

Jürgen Tietze

Übungsbuch zur angewandten Wirtschaftsmathematik

Jürgen Tietze

Übungsbuch zur angewandten Wirtschaftsmathematik

Aufgaben, Testklausuren und ausführliche Lösungen

8., überarbeitete und erweiterte Auflage

STUDIUM



VIEWEG+
TEUBNER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Prof. Dr. Jürgen Tietze
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Fachhochschule Aachen
Eupener Straße 70
52066 Aachen

tietze@fh-aachen.de

1. Auflage 2000
- 2., erweiterte Auflage 2001
- 3., korrigierte Auflage 2002
- 4., korrigierte Auflage 2003
- 5., erweiterte Auflage 2005
- 6., aktualisierte Auflage 2007
- 7., aktualisierte Auflage 2009
8. überarbeitete und erweiterte Auflage 2010

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2010

Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch

Vieweg+Teubner Verlag ist eine Marke von Springer Fachmedien.

Springer Fachmedien ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

www.viewegteubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg

Druck und buchbinderische Verarbeitung: MercedesDruck, Berlin

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Printed in Germany

ISBN 978-3-8348-1236-0

Vorwort zur 8. Auflage

Das vorliegende wirtschaftsmathematische Übungsbuch dient zweierlei Zielsetzung: Zum einen soll es (*als eigenständiges Übungsbuch*) zur Festigung und Vertiefung des wirtschaftsmathematischen Basiswissens und -könnens beitragen, zum anderen aber auch (*als Ergänzung meines Lehrbuches² zur angewandten Wirtschaftsmathematik*) die Examensvorbereitungen für Hörer und Hörerinnen der Grundvorlesungen in Wirtschaftsmathematik unterstützen.

Die Aufgaben (*erster Teil der Übungssammlung*) stammen im wesentlichen aus dem Lehrbuch Einführung in die angewandte Wirtschaftsmathematik. Der zweite Teil des Übungsbuches (*Lösungen*) dient daher gleichzeitig als Lösungsbuch für die Aufgaben des Lehrbuches.

Das hiermit in 8. Auflage vorliegende Übungsbuch wurde sorgfältig durchgesehen, ergänzt, verbessert und wesentlich erweitert durch nunmehr ausführliche Lösungshinweise zu jeder Problemstellung. Es enthält – außer den thematisch angeordneten Übungen – eine Reihe von Test- oder Übungsklausuren. Sämtliche Testklausuren sind aus zweistündigen Original-Klausuren entstanden und sollen dem Studierenden neben Informationen über Umfang und Schwierigkeitsgrad die Möglichkeit bieten, im Selbsttest innerhalb begrenzter Zeit seine Kenntnisse und Fertigkeiten auf dem Gebiet der Wirtschaftsmathematik zu überprüfen (*etwa durch Simulation der Klausursituation zu Hause oder in einer Lerngruppe*). Bemerkungen zu den Anforderungen bei der Bearbeitung der Klausuraufgaben finden sich vor dem Klausurenteil und vor den Lösungshinweisen zu den Testklausuren.

Die Aufgaben sind kapitelweise durchnummeriert. Neben der Aufgabennummer ist kursiv die entsprechende Aufgabennummer aus dem Lehrbuch (*sofern die Aufgabe dort vorhanden ist*) angegeben. So handelt es sich etwa bei „Aufgabe 6.44 (6.3.70 ii)“ um die laufende Aufgabe 44 aus Kapitel 6 dieses Übungsbuches und zugleich um die entsprechende Aufgabe 6.3.70 ii) des Lehrbuches. Da die Reihenfolgen der Aufgaben von Übungs- und Lehrbuch übereinstimmen, dürfte das Auffinden der Aufgaben/Lösungen des Lehrbuches wenig problematisch sein. Ein * an einer Aufgabe weist auf einen etwas erhöhten Schwierigkeitsgrad hin.

Alle im Übungsbuch auftretenden Verweise (*z.B. Kap. 10.7.1, Beispiel 10.1.11 usw.*) beziehen sich auf das genannte Lehrbuch, gelegentlich einfach mit *Lehrbuch* oder abgekürzt mit *LB* bezeichnet.

² Lehrbuch: Einführung in die angewandte Wirtschaftsmathematik, Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 15. Auflage 2010

Die hohe Zahl von mehr als 1500 Teil-Aufgaben in über 375 Übungsteilen deutet darauf hin, dass es zu jedem (*wirtschafts-*) mathematischen Sachverhalt meist mehrere unterschiedliche Übungsangebote gibt, so dass die Lernenden reichlich Gelegenheit erhalten, die gleiche Sache mehrfach ühend zu wiederholen, aus verschiedenen Blickwinkeln zu betrachten und somit zunehmend Sicherheit zu gewinnen.

Numerische Resultate wurden mit einem elektronischen Taschenrechner (*Genauigkeit: 9-10 Nachkommastellen*) ermittelt. Dabei wurden in aller Regel Zwischenergebnisse mit voller Stellenzahl gespeichert und ungerundet weiterverarbeitet.

Lediglich das Endresultat wurde auf i.a. zwei bis vier Nachkommastellen gerundet. Je nach Baujahr und Genauigkeit der vom Leser verwendeten Rechengeräte sowie abhängig von der Anzahl bzw. Komplexität der Rechenschritte oder von der Rundung von Zwischenresultaten können beim Bearbeiten leichte Abweichungen von den hier angeführten numerischen Endergebnissen auftreten.

