

Otto Forster | Rüdiger Wessoly

Übungsbuch zur Analysis 1

Berater:

Martin Aigner, Peter Gritzmann, Volker Mehrmann
und Gisbert Wüstholtz

Lineare Algebra

von Gerd Fischer

Übungsbuch zur Linearen Algebra

von Hannes Stoppel und Birgit Griese

Analytische Geometrie

von Gerd Fischer

Analysis 1

von Otto Forster

Übungsbuch zur Analysis 1

von Otto Forster und Rüdiger Wessoly

Analysis 2

von Otto Forster

Übungsbuch zur Analysis 2

von Otto Forster und Thomas Szymczak

Numerische Mathematik für Anfänger

von Gerhard Opfer

Numerische Mathematik

von Matthias Bollhöfer und Volker Mehrmann

Otto Forster | Rüdiger Wessoly

Übungsbuch zur Analysis 1

Aufgaben und Lösungen

4., überarbeitete Auflage

STUDIUM



VIEWEG+
TEUBNER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Prof. Dr. Otto Forster
Ludwig-Maximilians-Universität München
Mathematisches Institut
Theresienstraße 39
80333 München

forster@mathematik.uni-muenchen.de

Die Titel der Reihe „Grundkurs Mathematik“ erschienen bisher unter dem Namen
„vieweg studium – Grundkurs Mathematik“.

1. Auflage 1995
3 Nachdrucke
- 2., überarbeitete Auflage 2004
- 3., überarbeitete Auflage 2006
- 4., überarbeitete Auflage 2008

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2008

Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Susanne Jahnelt

Vieweg+Teubner ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.viewegteubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede
Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne
Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für
Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung
und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem
Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche
Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären
und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg
Druck und buchbinderische Verarbeitung: Těšínská Tiskárna, a. s., Tschechien
Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.
Printed in Czech Republic

ISBN 978-3-8348-0307-8

Vorwort zur 1. Auflage

Seit dem Erscheinen meines Buches Analysis 1 sind wiederholt Anfragen gekommen, doch Lösungen zu den Übungsaufgaben herauszugeben. Ich stand dem immer skeptisch gegenüber. Das Lösen von Übungsaufgaben zu den Anfängervorlesungen ist ein unentbehrlicher Bestandteil des Mathematik-Studiums. Das Vorliegen von schriftlichen Lösungen verführt aber dazu, es selbst nicht hart genug zu versuchen und zu früh in den Lösungen nachzuschauen. Außerdem kann eine gedruckte Lösung nicht die Besprechung der Aufgaben in einer Übungsgruppe ersetzen, in der der Tutor (im allerdings nicht immer erreichten Idealfall) auf die verschiedenen Lösungsmöglichkeiten und die gemachten Fehler eingehen und bei Verständnisschwierigkeiten individuell helfen kann.

Andererseits ist der Bedarf an Übungsmaterial mit nachprüfbaren Lösungen für das Selbststudium (z.B. bei Prüfungsvorbereitungen) nicht von der Hand zu weisen. So wurde mit dem vorliegenden Aufgabenbuch ein Kompromiß versucht: Zu ausgewählten Aufgaben wurden Lösungen ausgearbeitet und es wurden auch neue Aufgaben hinzugefügt, so daß genügend viele ungelöste Aufgaben als Herausforderung für den Leser übrig bleiben.

Alle Aufgabentexte (einschließlich der aus dem Buch Analysis 1 übernommenen) sind im 1. Teil des Aufgabenbuches abgedruckt. Zu den mit Stern versehenen Aufgaben stehen Lösungen im 2. Teil, manchmal auch nur Hinweise oder bei Rechenaufgaben die Ergebnisse. In keinem Fall sind die angegebenen Lösungen als alleingültige Muster-Lösungen zu betrachten. Zu fast allen Aufgaben gibt es mehrere Lösungswege und es ist oft nur eine Frage des Geschmacks, welchen Weg man wählt. Auch sind sicherlich noch einige Lösungen mit mehr oder weniger schweren Fehlern (von Druckfehlern und Versehen bis zu logischen Fehlern) behaftet. Der Student mag sich damit trösten, daß nicht nur ihm, sondern auch dem Dozenten für manche Lösungen der Übungsaufgaben Punkte abgezogen würden.

