
Studienbücher Wirtschaftsmathematik

Herausgegeben von
B. Luderer, Chemnitz

Die Studienbücher Wirtschaftsmathematik behandeln anschaulich, systematisch und fachlich fundiert Themen aus der Wirtschafts-, Finanz- und Versicherungsmathematik entsprechend dem aktuellen Stand der Wissenschaft.

Die Bände der Reihe wenden sich sowohl an Studierende der Wirtschaftsmathematik, der Wirtschaftswissenschaften, der Wirtschaftsinformatik und des Wirtschaftsingenieurwesens an Universitäten, Fachhochschulen und Berufsakademien als auch an Lehrende und Praktiker in den Bereichen Wirtschaft, Finanz- und Versicherungswesen.

Herausgegeben von
Prof. Dr. Bernd Luderer
Chemnitz

Heidrun Matthäus • Wolf-Gert Matthäus

Mathematik für BWL-Bachelor

Schritt für Schritt mit ausführlichen Lösungen

3., überarbeitete und erweiterte Auflage

STUDIUM

 Springer Gabler

Heidrun Matthäus
Hochschule Magdeburg-Stendal,
Deutschland

Wolf-Gert Matthäus
Stendal-Uenglingen,
Deutschland

ISBN 978-3-8348-1933-8
DOI 10.1007/978-3-8348-8670-5

ISBN 978-3-8348-8670-5 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden 2006, 2010, 2012

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Planung und Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch, Barbara Gerlach
Einbandentwurf: KünkelLopka GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Gabler ist eine Marke von Springer DE.
Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-gabler.de

Vorwort zur dritten Auflage

Neben einer sinnvolleren Anordnung der Kapitel wurde – auf vielfachen Wunsch – ein neues Kapitel über die Grundlagen der Finanzmathematik aufgenommen.

Da inzwischen auch das Übungsbuch mit vielen Beispielen, Aufgaben und Lösungen erschienen ist, konnten gezielte Hinweise zum vertiefenden Studium gegeben werden.

Allen Leserinnen und Lesern, die uns wertvolle Anregungen übermittelten, sei hiermit ausdrücklich gedankt.

Uenglingen, im Winter 2011

Heidrun Matthäus
Wolf-Gert Matthäus

Aus dem Vorwort zur zweiten Auflage

Die zweite Auflage, für die vom Verlag die attraktive Möglichkeit geschaffen wurde, farbige Gestaltungselemente einfügen zu können, unterscheidet sich von der Erstauflage durch ein völlig neu gefasstes Kapitel 17 zu den linearen Gleichungssystemen. Weiter wurden viele Hinweise von Leserinnen und Lesern, von Fachkolleginnen und Fachkollegen und von Rezensenten berücksichtigt, für die wir uns hiermit ausdrücklich bedanken.

Nach dem Erscheinen der ersten Auflage wurden auch Wünsche nach Erweiterung und Vertiefung geäußert, vermisst wurde zum Beispiel die Integralrechnung mit ihren ökonomischen Anwendungen, die Statistik sowie eine ausführlichere Darstellung der linearen Optimierung.

Nach Rücksprache mit dem Verlag entschieden wir uns aber dafür, derartige Erweiterungen nicht in dieses Buch aufzunehmen, um Inhalt und Umfang (und Preis) in Grenzen zu halten. Statt dessen erarbeiteten wir einen weiterführenden Titel „Mathematik für BWL-Master“, der seit Mitte 2009 im Buchhandel verfügbar ist. Für alle Interessenten möchten wir hier eine kurze Übersicht der dort behandelten Themen angeben:

Teil I: Ergänzungen zur Analysis

Elemente der Integralrechnung / Differenzen- und Differentialgleichungen

Teil II: Transportoptimierung, Lineare Optimierung

Lineare Gleichungssysteme: Kanonische Formen, Basislösungen / Einführung in die Transportoptimierung / Zuordnungsprobleme / Lineare Optimierung

Teil III: Wahrscheinlichkeit und beurteilende Statistik

Wiederholung: Wahrscheinlichkeit / Zufallsgrößen und Verteilungen / Verteilungen alternativer und diskreter Zufallsgrößen / Stetige Verteilungen und stetige Zufallsgrößen / Normalverteilung / Dichtefunktion, Standardnormalverteilung, Quantile / Statistische Tests: Prüfung von Verteilungen / Statistische Tests: Parametertests / Parameterprüfung bei kleinen Stichproben

