
Studienbücher Wirtschaftsmathematik

Herausgegeben von
Prof. Dr. Bernd Luderer, TU Chemnitz

Die Studienbücher Wirtschaftsmathematik behandeln anschaulich, systematisch und fachlich fundiert Themen aus der Wirtschafts-, Finanz- und Versicherungsmathematik entsprechend dem aktuellen Stand der Wissenschaft.

Die Bände der Reihe wenden sich sowohl an Studierende der Wirtschaftsmathematik, der Wirtschaftswissenschaften, der Wirtschaftsinformatik und des Wirtschaftsingenieurwesens an Universitäten, Fachhochschulen und Berufsakademien als auch an Lehrende und Praktiker in den Bereichen Wirtschaft, Finanz- und Versicherungswesen.

Thomas Müller

Finanzrisiken in der Assekuranz

Moderne Finanz- und Risikokonzepte in
der Versicherungswirtschaft

 Springer Gabler

Thomas Müller
Basel, Schweiz

ISBN 978-3-8348-1906-2
DOI 10.1007/978-3-8348-2307-6

ISBN 978-3-8348-2307-6 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2013

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Planung und Lektorat: Ulrike Schmickler-Hirzebruch | Barbara Gerlach

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Gabler ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-gabler.de

Vorwort

Thema des Buches sind die Finanzrisiken in der Assekuranz. Die Risikolandschaft in der Assekuranz ist vielfältig. Um sich einen Überblick zu verschaffen, teilt man die Risiken ein und betrachtet beispielsweise operationelle, politische oder regulatorische Risiken. Dabei ragen zwei Grundrisiken heraus – das versicherungstechnische Risiko und das Finanzrisiko des Kapitalmarktes.

Zunächst zum sogenannten versicherungstechnischen Risiko: Darunter versteht man das Risiko, welches eigentlich die Geschäftsgrundlage dieses Wirtschaftszweiges bildet; also bei einem Schadenversicherer das Risiko eines Schadenfalls, sei dies nun ein Diebstahl, ein Brand oder ein Hagelunwetter. Dass die Schadenversicherungen oft einfach als Nichtlebensversicherer bezeichnet werden, zeigt das Gewicht der Lebensversicherungen in der Assekuranz. Bei der Lebensversicherung stellt der Tod, die Erwerbsunfähigkeit oder bei einem Rentenanspruch das lange Leben einer versicherten Person das versicherungstechnische Risiko dar.

Um das versicherungstechnische Risiko einschätzen zu können, werden in den Versicherungsunternehmen geeignete Statistiken erstellt. Die Kenntnis dieser Risiken stellt die Kernkompetenz der Versicherer dar. Auf diesem Wissen bauen ihre Produkte, ihre Versicherungsdeckungen und ihre Prämienkalkulationen auf. So kann der Versicherer dem Kunden ein großes Risiko abnehmen und selbst tragen. Dabei hilft selbstverständlich, dass die einzelnen übernommenen Risiken weitgehend unabhängig sind, weshalb es große Diversifikationseffekte bei der Zusammenfassung der Risiken gibt. Bei einzelnen, großen versicherungstechnischen Risiken wie Naturkatastrophen, also Sturm, Hagel, Überschwemmungen, bietet die Rückversicherungsindustrie ihre Dienste an und verteilt diese Großrisiken so weit über den Globus, dass auch diese Risiken von der Versicherungsindustrie getragen werden können.

