Christoph Mayer / Carsten Weber / David Francas

Lineare Algebra für Wirtschaftswissenschaftler

Christoph Mayer / Carsten Weber
David Francas

Lineare Algebra für Wirtschaftswissenschaftler

Mit Aufgaben und Lösungen

4., durchgesehene
und korrigierte Auflage

GABLER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Dr. Christoph Mayer arbeitet im Konzernrisikomanagement der EnBW Energie Baden-Württemberg AG. Daneben ist er Lehrbeauftragter für Wirtschaftsmathematik an der Fachhochschule Ludwigshafen.

Dr. Carsten Weber arbeitet bei der BASF SE. Er betreute zunächst die betriebliche Altersversorgung und ist nun verantwortlich für Vergütung innerhalb der BASF Gruppe weltweit.

Dr. David Francas arbeitet als Berater bei der Camelot Management Consultants AG und berät Unternehmen in den Bereichen Netzwerkdesign, Lean Supply Chain Management und mehrstufige Bestandsoptimierung.

1. Auflage 2004
2. Auflage 2005
3. Auflage 2007
Nachdruck 2008
4., durchgesehene und korrigierte Auflage 2011

Lektorat: Irene Buttkus | Renate Schilling

Gabler Verlag ist eine Marke von Springer Fachmedien.
Springer Fachmedien ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.gabler.de

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg
Druck und buchbinderische Verarbeitung: Ten Brink, Meppel
Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier
Printed in the Netherlands

ISBN 978-3-8349-2970-9

Geleitwort

Fundierte mathematische Kenntnisse sind ein integrativer Bestandteil des Studiums der Wirtschaftswissenschaften. Insbesondere ein tief greifendes Verständnis der Linearen Algebra ist unumgänglich. Die sich aus der Matrixrechnung ergebenden Vereinfachungen in struktureller Hinsicht zählen zum Standardrepertoire der grundlegenden und weiterführenden wirtschaftswissenschaftlichen Methoden. Ohne eine Kenntnis dieser Grundlagen sind der akademischen Weiterbildung Grenzen gesetzt.

Das vorliegende Lehrbuch ermöglicht es, diese Grenzen zu durchbrechen. Es setzt keinerlei Vorwissen im Bereich der Linearen Algebra voraus und befähigt somit jeden Leser, sich umfassende Kenntnisse zu verschaffen. Das Buch eignet sich besonders für den Einsatz während des wirtschaftswissenschaftlichen Studiums, bzw. dessen Vorbereitung, ist aber auch bei einer praktischen Implementierung matrixgestützter Anwendungen sehr hilfreich.

Den Autoren gelingt es in ihrem Werk, durch das Einbinden zahlreicher Beispiele das Verständnis der theoretischen Erklärungen zu erleichtern. Die gewählte Untergliederung in mathematische Grundlagenkapitel und ökonomische Anwendungen, welche einen Bezug zu betriebs- und volkswirtschaftlichen Problemen herstellen, überzeugt dabei in vollem Maße. So finden die wichtigsten ökonomischen Modellformulierungen aus der Linearen Algebra, wie beispielsweise das Leontief-Modell und ein Modell der linearen Programmierung, besonderen Eingang in das Lehrbuch.

Diesem rundum gelungenen Buch wünsche ich die verdiente breite Anerkennung in der akademischen Lehre.

Mannheim, Januar 2004 Prof. Dr. Peter Albrecht

Vorwort zur vierten Auflage

Das vorliegende Lehrbuch ermöglicht einen Einstieg in die Lineare Algebra ohne jegliche Vorkenntnisse und schafft ein Basiswissen, welches einen Großteil der Anwendungen der Matrixrechnung aus Betriebs- und Volkswirtschaftslehre abdeckt. Zunächst als ein die Lehre begleitendes Skriptum konzipiert, hat sich der Inhalt dieses Lehrbuches an der Universität Mannheim über Jahre hinweg bewährt und wurde ständig verbessert, überarbeitet und erweitert. Die vierte Auflage setzt wenige kleinere Änderungen um und ist im Vergleich zur dritten Auflage weitgehend unverändert.