Teil IV: Grundzüge der Entscheidungstheorie

Grundbegriffe der Entscheidungstheorie / Klassische Entscheidungskriterien / Das Bernoulli-Prinzip / Entscheidung unter Ungewissheit

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage

An den höchsten Bildungsstätten des Landes vollzieht sich, von der breiten Öffentlichkeit weitgehend unbemerkt, eine der größten Umwälzungen des deutschen Hochschulwesens seit vielen Jahren:

Gemäß den EU-Beschlüssen von Bologna erfolgt schrittweise die Umstellung des spezifisch deutschen Studiensystems auf die international üblichen Bildungsabschnitte Bachelor und Master. Nahezu alle Studiengänge werden dafür auf den Prüfstand gestellt.

Insbesondere betrifft dies die vielfältigen Studienformen, in denen bisher die Betriebswirtschaftslehre vermittelt wurde.

Die vorgeschriebene Akkreditierung als Voraussetzung für den Erwerb der Lehrerlaubnis wird dazu führen, dass es keine wesentlichen Unterschiede im dreijährigen BWL-Bachelor-Studium an den verschiedenen hohen Schulen des Landes mehr geben wird. Damit wird bei sehr gut abgeschlossenem Bachelor-Studium die sofortige oder spätere Weiterqualifizierung zum BWL-Master an diesem oder anderem Ort ermöglicht.

Einheitlich wird vor allem die Ausbildung in den ersten Semestern erfolgen. Das betrifft insbesondere die überall erfolgende mathematischen Grundlagenausbildung, deren Rahmen neu abgesteckt wird. Häufig werden dafür zwei Semester vorgesehen, allgemein 5 bis 7 credit points erhält der Studierende dafür nach erfolgreichem Abschluss.

Das vorliegende Lehrbuch trägt der neuen Situation in jeder Hinsicht Rechnung. Es enthält in siebzehn Kapiteln zusammengefasst den grundsätzlichen mathematischen Lehrstoff, wie er in jedem BWL-Bachelor-Studiengang zu vermitteln ist. Zwei Kapitel widmen sich ganz speziell der Frage, wie die Mathematik sinnvoll auf betriebswirtschaftliche Fragestellungen angewandt werden kann.

Da es als begleitendes Buch zu den Vorlesungen und gleichzeitig als Hilfe für das Selbststudium gedacht ist, stellte es die Autoren immer wieder vor die Frage, wie die schwierige Balance zwischen strenger, aber nüchterner mathematischer Korrektheit und stärker populärem Erläutern und Erklären gehalten werden kann. Im Zweifelsfall fiel die Entscheidung meist zugunsten der Erklärung aus. Wir hoffen, dass dies auch im Sinne der Leser sein wird.

Angesichts des vorgegebenen Umfangs musste auch überlegt werden, welche mathematischen Themen zugunsten ausführlich vorgerechneter Beispiele gekürzt oder nur indirekt aufgenommen werden. So mussten einführende, systematisch aufbauende Kapitel über mathematische Logik, Mengenlehre und den Aufbau des Zahlensystems entfallen, wichtige Begriffe werden aber im Kontext dort erklärt, wo sie benötigt werden.

Nicht gekürzt wurde aber bei den einführenden Kapiteln, die das elementare und höhere „mathematische Handwerkszeug“ wiederholend zusammenstellen, vertiefen und ergänzen. Denn die Erfahrung beider Autoren, zusammen mehr als siebenzig Jahre als Hochschul-Lehrende und als Hochschullehrer an diversen höheren und höchsten Bildungseinrichtungen tätig, weisen immer wieder aus, dass es nicht vordergründig intellektuelle Defizite oder das Unverständnis der Mathematik sind, die die BWL-Studierenden so oft an Mathematik-Klausuren scheitern lassen.

Für den Dialog mit den Lesern wird auf der Internet-Seite www.w-g-m.de unter der gesonderten Rubrik Leserservice auf oft gestellte Fragen zum Buch geantwortet.

