

Otto Forster | Thomas Szymczak

Übungsbuch zur Analysis 2

Otto Forster | Thomas Szymczak

Übungsbuch zur Analysis 2

Aufgaben und Lösungen

6., aktualisierte Auflage

STUDIUM



VIEWEG+
TEUBNER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Prof. Dr. Otto Forster
Ludwig-Maximilians-Universität München
Mathematisches Institut
Theresienstraße 39
80333 München
forster@mathematik.uni-muenchen.de

Dr. Thomas Szymczak
szymczak@web.de

Die Titel der Reihe „Grundkurs Mathematik“ erschienen bisher unter dem Namen
„vieweg studium – Grundkurs Mathematik“.

1. Auflage 1995
- 2., überarbeitete Auflage 1997
2 Nachdrucke
- 3., durchgesehene Auflage 2003
1 Nachdruck
- 4., überarbeitete Auflage 2005
- 5., durchgesehene Auflage 2006
- 6., aktualisierte Auflage 2008

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2008

Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Susanne Jahnel

Vieweg+Teubner ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.viewegteubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg
Druck und buchbinderische Verarbeitung: MercedesDruck, Berlin
Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.
Printed in Germany

ISBN 978-3-8348-0513-3

Vorwort zur ersten Auflage

Der vorliegende Band stellt den zweiten Teil eines Übungsbuches zur Analysis dar.

Wie im ersten Band ist das Buch in einen Aufgaben- und Lösungsteil untergliedert. Die Aufgaben stammen vorwiegend aus dem Buch „Analysis 2“ von O. Forster, jedoch auch die zusätzlichen Aufgaben setzen stofflich nicht mehr Wissen voraus.

Die Lösungen zu den einzelnen Aufgaben sind weitgehend sehr ausführlich dargestellt und an die Bücher „Analysis 1“ und „Analysis 2“ (im folgenden mit An. 1 und An. 2 zitiert) von O. Forster angelehnt, so daß sie auch ohne zusätzliche Literatur zu verstehen sind. Ist zu einer Aufgabe keine Lösung enthalten, so wurde sie, je nach Schwierigkeitsgrad, mit einer ausführlichen Anleitung versehen.

Sicherlich wird dieses Buch nicht fehlerfrei sein und zu einigen Aufgaben gibt es kürzere bzw. elegantere Lösungen, doch ich hoffe, daß der Leser mit diesem Buch nicht den *Spaß* verliert, selbst mathematische Aufgaben zu lösen. Denn man sollte sich in der Regel, *bevor* man eine Lösung zu einer Aufgabe in einem Buch nachliest, ausgiebig mit ihr beschäftigt haben und versucht haben, selbst eine Lösung zu finden.

Schließlich möchte ich noch einige Danksagungen aussprechen:

- Herrn Professor O. Forster, der mit seinen Büchern zur Analysis dieses Buch erst möglich gemacht hat.
- Herrn Professor Dr. W. Kühnel, bei dem ich die Grundvorlesungen zur Analysis gehört habe.
- Für die Mithilfe beim Korrekturlesen danke ich Herrn Kühn und Herrn Westermann.
- Dem Vieweg-Verlag und insbesondere Frau Schmickler-Hirzebruch für die Herausgabe des Buches.

Vorwort zur 2. Auflage

In der vorliegenden zweiten Auflage wurden einige Lösungen vereinfacht. Weiter wurden diejenigen Aufgaben, zu denen Lösungen bzw. Hinweise im 2. Teil vorhanden sind, im Aufgabenteil mit einem Stern versehen.

Rostock, März 1997

Thomas Szymczak

Vorwort zur 4. Auflage

Nachdem der Band Analysis 2 mit der 6. Auflage eine umfassende Neubearbeitung erfahren hat, wurde auch das vorliegende Übungsbuch überarbeitet und der Neuauflage der Analysis 2 angepasst. Einige frühere Übungsaufgaben sind jetzt in den Haupttext der Analysis 2 aufgenommen; dafür kamen andere Aufgaben und Lösungen hinzu.

April 2005

Otto Forster
Thomas Szymczak

Vorwort zur 6. Auflage

Für die neue Auflage habe ich bekannt gewordene Druckfehler korrigiert und eine Lösung für Aufgabe 9C hinzugefügt.

Februar 2008

Otto Forster

Inhaltsverzeichnis

I. Aufgaben

§1. Topologie metrischer Räume	3
§2. Grenzwerte. Stetigkeit	4
§3. Kompaktheit	6
§4. Kurven im \mathbb{R}^n	8
§5. Partielle Ableitungen	10
§6. Totale Differenzierbarkeit	12
§7. Taylor-Formel. Lokale Extrema	13
§8. Implizite Funktionen	15
§9. Untermannigfaltigkeiten	16
§10. Integrale, die von einem Parameter abhängen	18
§11. Elementare Lösungsmethoden	20
§12. Existenz- und Eindeigkeitssatz	21
§13. Lineare Differentialgleichungen	23
§14. Differentialgleichungen 2. Ordnung	24
§15. Lineare Dgl. mit konstanten Koeffizienten	28
§16. Systeme von lin. Dgl. mit konstanten Koeffizienten	29

II. Lösungen

§1. Topologie metrischer Räume	33
§2. Grenzwerte. Stetigkeit	37
§3. Kompaktheit	39
§4. Kurven im \mathbb{R}^n	43
§5. Partielle Ableitungen	48
§6. Totale Differenzierbarkeit	52
§7. Taylor-Formel. Lokale Extrema	56
§8. Implizite Funktionen	67
§9. Untermannigfaltigkeiten	73
§10. Integrale, die von einem Parameter abhängen	78
§11. Elementare Lösungsmethoden	84
§12. Existenz- und Eindeigkeitssatz	96
§13. Lineare Differentialgleichungen	100
§14. Differentialgleichungen 2. Ordnung	106
§15. Lineare Dgl. mit konstanten Koeffizienten	123
§16. Systeme von lin. Dgl. mit konstanten Koeffizienten	133