Die Versicherer sind aber nicht allein dem versicherungstechnischen Risiko ausgesetzt. Sie kalkulieren ja nicht nur diese Versicherungsrisiken und überlassen die Abwicklung anderen, sondern sie nehmen von ihren Kunden Beiträge, auch Prämien genannt, ein und müssen die Versicherungsansprüche mit Geldzahlungen begleichen. Zwischen Beitragszahlung und Begleichung der Versicherungsansprüche liegen selbst bei den Schadenversicherern im Mittel mehrere Jahre. Bei den Lebensversicherern liegen im Mittel mehrere Jahrzehnte dazwischen. In dieser Zeit lagern die Gelder nicht in den Kellern der Versicherungsunternehmen, sondern sie werden selbstverständlich angelegt. Damit setzt sich das Versicherungsunternehmen dem Kapitalmarkt und seinen Finanzrisiken aus. Beim Vergleich der unterschiedlichen Risikoarten hat sich gezeigt, dass das Finanzrisiko wohl das bedeutendste Risiko der Assekuranz darstellt. Woran liegt das?

Im Vergleich zu dem versicherungstechnischen Risiko, wo abgesehen von den Großrisiken das Gesetz der großen Zahlen gilt und ein erheblicher Teil des Risikos wegdiversifiziert wird, gibt es gar nur eine Handvoll von einzelnen Finanzrisiken. Damit ist der Diversifikationseffekt hier viel geringer, im Gegenteil, anstatt einer risikomindernden Diversifikation kann es sogar noch Ansteckungseffekte geben.

Es gibt keine ähnlich leistungsfähige Rückversicherungsindustrie für die Finanzrisiken wie bei den versicherungstechnischen Groß- und Kumulrisiken und das liegt auch an diesen

Ansteckungseffekten. Es ist kaum üblich, Finanzrisiken abzusichern. Anders als bei den Versicherungsrisiken, wo die Großrisiken von den Rückversicherern breit gestreut werden, stellt sich bei den Finanzrisiken die Frage, ob die Absicherungsinstrumente bei den großen Ansteckungseffekten im Bedarfsfall auch taugen. Schon bevor in der Finanzkrise 2008 die Anfälligkeit des internationalen Finanzgefüges offenkundig wurde, hatten die staatlichen Aufsichtsämter mit der Einführung neuartiger Aufsichtsnormen begonnen. In der Aktienkrise Anfang des Jahrtausends wurde offenkundig, dass die bisherigen Eigenmittelanforderungen insbesondere bezüglich der Kapitalmarktrisiken unzureichend und zu pauschal waren. So verlangten beispielsweise die Eigenmittelanforderungen bei klassischen Lebensversicherungen, die Rückstellungen einfach mit vier Prozent an Eigenmitteln zu unterlegen, unabhängig davon, wie das Vermögen angelegt war. Da Lebensversicherer bei ihrem konventionellen Geschäft Nominalverpflichtungen haben, kommt die Anlage in Anleihen den Verpflichtungen am nächsten und führt damit zu einem viel kleineren Risiko als bei einer hohen Aktienquote. Allerdings stammt diese alte pauschale Regelung aus einer Zeit, in der die Aktienquote im Anlageportfolio der Lebensversicherer beschränkt war. Im Zuge der Deregulierung wurde diese Einschränkung abgeschafft und die alte, einfache Regel zur Ermittlung der Eigenmittelanforderungen passte nicht mehr zu der neuen Freiheit.

Die Europäische Union wollte nun ein neues Konzept mit risikobasierten Eigenmittelanforderungen erstellen. Die Schweiz hat dieses Konzept als SST, „Swiss Solvency Test“, inzwischen schon eingeführt. Dabei müssen sich die Eigenmittel an den Risiken orientieren. Hat ein Versicherungsunternehmen die großen versicherungstechnischen Risiken rückversichert und sein Vermögen entsprechend seinen Verpflichtungen angelegt, hat es ein kleineres versicherungstechnisches und auch ein kleineres Finanzrisiko und muss entsprechend kleinere Eigenmittelanforderungen erfüllen. Soweit ist dieses neue Konzept sicher unbestritten. Allerdings muss man sich dessen bewusst sein, dass man Risiken nicht so einfach messen kann und auch keine einheitliche Meinung darüber besteht, wie Risiken gemessen und bewertet werden sollen. Da es sich zudem um eine Aufsichtsnorm handelt und eben nicht nur um einen „Test“, den man durchführt und dann bei Nichtbestehen beiseite legt, besteht darin eine gewisse Problematik, die bei den auf einfach nachprüfbar Regeln basierten Aufsichtsnormen früher so nicht gegeben war.