Durch die Neubearbeitung und Erweiterung des Lösungsteils sind sämtliche Lösungshinweise (*auch für die enthaltenen Testklausuren*) erstmals so ausführlich dargestellt, dass auch für Einsteiger in die Wirtschaftsmathematik die Problemlösungen nachvollziehbar sein sollten. Einleitend zu den Testklausuren sowie zu den entsprechenden Lösungshinweisen finden sich Ausführungen zum erwarteten Lösungs-Standard für den „Ernstfall“.

Sollten trotz intensiver eigener Anstrengung Fragen zur Problemlösung übrigbleiben (*oder sollten Sie meine – trotz aller Sorgfalt kaum zu vermeidenden – Böcke, Fehler oder Ungereimtheiten aufspüren*), bitte ich um kurze Rückmeldung, z.B. per E-Mail: tietze@fh-aachen.de – ich werde jeder/jedem von Ihnen antworten und in allen Fällen um schnelle Antwort bemüht sein.

Zum Schluss gebührt mein Dank dem Vieweg+Teubner Verlag und hier besonders Frau Ulrike Schmickler-Hirzebruch und Frau Nastassja Vanselow für die stets gute und verständnisvolle Zusammenarbeit.

Aachen, im April 2010

Jürgen Tietze

Inhalt

Vorwort	V
Abkürzungen	VIII
I Aufgaben	1
1 Grundlagen und Hilfsmittel	3
2 Funktionen einer unabhängigen Variablen	19
3 Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	41
4 Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	43
5 Differentialrechnung für Funktionen mit einer unabhängigen Variablen (<i>Grundlagen und Technik</i>)	47
6 Anwendungen der Differentialrechnung bei Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	53
7 Differentialrechnung bei Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	75
8 Einführung in die Integralrechnung	93
9 Einführung in die lineare Algebra	103
10 Lineare Optimierung	109
11 Testklausuren 1-10	119
II Lösungen	151
1 Grundlagen und Hilfsmittel	153
2 Funktionen einer unabhängigen Variablen	179
3 Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	217
4 Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	219
5 Differentialrechnung für Funktionen mit einer unabhängigen Variablen (<i>Grundlagen und Technik</i>)	229
6 Anwendungen der Differentialrechnung bei Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	245
7 Differentialrechnung bei Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	289
8 Einführung in die Integralrechnung	321
9 Einführung in die lineare Algebra	335
10 Lineare Optimierung	347
11 Testklausuren 1-10	377
Literaturhinweise	401

Abkürzungen

BL	Basislösung	ME	Mengeneinheit
BV	Basisvariable	Mio.	Millionen (10^6)
bzgl.	bezüglich	Mrd.	Milliarden (10^9)
c.p.	ceteris paribus	NB	Nebenbedingung
DB	Deckungsbeitrag	NBV	Nichtbasisvariable
DM	Deutsche Mark	NNB	Nichtnegativitätsbedingung
€	Euro	p.a.	pro Jahr
f	falsch	q.e.d.	quod erat demon- strandum ($\cong w.z.b.w.$)
EE	Energieeinheit	s.	siehe
FE	Faktoreinkommen	TDM	tausend DM
GE	Geldeinheit	T€	Tausend Euro
LE	Leistungseinheit	u.d.	unter der
LGS	Lineares Gleichungs- system	w	wahr
LO	Lineare Optimierung	w.z.b.w.	was zu beweisen war ($\cong q.e.d.$)
LB	Lehrbuch (<i>siehe Vorwort</i>)	ZE	Zeiteinheit

Häufig verwendete Variablenamen

$a_t, a(t)$	Auszahlung d. Periode t	K_0	Barwert (<i>eines Kapitals</i>)
$A, A(t)$	Annuität; Arbeitsinput (<i>in t</i>)	K_t	Zeitwert (<i>eines Kapitals</i> <i>im Zeitpunkt t</i>)
B	Bestand; (<i>zulässiger</i>) Bereich	k_v	stückvariable Kosten
C	Konsum, Konsumsumme	K_v	variable Kosten
C_0	Kapitalwert	L	Lösungsmenge; Lagrange- Funktion; Liquidationserlös
e	Eulersche Zahl	λ	Lagrange-Multiplikator
$e_t, e(t)$	Einzahlung d. Periode t	p	Preis; Zinsfuß
E	Erlös, Umsatz, Ausgaben;	q	Zinsfaktor ($= 1+i$)
	Einheitsmatrix	r	Input; Homogenitätsgrad; (<i>ste-</i> <i>tiger</i>)Zinssatz; Matrix-Rang
ε	Elastizität	R	Rate; Zahlungsstrom
g	Stückgewinn	R_n	Renten-Endwert
g_D	Stückdeckungsbeitrag	S	Sparen, Sparsumme
G	Gewinn	t	Zeit
G_D	Deckungsbeitrag	T	Laufzeit
h	Stunde(n)	U	Nutzen(<i>index</i>); Umsatz
i	Zinssatz ($= p/100$)	x	Nachfrage; Angebot;
I, I(t)	Investition (<i>im Zeitpunkt t</i>)	Y	Output; Menge
k	Stückkosten	Z	Einkommen; Sozialprodukt
K	Kosten; Kapital(<i>input</i>)		Zielfunktion
k_f	stückfixe Kosten		
K_f	Fixkosten		
K_n	Endwert (<i>eines Kapitals</i>)		