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Grundlagen

1	Elementares Handwerkszeug.....	19
1.1	Klammersetzung.....	19
1.1.1	Punkt- vor Strichrechnung.....	19
1.1.2	Potenz- vor Punktrechnung.....	19
1.1.3	Klammern.....	19
1.2	Bruchrechnung.....	20
1.2.1	Grundsätzliches.....	20
1.2.2	Multiplikation und Division von Brüchen.....	21
1.2.3	Addition und Subtraktion von Brüchen	22
1.3	Größenverhältnisse bei Brüchen.....	23
2	Erweitertes Handwerkszeug.....	25
2.1	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen.....	25
2.1.1	Potenzen	25
2.1.2	Potenzgesetze.....	25
2.1.3	Wurzeln	26
2.1.4	Wurzelgesetze.....	27
2.1.5	Der Begriff des Logarithmus.....	28
2.1.6	Dualer, dekadischer und natürlicher Logarithmus	29
2.1.7	Logarithmengesetze	30
2.2	Gleichungen, Ungleichungen, Beträge	31
2.2.1	Allgemeines zu Gleichungen.....	31
2.2.2	Quadratische Gleichungen.....	33
2.2.3	Ungleichungen – Begriff und Lösungsmenge.....	34
2.2.4	Ungleichungen – Multiplikation mit bekannten Zahlen	35
2.2.5	Ungleichungen – Division durch bekannte Zahlen.....	36
2.2.6	Ungleichungen – Multiplikation/Division ohne Vorzeicheninformation	36
2.2.7	Beträge	41
2.2.8	Betragsgleichungen und -ungleichungen	41
2.3	Umgang mit dem Summenzeichen.....	43
2.3.1	Einfache Summen.....	43

2.3.2	Rechenregeln für einfache Summen	45
2.3.3	Doppelsummen	45
2.3.4	Rechenregeln für Doppelsummen	46

Teil II: Analysis

3	Analysis	49
3.1	Funktionen.....	49
3.1.1	Begriff.....	49
3.1.2	Nutzen von Funktionen	51
3.1.3	Graph der Funktion	51
3.2	Aufgaben der Analysis	53
3.3	Vorschau	54
4	Elementare Funktionen und ihre Graphen.....	55
4.1	Polynome	55
4.1.1	Allgemeines.....	55
4.1.2	Berechnung von Funktionswerten von Polynomen.....	55
4.1.3	Graphen von Polynomen n-ten Grades, wenn n ungerade ist.....	56
4.1.4	Graphen von Polynomen n-ten Grades, wenn n gerade ist	58
4.1.5	Graphen von Polynomen zweiten Grades.....	59
4.1.6	Parabeln zeichnen	61
4.1.7	Graphen von Polynomen ersten Grades	64
4.1.8	Polynome nullten Grades und ihre Graphen	65
4.2	Exponentialfunktionen	65
4.2.1	Begriff.....	65
4.2.2	Graphen von Exponentialfunktionen.....	66
4.2.3	Zeichnen des Graphen.....	67
4.3	Logarithmusfunktionen.....	68
4.3.1	Begriff.....	68
4.3.2	Graphen von Logarithmusfunktionen	68
5	Verwandte Funktionen und ihre Graphen	69
5.1	Begriffserklärung	69
5.2	Additionen und Subtraktionen.....	70
5.2.1	Addition und Subtraktion zur Funktion.....	70
5.2.2	Addition und Subtraktion zum Argument.....	71

5.3	Multiplikationen	72
5.3.1	Multiplikation der Funktion mit (-1)	72
5.3.2	Multiplikation des Arguments mit (-1)	72
5.4	Betragsbildungen.....	73
5.4.1	Betragsbildung im Argument.....	73
5.4.2	Von der Funktion zum Betrag der Funktion	74
6	Kurvendiskussion	77
6.1	Begriff und Aufgabenstellung	77
6.2	Definitionsbereich.....	78
6.2.1	Bestimmung des Definitionsbereiches	78
6.2.2	Beschreibung des Definitionsbereiches.....	79
6.2.3	Definitionsbereich als Lösung einer Ungleichung.....	79
6.2.4	Definitionsbereich als Lösung von Betragsgleichungen.....	81
6.2.5	Definitionsbereiche der Grundfunktionen	81
6.2.6	Definitionsbereiche verwandter Funktionen.....	82
6.3	Randuntersuchungen.....	84
6.3.1	Grundfunktionen	84
6.3.2	Beliebige Funktionen	85
6.3.3	Unbestimmte Ausdrücke	87
6.4	Wertebereich	88
6.4.1	Begriff und Bedeutung	88
6.4.2	Wertebereiche der Grundfunktionen	89
6.4.3	Wertebereiche verwandter Funktionen	90
6.4.4	Wertebereiche beliebiger Funktionen.....	93
6.5	Schnittpunkte mit den Achsen.....	93
6.5.1	Schnittpunkt mit der senkrechten Achse.....	93
6.5.2	Schnittpunkte mit der waagerechten Achse.....	94
6.6	Ausblick	96
7	Eigenschaften von Funktionen	97
7.1	Stetigkeit	97
7.1.1	Definition.....	97
7.1.2	Konsequenzen von Stetigkeit und Unstetigkeit.....	98
7.1.3	Arten der Unstetigkeit	99
7.1.4	Suche nach Unstetigkeitsstellen	100
7.2	Beschränktheit.....	102

