

Albrecht Beutelspacher | Rainer Danckwerts
Gregor Nickel | Susanne Spies | Gabriele Wickel

Mathematik Neu Denken

Albrecht Beutelispacher | Rainer Danckwerts
Gregor Nickel | Susanne Spies | Gabriele Wickel

Mathematik Neu Denken

Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten

STUDIUM



VIEWEG+
TEUBNER

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Prof. Dr. Dr. h. c. Albrecht Beutelspacher
Justus-Liebig-Universität Gießen
Mathematisches Institut
Arndtstraße 2
35392 Gießen

albrecht.beutelspacher@math.uni-giessen.de

Prof. Dr. Rainer Danckwerts
Universität Siegen
Department Mathematik
Didaktik der Mathematik
Walter-Flex-Str. 3
57068 Siegen

danckwerts@mathematik.uni-siegen.de

Prof. Dr. Gregor Nickel
Universität Siegen
Department Mathematik
Funktionalanalysis und Philosophie
der Mathematik
Walter-Flex-Str. 3
57068 Siegen

nickel@mathematik.uni-siegen.de

Susanne Spies | Gabriele Wickel
Universität Siegen
Department Mathematik
Didaktik, Philosophie und Geschichte
der Mathematik
Walter-Flex-Str. 3
57068 Siegen

spies@mathematik.uni-siegen.de
wickel@mathematik.uni-siegen.de

Das Projekt MATHEMATIK NEU DENKEN wurde von der Deutschen Telekom Stiftung unterstützt.
Dieses Buch fasst die Ergebnisse ausführlich und kommentiert zusammen.

1. Auflage 2011

Alle Rechte vorbehalten
© Vieweg+Teubner Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2011
Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Barbara Gerlach
Vieweg+Teubner Verlag ist eine Marke von Springer Fachmedien.
Springer Fachmedien ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.viewegteubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg
Druck und buchbinderische Verarbeitung: AZ Druck und Datentechnik, Berlin
Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier
Printed in Germany

ISBN 978-3-8348-1648-1

Vorwort

Dieses Buch markiert den (vorläufigen) Abschluss des Projekts *Mathematik Neu Denken*, eines Tandemprojekts an den Universitäten Gießen und Siegen zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt (Projektleitung: Prof. Dr. A. Beutelspacher (Gießen), Prof. Dr. R. Danckwerts, Prof. Dr. G. Nickel (beide Siegen)). Im Buch spiegeln sich die Erfahrungen aus dem mehrjährigen Pilotprojekt zur Erprobung der Neugestaltung des ersten Studienjahrs ebenso wider wie die programmatische Arbeit an Empfehlungen zur Neuorientierung der gesamten universitären Phase.

Die Universitätsleitungen und die beteiligten Fachbereiche haben die Durchführung der Pilotphase ermöglicht und nach Kräften unterstützt. Diese Praxisphase wäre undenkbar gewesen ohne die engagierte Mitwirkung aller beteiligten wissenschaftlichen und studentischen Mitarbeiter und der Studierenden an beiden Standorten. Ein besonderer Dank gilt Prof. Dr. W. Hein (Universität Siegen), der die Startphase des Projekts maßgeblich unterstützt und die erste Analysis-Vorlesung übernommen hat.

Die *Empfehlungen zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt* (vgl. Empfehlungen 2010), die konzeptionell eine Basis der vorliegenden Publikation bilden, sind 2009/10 in intensivem Austausch mit folgenden Kolleginnen und Kollegen aus der Mathematik und ihrer Didaktik entstanden: Prof. Dr. L. Hefendehl-Hebeker (Universität Duisburg-Essen), Prof. Dr. J. Sjuts (Universität Osnabrück und Studienseminar Leer), Prof. Dr. H.-O. Walther (Universität Gießen) und (assoziiert) Prof. Dr. M. Neubrand (Universität Oldenburg). Darüber hinaus haben Prof. Dr. B. Artmann (Universität Göttingen), Prof. Dr. T. Bauer (Universität Marburg) und Prof. Dr. N. Henze (Universität Karlsruhe) die Arbeit der Gruppe durch ihre Expertise bereichert. In diesem Sinne haben alle Genannten an Teilen dieses Buches mitgewirkt. Wir möchten allen für die produktive und inspirierende Zusammenarbeit herzlich danken.

Das gesamte Projekt wurde von der Deutschen Telekom Stiftung in großzügigster Weise gefördert. Wir danken dem Vorsitzenden der Stiftung, Herrn Dr. Klaus Kinkel, dass er das Projekt initiiert und während der gesamten Laufzeit mit großem persönlichen Einsatz begleitet hat.

Gießen und Siegen
im August 2011

Albrecht Beutelspacher
Rainer Danckwerts
Gregor Nickel
Susanne Spies
Gabriele Wickel

Inhalt

1	Mathematiklehrerbildung Neu Denken!	1
2	Ausgangslage und Ziele	5
2.1	Empirische Befunde	5
2.2	Desiderate	10
3	Den Anfang anders machen! – Projekterfahrungen	21
3.1	Schul- und Berufsfeldbezug von Anfang an	22
3.2	Historische und mathematikphilosophische Elemente	27
3.3	Methodische Neuorientierung in der Praxis	29
4	Ideen und Materialien zu einer <i>Schulanalysis vom höheren Standpunkt</i>	31
4.1	Erstes Beispiel: Der Ableitungsbegriff	32
4.2	Zweites Beispiel: Der Themenkreis Extremwertprobleme	41
4.3	Drittes Beispiel: Die Vollständigkeit der reellen Zahlen	45
4.4	Epilog	50
5	Analysis – Historische und philosophische Aspekte	51
5.1	Beispiele für Aufgaben zum historischen oder philosophischen Kontext . .	52
5.2	Infinitesimalmathematik in Antike und Mittelalter	61
5.3	Die Genese des Begriffs der gleichmäßigen Konvergenz	74
5.4	Die Mengenlehre Georg CANTORS	79
6	Ideen und Materialien zur <i>Analytischen Geometrie und Linearen Algebra</i>	91
6.1	Klassische Themen anders präsentieren	92
6.2	Inhalte reflektieren und vernetzen	100
6.3	Software-Praktikum zur <i>Analytischen Geometrie und Linearen Algebra</i> . . .	104

7	Elementare Geometrie und Algebra	111
7.1	Elementare Geometrie	111
7.2	Elementare Algebra	129
8	Methoden Neu Denken	149
8.1	Die universitäre Lernumgebung	149
8.2	Kooperative Übungsformen	150
8.3	Arbeiten in Präsenzübungsphasen	158
8.4	Erweiterung der universitären Lernumgebung	162
8.5	Neuorientierung der Leistungsbeurteilung	169
9	Erfolge der Projektidee	175
9.1	Externe Evaluation	175
9.2	Interne Dokumentation	180
10	Das volle Studium im Blick – Empfehlungen	187
10.1	Übergreifende Ziele	187
10.2	Elemente eines idealtypischen Studienplans	192
10.3	Zusammenfassung	204
	Ausblick	207
	Materialien	209
	Literatur	213