
Mathematik im Betrieb

Heinrich Holland · Doris Holland

Mathematik im Betrieb

Praxisbezogene Einführung mit Beispielen

12.,wesentlich überarbeitete Auflage

 Springer

Heinrich Holland
Doris Holland
Harxheim, Deutschland

ISBN 978-3-8349-4745-1
DOI 10.1007/978-3-8349-4746-8

ISBN 978-3-8349-4746-8 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Gabler Verlag

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Gabler Verlag ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
(www.springer.com)

Vorwort

Das vorliegende Buch deckt den Stoff der Vorlesung Wirtschaftsmathematik ab. Es legt damit die Grundlagen, die im weiteren Verlauf eines wirtschaftswissenschaftlichen Studiums benötigt werden.

Nach dem Motto „Warum kompliziert, wenn es auch einfach geht?“, werden komplexe Bereiche der Wirtschaftsmathematik übersichtlich Schritt für Schritt auch für mathematisch unerfahrene Studierende erläutert.

Die mathematischen Verfahren werden mit ihren Anwendungsmöglichkeiten in der betrieblichen Praxis dargestellt. Dabei wird bewusst weitestgehend auf eine mathematisch-wissenschaftliche Fachsprache verzichtet. Nicht die mathematische Eleganz steht im Vordergrund, sondern die praktische Umsetzung der Verfahren. Mathematische Beweise und Herleitungen sind an den Stellen enthalten, an denen sie zum Verständnis des Stoffes beitragen.

Das Buch hat das Ziel, dem Leser durch diese pragmatische Darstellungsweise die Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik nahe zu bringen. Übersichtlich strukturierte Schemata geben dabei eine Hilfestellung.

Aus diesem Grund wird ein besonderer Wert darauf gelegt, in jedem Kapitel den Stoff anhand von Beispielaufgaben, die aus dem Bereich der Wirtschaft stammen, zu erläutern und zu vertiefen. Weitere Aufgaben mit Musterlösungen machen es möglich, den Stoff eigenständig zu erarbeiten. Sie können zur Selbstkontrolle und zur Prüfungsvorbereitung genutzt werden.

Ergänzend haben wir eine Fallstudie in das Buch aufgenommen, die den behandelten Stoff anhand einer betriebswirtschaftlichen Unternehmenssituation wiederholt. Die Fallstudie zeigt die Verbindung zwischen der Wirtschaftsmathematik und der Betriebswirtschaftslehre auf und wird durch eine ausführliche Lösung vervollständigt.

Den Abschluss des Buches bilden zwei Musterklausuren mit Lösungen.

Für die jetzt vorliegende zwölfte Auflage wurden alle Kapitel gründlich überarbeitet und korrigiert. Da die Nutzung von Lehrbüchern in Form von e-books ständig an Bedeutung gewinnt, wurde das Layout des Buches so überarbeitet, dass die Nutzung in elektronischer Form in optimaler Form ermöglicht wird.

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematische Grundlagen	1
1.1	Zahlbegriffe	1
1.2	Potenzen	2
1.3	Wurzeln	4
1.4	Logarithmen	7
1.5	Exponentialgleichungen	8
1.6	Summenzeichen	9
2	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	15
2.1	Funktionsbegriff	15
2.2	Darstellungsformen	17
2.3	Umkehrfunktionen	20
2.4	Lineare Funktionen	22
2.5	Ökonomische lineare Funktionen	26
2.6	Nichtlineare Funktionen und ihre ökonomische Anwendung	37
2.6.1	Problemstellung	37
2.6.2	Parabeln	37
2.6.3	Hyperbeln	41
2.6.4	Wurzelfunktionen	43
2.6.5	Exponentialfunktionen	43
2.6.6	Logarithmusfunktionen	45
2.7	Lösung der Aufgaben	46
3	Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	51
3.1	Begriff	51
3.2	Analytische Darstellung	52
3.3	Tabellarische Darstellung	52
3.4	Grafische Darstellung	53
3.4.1	Grundlagen	53
3.4.2	Lineare Funktionen mit zwei unabhängigen Variablen	54
3.4.3	Nichtlineare Funktionen mit zwei unabhängigen Variablen	55