7.2.1	Definitionen	102
7.2.2	Stetigkeit und Beschränktheit.....	103
7.3	Monotonie.....	104
7.3.1	Definitionen	104
7.3.2	Rechnerische Bestimmung des Monotonieverhaltens	106
7.3.3	Stetigkeit und Monotonie.....	107
7.4	Umkehrfunktion	108
7.4.1	Fragestellung.....	108
7.4.2	Berechnung der Umkehrfunktion.....	110
7.5	Mittelbare Funktionen: Funktionen von Funktionen	111
8	Differentialrechnung.....	117
8.1	Vorbemerkung, Bilanz, Ausblick	117
8.2	Der erste Ableitungswert.....	117
8.2.1	Begriff und Bedeutung	117
8.2.2	Symbolik.....	118
8.3	Berechnung des ersten Ableitungswertes: Theorie.....	119
8.4	Berechnung des ersten Ableitungswertes: Praxis	120
8.4.1	Erster Ableitungswert und erste Ableitungsfunktion.....	120
8.4.2	Erste Ableitungsfunktion von wichtigen Grundfunktionen.....	120
8.4.3	Faktor- und Summenregel	122
8.4.4	Produktregel	123
8.4.5	Quotientenregel.....	124
8.5	Kettenregel.....	124
8.6	Logarithmisches Differenzieren	127
9	Kurvendiskussion (Fortsetzung)	129
9.1	Bedeutung des ersten Ableitungswertes für den Graphen.....	129
9.1.1	Anstieg der Tangente.....	129
9.1.2	Waagerechte Tangente.....	132
9.1.3	Existenz des ersten Ableitungswertes	133
9.2	Bedeutung der ersten Ableitungsfunktion für den Graphen	136
9.2.1	Grundsätzliches.....	136
9.2.2	Nullstellen der ersten Ableitung.....	138
9.3	Zweite Ableitungsfunktion	139
9.3.1	Begriff und Berechnung.....	139
9.3.2	Bedeutung für die Kurvendiskussion	139

9.3.3	Kriterien und hinreichende Bedingungen für relative Extrema	142
9.3.4	Lösung von Extremwertaufgaben.....	142
9.3.5	Höhere Ableitungsfunktionen.....	144
9.4	Ableitungsfunktionen nicht überall differenzierbarer Funktionen.....	144
9.5	Grenzwerte unbestimmter Ausdrücke	145
10	Funktionen zweier Veränderlicher	147
10.1	Begriff, Vorstellung, Graph	147
10.1.1	Aufgabenstellung	147
10.1.2	Veranschaulichung.....	149
10.1.3	Möglichkeiten und Grenzen	151
10.2	Zahlenmäßige Informationen zum Graphen	152
10.2.1	Erste partielle Ableitungswerte	152
10.2.2	Das totale Differential.....	155
10.2.3	Waagerechte Tangentialebenen.....	157
10.3	Differentialrechnung für Funktionen zweier Veränderlicher	159
10.3.1	Theorie und Praxis	159
10.3.2	Zusätzliche Regel des partiellen Differenzierens.....	160
10.3.3	Beispiele	160
10.3.4	Bezeichnungen.....	163
10.4	Höhere partielle Ableitungen	163
10.5	Bestimmung von Hoch- und Tiefpunkten	164
10.6	Linien gleicher Funktionswerte: Niveaulinien.....	167
10.6.1	Begriff und Beispiel	167
10.6.2	Ermittlung von Niveaulinien.....	169
10.6.3	Höhenlinien.....	172
11	Funktionen mit mehr als zwei Veränderlichen	173
11.1	Begriff.....	173
11.2	Unvorstellbarkeit.....	173
11.3	Erste partielle Ableitungswerte und totales Differential	174
11.4	Differentialrechnung für Funktionen von n Veränderlichen ($n > 2$)	175
11.4.1	Regeln des partiellen Differenzierens.....	175
11.4.2	Gradient	175
11.4.3	Höhere partielle Ableitungsfunktionen	176
11.4.4	Hesse-Matrix	177
11.5	Relative Extremwerte	177