Die Arbeit an diesem Buch habe ich zusammen mit meinem langjährigen Assistenten an den Universitäten Münster und München, Dr. Rüdiger Wessoly begonnen. Die gemeinsame Arbeit wurde auch nach seinem Ausscheiden aus der Universität, als er für eine von ihm selbst mitbegründete Software-Firma arbeitete, fortgesetzt. Noch vor der Fertigstellung des Manuskripts ist Herr Wessoly

plötzlich und unerwartet verstorben. Seinem Andenken sei dieses Buch gewidmet.

Zu danken habe ich auch Herrn Thomas Szymczak (Dinslaken), der selbständig ein Lösungsbuch zur Analysis 2 erarbeitet hat und der sich bereit erklärt hat, das Manuskript zum vorliegenden Buch in \LaTeX zu setzen und dabei manche Fehler und Unebenheiten aus dem Text eliminiert hat. Nicht zuletzt verdankt das Buch sein Erscheinen dem beharrlichen und unermüdlichen Einsatz von Frau U. Schmickler-Hirzebruch vom Vieweg-Verlag.

München, Februar 1995

Otto Forster

Vorwort zur 2. Auflage

Für die 2. Auflage dieses Übungsbuches habe ich die bekannt gewordenen Druckfehler korrigiert (vielen Dank den sorgfältigen Leserinnen und Lesern!) und eine Anpassung an die neueste Auflage des Buches Analysis 1 vorgenommen, das seit der 5. Auflage manche Änderungen erfahren hat. So sind einige frühere Übungsaufgaben jetzt in den Haupttext der Analysis 1 integriert. Dafür wurden in das Übungsbuch neue Aufgaben und Lösungen aufgenommen.

München, März 2004

Otto Forster

Vorwort zur 4. Auflage

Für die 3. und 4. Auflage wurden bekannt gewordene Druckfehler korrigiert sowie einige neue Aufgaben und Lösungen hinzugefügt.

München, Mai 2008

Otto Forster

Inhaltsverzeichnis

I	Aufgaben	1
§ 1	Vollständige Induktion	3
§ 2	Die Körperaxiome	7
§ 3	Anordnungsaxiome	9
§ 4	Folgen, Grenzwerte	11
§ 5	Das Vollständigkeitsaxiom	14
§ 6	Wurzeln	15
§ 7	Konvergenzkriterien für Reihen	17
§ 8	Die Exponentialreihe	20
§ 9	Punktengen	21
§ 10	Funktionen, Stetigkeit	23
§ 11	Sätze über stetige Funktionen	24
§ 12	Logarithmus und allgemeine Potenz	26
§ 13	Die Exponentialfunktion im Komplexen	29
§ 14	Trigonometrische Funktionen	30
§ 15	Differentiation	32
§ 16	Lokale Extrema. Mittelwertsatz. Konvexität	35
§ 17	Numerische Lösung von Gleichungen	37
§ 18	Das Riemannsches Integral	39
§ 19	Integration und Differentiation	41
§ 20	Uneigentliche Integrale. Die Gamma-Funktion	46
§ 21	Gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen	48
§ 22	Taylor-Reihen	49
§ 23	Fourier-Reihen	51

II	Lösungen	55
§ 1	Vollständige Induktion	57
§ 2	Die Körperaxiome	65
§ 3	Anordnungsaxiome	71
§ 4	Folgen, Grenzwerte	75
§ 5	Das Vollständigkeitsaxiom	79
§ 6	Wurzeln	87
§ 7	Konvergenzkriterien für Reihen	92
§ 8	Die Exponentialreihe	98
§ 9	Punktengen	102
§ 10	Funktionen, Stetigkeit	104
§ 11	Sätze über stetige Funktionen	108
§ 12	Logarithmus und allgemeine Potenz	112
§ 13	Die Exponentialfunktion im Komplexen	117
§ 14	Trigonometrische Funktionen	121
§ 15	Differentiation	130
§ 16	Lokale Extrema. Mittelwertsatz. Konvexität	136
§ 17	Numerische Lösung von Gleichungen	144
§ 18	Das Riemannsches Integral	153
§ 19	Integration und Differentiation	156
§ 20	Uneigentliche Integrale. Die Gamma-Funktion	164
§ 21	Gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen	166
§ 22	Taylor-Reihen	168
§ 23	Fourier-Reihen	172