Der Aufbau des Buches ist zweckmäßig und aus systematischer Sicht naheliegend. Nach einer Definition des Rechenobjektes Matrix und der grundlegenden Matrixoperationen folgt eine Anwendung der Matrixrechnung zur Lösung linearer Gleichungssysteme. Anschließend wird die Matrixinversion, die Determinante sowie der Rang einer Matrix eingeführt und deren vielseitige Verwendung, insbesondere bei der Lösung linearer Gleichungssysteme, ausführlich dargestellt. Anhand der innerbetrieblichen Leistungsverrechnung, der innerbetrieblichen Materialverflechtung und des Leontief-Modells werden ökonomische Anwendungen der vermittelten Kenntnisse demonstriert. Nach einer Einordnung der Matrixrechnung innerhalb der Vektorraumtheorie folgt schließlich die Betrachtung der linearen Programmierung.

Um dem Leser die theoretischen Formulierungen zu verdeutlichen, werden Definitionen und Herleitungen nicht lediglich aneinandergereiht. Ausführliche Beispiele veranschaulichen die dargestellten Sachverhalte. Einen besonderen Höhepunkt bildet die umfangreiche Aufgabensammlung zu jedem Kapitel inklusive Lösungsteil. Somit wird eine Anwendung des vermittelten Wissens und die Überprüfung des Lernerfolges ermöglicht, was ein Selbststudium erleichtert.

Wir bedanken uns bei allen, die uns bei der Verwirklichung dieses Buches unterstützt haben. Unser besonderer Dank gilt den Herren Simon Hilpert und Frank Schilbach, die einige Übungsaufgaben entwarfen.

Wir wünschen Ihnen viel Freude bei der Lektüre dieses Buches.

Mannheim, Februar 2011 Christoph Mayer, Carsten Weber, David Francas

Inhaltsverzeichnis

Griechisches Alphabet und mathematische Symbole

A	α	alpha
B	β	beta
Γ	γ	gamma
Δ	δ	delta
E	ε	epsilon
Z	ζ	zeta
H	η	eta
Θ	θ	theta
I	ι	iota
K	κ	kappa
Λ	λ	lambda
M	μ	my
N	ν	ny
Ξ	ξ	xi
O	o	omikron
Π	π	pi
P	ρ	rho
Σ	σ	sigma
T	τ	tau
Υ	υ	ypsilon
Φ	ϕ, φ	phi
X	χ	chi
Ψ	ψ	psi
Ω	ω	omega

$\forall$	für alle (der Allquantor)
$\exists$	es existiert ein (der Existenzquantor)
$\sum_{i=1}^{n} x_i$	die Summe über x_i von $i = 1$ bis n
$\wedge$	das logische Und
$\vee$	das logische Oder
$\neg$	das logische Nicht
$[a;b]$	das geschlossene Intervall von a bis b
$(a;b)$	das offene Intervall von a bis b
$\varnothing$, $\{\ \}$	die leere Menge
$a \in \mathbb{B}$	a ist ein Element der Menge $\mathbb{B}$
$a \notin \mathbb{B}$	a ist kein Element der Menge $\mathbb{B}$
$\mathbb{A} \subset \mathbb{B}$	die Menge $\mathbb{A}$ ist eine echte Teilmenge der Menge $\mathbb{B}$
$\mathbb{A} \subseteq \mathbb{B}$	die Menge $\mathbb{A}$ ist eine unechte Teilmenge der Menge $\mathbb{B}$
$\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$	die Vereinigungsmenge der Mengen $\mathbb{A}$ und $\mathbb{B}$
$\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$	die Schnittmenge der Mengen $\mathbb{A}$ und $\mathbb{B}$