12	Extremalaufgaben	179
12.1	Freie Extremalaufgaben.....	179
12.1.1	Funktionen einer unabhängigen Veränderlichen.....	179
12.1.2	Funktionen mehrerer unabhängiger Veränderlicher.....	184
12.2	Nebenbedingungen in Ungleichungsform.....	184
12.2.1	Funktionen einer unabhängigen Veränderlichen.....	184
12.2.2	Funktionen mehrerer unabhängiger Veränderlicher.....	186
12.3	Nebenbedingungen in Gleichungsform.....	187
12.3.1	Funktionen einer unabhängigen Veränderlichen.....	187
12.3.2	Funktionen von zwei und mehr unabhängigen Veränderlichen.....	187
12.3.3	Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren: Einführung.....	188
12.3.4	Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren: Ausblick.....	189
13	Analysis und Betriebswirtschaftslehre	191
13.1	Preis-Absatz-Funktionen.....	191
13.2	Angebotsmonopolisten.....	192
13.3	Sättigungsprozess.....	195
13.4	Gewinnmaximum und Durchschnittskosten.....	195
13.5	Rentabilität und Marktanteil.....	196
13.6	Gewinnmaximierung.....	197
13.7	Monotonie der Nachfrage.....	198
13.8	COBB-DOUGLAS-Funktion.....	198
13.9	Stückkostenkurve und Grenzkosten.....	199
13.10	Grenzerträge.....	199
13.11	Zwei Güter.....	201
13.12	Minimalkostenkombinationen.....	202
13.13	Output-Maximierung.....	204

Teil III: Folgen, Reihen und Finanzmathematik

14	Folgen mit Reihen	207
14.1	Folgen als spezielle Funktionen.....	207
14.2	Beschränktheit und Monotonie, alternierende Folgen.....	208
14.2.1	Beschränktheit von Folgen.....	208
14.2.2	Monotonie von Folgen.....	208
14.2.3	Alternierende Folgen.....	209
14.3	Konvergenz und Divergenz von Folgen.....	209

14.3.1	Das Problem mit dem Unendlichen.....	209
14.3.2	Definitionen der bestimmten Divergenz.....	211
14.3.3	Definition der Konvergenz	212
14.3.4	Unbestimmte Ausdrücke	213
14.3.5	Grenzwertsätze.....	214
14.4	Rekursiv beschriebene Folgen	215
14.5	Reihen.....	218
14.5.1	Begriff, Reihen als spezielle Folgen	218
14.5.2	Untersuchung von Reihen	219
14.5.3	Geometrische Reihen	222
14.5.4	Konvergenz von Reihen	224
14.6	Grenzwert einer Funktion	226
15	Grundzüge der Finanzmathematik	227
15.1	Vorbemerkungen, Begriffe, Zeitstrahl	227
15.2	Zins und Zinseszins bei jährlicher Verzinsung	228
15.2.1	Die Zinseszinsformel	228
15.2.2	Diskontieren.....	230
15.2.3	Berechnung von Zinssätzen.....	233
15.2.4	Laufzeitformel.....	234
15.3	Unterjährige und stetige Verzinsung.....	234
15.3.1	Unterjährige Verzinsung	234
15.3.2	Stetige Verzinsung	236
15.4	Ein- und Rückzahlung innerhalb desselben Jahres	236
15.4.1	Vorbemerkung: Bankjahr und Bankmonate	236
15.4.2	Einfache Verzinsung	237
15.5	Mindestens ein Jahreswechsel zwischen Ein- und Rückzahlung	239
15.6	Verzinsung von Ratenverträgen.....	241
15.6.1	Aufgabenstellung	241
15.6.2	Zwei wichtige Summenformeln	242
15.6.3	Kapitalentwicklung bei Ratenverträgen	243
15.7	Renten.....	244
15.7.1	Grundbegriffe, Aufgabenstellung.....	244
15.7.2	Nachschüssige Renten	245
15.7.3	Vorschüssige Renten.....	247
15.8	Tilgungen.....	249
15.9	Fairness, Unfairness und effektiver Jahreszins.....	252