3.5	Ökonomische Anwendung	63
3.6	Lösungen der Aufgaben	68
4	Eigenschaften von Funktionen	73
4.1	Nullstellen, Extrema, Steigung, Krümmung, Symmetrie	73
4.2	Grenzwerte	78
4.3	Stetigkeit	84
4.4	Lösungen der Aufgaben	88
5	Differentialrechnung bei Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	89
5.1	Problemstellung	89
5.2	Die Steigung von Funktionen und der Differentialquotient	89
5.3	Differenzierungsregeln	92
5.3.1	Ableitung elementarer Funktionen	92
5.3.2	Differentiation verknüpfter Funktionen	93
5.3.3	Höhere Ableitungen	99
5.4	Anwendungen der Differentialrechnung	100
5.4.1	Extrema	100
5.4.2	Steigung einer Funktion	105
5.4.3	Krümmung einer Funktion	107
5.4.4	Wendepunkte	108
5.5	Kurvendiskussion	108
5.6	Newton'sches Näherungsverfahren	111
5.7	Wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnung	114
5.7.1	Bedeutung der Differentialrechnung für die Wirtschaftswissenschaften	114
5.7.2	Differentiation wichtiger wirtschaftlicher Funktionen	116
5.8	Lösungen der Aufgaben	134
6	Differentialrechnung bei Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	143
6.1	Partielle erste Ableitung	143
6.2	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	146
6.3	Extremwertbestimmung	147
6.4	Extremwertbestimmung unter Nebenbedingungen	149
6.4.1	Problemstellung	149
6.4.2	Variablensubstitution	151
6.4.3	Multiplikatorregel nach Lagrange	152
6.5	Lösungen der Aufgaben	157
7	Grundlagen der Integralrechnung	163
7.1	Unbestimmtes Integral	163
7.2	Bestimmtes Integral	165

7.3	Wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen	168
7.4	Lösungen der Aufgaben	173
8	Matrizenrechnung	179
8.1	Bedeutung der Matrizenrechnung	179
8.2	Begriff der Matrix	179
8.3	Spezielle Matrizen	181
8.4	Matrizenoperationen	183
8.4.1	Gleichheit von Matrizen	183
8.4.2	Transponierte von Matrizen	183
8.4.3	Addition von Matrizen	184
8.4.4	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	185
8.4.5	Skalarprodukt von Vektoren	185
8.4.6	Multiplikation von Matrizen	187
8.4.7	Inverse einer Matrix	193
8.4.8	Input-Output-Analyse	195
8.5	Lineare Gleichungssysteme	203
8.5.1	Problemstellung und ökonomische Bedeutung	203
8.5.2	Lineare Gleichungssysteme in Matrixschreibweise	204
8.5.3	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	206
8.5.4	Rang einer Matrix	207
8.5.5	Lösung linearer Gleichungssysteme	208
8.5.6	Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems	213
8.5.7	Innerbetriebliche Leistungsverrechnung	216
8.6	8.6 Lösungen der Aufgaben	219
9	Lineare Optimierung	223
9.1	Ungleichungen	223
9.2	Grafische Methode der linearen Optimierung	227
9.3	Analytische Methode der linearen Optimierung	235
9.3.1	Problemstellung	235
9.3.2	Simplex-Methode	238
9.3.3	Verkürztes Simplex-Tableau	243
9.4	Lösungen der Aufgaben	250
10	Finanzmathematik	255
10.1	Grundlagen der Finanzmathematik	255
10.1.1	Folgen	255
10.1.2	Reihen	260
10.1.3	Grenzwerte von Folgen	264
10.1.4	Grenzwerte von Reihen	266
10.2	Finanzmathematische Verfahren	268

10.2.1 Abschreibungen	268
10.2.2 Zinsrechnung	273
10.2.3 Rentenrechnung	281
10.2.4 Tilgungsrechnung	284
10.2.5 Investitionsrechnung	286
10.3 Lösungen der Aufgaben	295
11 Kombinatorik	301
11.1 Grundlagen	301
11.2 Permutationen	303
11.3 Kombinationen	305
11.4 Die Formeln zur Kombinatorik	312
11.5 Lösungen der Aufgaben	315
12 Fallstudie	319
12.1 Unternehmenssituation	319
12.2 Produktionsbereich I	320
12.3 Produktionsbereich II	321
12.4 Produktionsbereich III	322
12.5 Tochterunternehmen Frankreich	324
12.6 Lösungen der Aufgaben	326
12.6.1 Lösungen zu Produktionsbereich I	326
12.6.2 Lösungen zu Produktionsbereich II	328
12.6.3 Lösungen zu Produktionsbereich III	330
12.6.4 Lösungen zu Tochterunternehmen Frankreich	334
13 Musterklausuren	337
13.1 Musterklausur 1	337
13.2 Musterklausur 2	340
13.3 Lösungen zu Musterklausur 1	343
13.4 Lösungen zu Musterklausur 2	352
Sachverzeichnis	361