten lassen sich u.a. die Ansätze zur Aufstellung der Stoffgleichungen, die Annahmen über die Randbedingungen, aber auch die allenfalls zur Lösung des Differentialgleichungssystems verwendeten vereinfachenden Annahmen und Näherungsansätze überprüfen. Weiter können die in den Stoffgleichungen vorkommenden Parameter nur über geeignete Experimente bestimmt werden. Aus der Wechselwirkung zwischen Theorie und Experiment ergeben sich dabei meistens die zukunftsreichsten Erkenntnisse und Entwicklungen. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass die Experimente auf soliden theoretischen Kenntnissen beruhen und mit klar formulierten Fragestellungen konzipiert worden sind.

Die Kontinuumsmechanik darf keineswegs als „Berechnungsinstrument“ oder als „Sammlung von Rechenrezepten“ angesehen werden. Die Berechnung ist nur Mittel und nicht Zweck. Die Kontinuumsmechanik soll einerseits die qualitative Urteilsfähigkeit des Konstrukteurs bei seiner gestalterischen Aufgabe präzisieren und auf soliden Grundlagen aufbauen, d.h. sein „Fingerspitzengefühl“ verstärken und verschärfen. Andererseits sollen ihm auf sorgfältige experimentelle Beobachtungen gestützte Berechnungsgrundlagen zur Verfügung gestellt werden, damit er die Festigkeit seiner Konstruktion oder die Durchführbarkeit der projektierten Funktion überprüfen und etwaige Versagensmöglichkeiten rechtzeitig voraussagen kann. Wie in allen anderen Gebieten der Mechanik ordnen wir deshalb auch in der Kontinuumsmechanik einer physikalisch begründeten und kritischen Diskussion der rechnerischen Resultate große Bedeutung zu.

Die von der Statik und der Kontinuumsmechanik im Konstruktionsprozess gespielte Rolle wird im folgenden einfachen Blockdiagramm illustriert:



Die drei ersten Kapitel dieses Teils sind den Grundlagen der Kontinuumsmechanik gewidmet. Anschließend besprechen wir einige besonders einfache technische Anwendungen, welche in der Praxis des Ingenieurs häufig auftreten.