Teil IV: Lineare Algebra und Optimierung

16	Lineare Algebra: Matrizen	259
16.1	Allgemeines	259
16.1.1	Der Matrixbegriff.....	259
16.1.2	Der Matrixbegriff in der Mathematik.....	260
16.2	Matrizen-Begriffe.....	261
16.2.1	Zeilen und Spalten, Format.....	261
16.2.2	Vektoren als spezielle Matrizen	262
16.2.3	Beziehungen zwischen Matrizen	262
16.2.4	Transponieren.....	263
16.3	Quadratische Matrizen	264
16.3.1	Diagonalen	264
16.3.2	Diagonal- und Einheitsmatrix	264
16.3.3	Symmetrie	265
16.4	Einfache Rechenregeln für Matrizen.....	265
16.4.1	Addition und Subtraktion, Nullmatrix	265
16.4.2	Multiplikation einer Matrix mit einer Zahl	266
16.5	Matrizenmultiplikation.....	267
16.5.1	Herstellbarkeit von Matrizenprodukten	267
16.5.2	Vertauschbarkeit	269
16.5.3	Rechenregeln.....	269
16.5.4	Besonderheiten der Nullmatrix.....	269
16.5.5	Einselement der Matrizenmultiplikation.....	270
16.5.6	Division von Matrizen	271
16.6	Inverse Matrix	272
16.6.1	Fragestellung.....	272
16.6.2	Definition der inversen Matrix	272
16.6.3	Inverse von Diagonalmatrizen	274
16.6.4	Lösung einer Matrixgleichung mit quadratischer Matrix	274
16.6.5	Eindeutigkeit der Inversen.....	276
17	Lineare Algebra: Determinanten	277
17.1	Der Determinantenbegriff	277
17.2	Bedeutung der Determinante.....	277
17.3	Berechnung von Determinanten.....	278
17.3.1	Zweireihige Determinanten.....	278

17.3.2	Dreireihige Determinanten – die Regel von Sarrus.....	278
17.3.3	n -reihige Determinanten – der Entwicklungssatz	279
17.4	Determinanten spezieller Matrizen.....	283
17.5	Weitere Determinantengesetze.....	285
17.6	Anwendungen	285
17.6.1	Cramer'sche Regel.....	285
17.6.2	Berechnung der Inversen von (2,2)-Matrizen.....	287
18	Lineare Gleichungssysteme.....	289
18.1	Definition, Darstellungsformen und Begriffe	289
18.2	Quadratische Gleichungssysteme	292
18.2.1	Lösungssituationen	292
18.2.2	Theorie mit Determinanten.....	295
18.2.3	Praxis I: Basisversion des Gauß'schen Algorithmus	296
18.2.4	Praxis II: Der Gauß'sche Algorithmus mit freier Pivotwahl	305
18.3	Unterbestimmte lineare Gleichungssysteme	310
18.3.1	Definition und mögliche Lösungssituationen.....	310
18.3.2	Basisversion und freie Pivotwahl.....	310
18.3.3	Kanonische Form und Basislösungen	315
19	Lineare Algebra und Betriebswirtschaftslehre	319
19.1	Rohstoffe und Endprodukte	319
19.2	Mehrstufige Produktion	324
19.3	Maschinenzeitfonds	326
20	Lineare Optimierung	331
20.1	Aufgabenstellung	331
20.1.1	Allgemeines.....	331
20.1.2	Das Standard-Maximumproblem der LO.....	332
20.1.3	Das Standard-Minimumproblem der LO	333
20.2	Beispiele	333
20.2.1	Akademisches Beispiel	333
20.2.2	Anwendung: Optimales Produktionsprogramm	334
20.2.3	Anwendung: Diätproblem.....	335
20.3	Grafische Lösung.....	336
20.3.1	Zulässiger Bereich und Ecken	337
20.3.2	Zielfunktion	340
20.3.3	Lösung des Diätproblems	342

20.4	Weitere grafisch lösbare angewandte Aufgabenstellungen	344
20.4.1	Das Gärtnerproblem	344
20.4.2	Die Raffinierieraufgabe	345
20.4.3	Die Kaffeeaufgabe	345
20.4.4	Die Meterwarenaufgabe	345
20.4.5	Die Kohletransportaufgabe.....	346
20.4.6	Die Kreditangebotsaufgabe	346
20.4.7	Die Reiseplanungsaufgabe.....	346
20.4.8	Die Zuschnittaufgabe.....	347
20.4.9	Die Aktienanlageaufgabe	347
20.5	Rechnerische Lösung von LOP (Ausblick).....	347
20.5.1	Schlupfvariable	347
20.5.2	Basislösungen	349
20.5.3	Hauptsatz der linearen Optimierung	350
20.5.4	Austauschverfahren.....	351
20.5.5	Simplex-Algorithmus	352
 Weiterführende und vertiefende Literatur		353
 Sachwortverzeichnis		355