In diesem Buch werden die gesellschaftlichen Ziele sowie die mathematischen Hintergründe der Aufsichtsnormen beleuchtet, ohne dass eine umfassende Darstellung aller konkreten Anforderungen im Einzelnen angestrebt wird, die sich im politischen Prozess sowieso weiterentwickeln werden. Für eine vollständige Beschreibung wird auf die rechtsverbindlichen Dokumente der Aufsichtsbehörden verwiesen.

Außerdem wird der mathematische Hintergrund zur Risikomessung und zur Aggregation der Einzelrisiken zum Gesamtrisiko behandelt. Da es insbesondere um die Finanzrisiken geht, werden zentrale Elemente der modernen Finanzmathematik erläutert. Mit Optionen, sei es auf Aktien, Anleihen oder Zinsswaps, können finanzielle Risiken, wie Aktienschwankungen oder auch Änderungen der Marktzinsen, abgesichert werden. Deshalb eignen sich diese Instrumente auch für eine Bewertung des Risikos, schließlich gibt das Preisgefüge von Optionen wieder, wie der Finanzmarkt das Risiko einschätzt. Dabei ist der theoretische, mathematische Hintergrund recht komplex und anspruchsvoll. Man stützt sich hier auf die moderne Wahrscheinlichkeitstheorie. Dazu betrachtet man Zufallsprozesse, also Zufallsvariablen, die sich über die Zeit entwickeln. Diese Betrachtung gibt ein konsistentes Bild der Zufallsentwicklung, indem die Vorhersagen umso unsicherer werden, je weiter man in die Zukunft geht.

Dabei nimmt die Unsicherheit nicht linear, sondern wie bei allen Diffusionsprozessen mit der Quadratwurzel der Zeit zu. Diese mit diversen Nobelpreisen geadelten Theorien gehören heute zum Allgemeinwissen der Ökonomen. Mit dem hier aufgezeigten Zugang soll der Praktiker diese Theorien verstehen und ihre Annahmen, Wirkungsweise und auch die quantitativen Zusammenhänge einsehen. Es soll das Verständnis der Zusammenhänge vermittelt werden. Dies ist nicht dasselbe wie der mathematische Beweis einer Formel. Ohne ein geeignetes ökonomisches Modell kann kein Wirtschaftsgut bewertet werden. Die diesbezüglichen Annahmen zu verstehen, ist für die Verantwortlichen und die Entscheidungsträger mindestens so wichtig, wie die Richtigkeit der mathematischen Herleitung im angenommenen Modellrahmen. Schließlich müssen sie entscheiden, ob und welche Optionen sie allenfalls zur Absicherung des Risikos kaufen sollen und inwiefern die Optionspreise Rückschlüsse auf die Größe des Risikos zulassen. Dies sind reale Entscheidungen mit konkreten Konsequenzen und nicht nur theoretische Übungen.

Zu einem wichtigen theoretischen Instrument, der stochastischen Analysis:

Diese kann in Analogie zur klassischen Analysis gesehen werden, mit einem zusätzlichen Aspekt, bei dem nicht nur deterministische Größen, sondern auch Zufallsvariablen Studienobjekte darstellen. Dies führt ähnlich wie in der klassischen Analysis zu einer Fülle von konkreten, quantitativen Aussagen, die sich dann immer auf Zufallsvariablen beziehen und beispielsweise die Weiterentwicklung des Erwartungswertes der betrachteten Zufallsvariablen wie z. B. Aktienkurs oder Optionspreis beschreiben. Dabei werden die bekannten Beziehungen hier in der Denkweise einer stochastischen „Infinitesimalrechnung“ behandelt. Auch die übliche, konventionelle Analysis entwickelte sich historisch auf der Idee kleiner Veränderungen wie beispielsweise kleinen Zeitintervallen Δt . Mit der Grenzwertbildung $\Delta t \rightarrow 0$ fällt der wenig relevante Ballast weg und es ergeben sich oft einfachere, klarere Resultate und eine Fülle neuer Erkenntnisse, sowohl in der Mathematik als auch in der Physik, in den Ingenieurwissenschaften und darüber hinaus. Die Mathematik erkannte später, wie heikel dieser Grenzübergang ist und hat Mittel und Methoden entwickelt, diese intuitiv anschaulichen Schlüsse auf eine klare Basis zu stellen. Die Praktiker, also Physiker, Ingenieure, Wirtschaftswissenschaftler etc. sind aber ganz generell bei ihrem intuitiven Zugang geblieben, stellen Differenzgleichungen für diskrete Zeitschritte auf und betrachten dann den Grenzübergang bei beliebig kleinen Veränderungen. Auch bei der stochastischen Analysis gibt dieser anschauliche Ansatz einen Zugang, der den Praktikern beim Verständnis dieser Theorien und ihrer Konsequenzen helfen soll.

Insbesondere das Modell der Lebensversicherungen beruht auf dem Konzept der stochastischen Prozesse. Bei Lebensversicherungen ist die Zeitkomponente viel zentraler als bei Nichtlebensversicherungen, wo man im Allgemeinen das Risiko für ein Jahr versichert und danach bei schlechtem Schadenverlauf in der Regel die Prämien anpassen kann. Die „Lebensversicherung“ begleitet den Versicherten während vieler Jahre seines Lebens und kann üblicherweise vom Versicherer nicht gekündigt werden. Die garantierten Leistungen und Prämien müssen über die ganze, vieljährige Laufzeit des Vertrages eingehalten werden. Über diese Vertragszeit ändert sich die Versicherungsdeckung, je nachdem, welche versicherten Ereignisse wie Tod, Erleben oder Erwerbsunfähigkeit resp. Berufsunfähigkeit einer der im Vertrag versicherten Person eintreten. Dies führt zu einem diskreten stochastischen Prozess während der Zeit der Vertragsdauer. Das versicherungstechnische Risiko muss sich damit auseinandersetzen, wie sicher die Annahmen zu Sterblichkeit und Invalidierungshäufigkeit sind. Das Finanzrisiko besteht gerade in der Dauer der Verpflichtungen. Besonders in der

aktuellen Tiefzinsphase stellt sich die Frage, wie sicher die eingerechneten, so genannten technischen Zinssätze erwirtschaftet werden können. Bei den langen Dauern in der Lebensversicherung ist es generell üblich, einen Zinssatz in die Leistungen, Prämien und Rückstellungen einzurechnen. Dies scheint in der heutigen Tiefzinsphase ein Problem zu sein, hat man doch noch in erheblichem Umfang Bestände mit Vertragsbeginn vor 10 oder 20 Jahren. Seinerzeit waren die Marktzinsen deutlich höher und entsprechend hatte man damals höhere Zinssätze eingerechnet. Da Prämie und Versicherungssumme wesentlicher Bestandteil des Versicherungsvertrages sind und auch auf der Police, d.h. dem Versicherungsschein, ausgewiesen sind, kann man sie bei den langjährig laufenden Verträgen nicht mehr anpassen. Prämie und Versicherungssumme sind aber über den eingerechneten technischen Zinssatz verbunden. Bei einem tieferen erwirtschafteten Zinssatz genügt die Prämie bei gleichen Risiko- und Kostenannahmen nicht, um die ausgewiesene Versicherungssumme zu erwirtschaften.

In den ersten Abschnitten des Buches werden die Zinssensitivität von Prämie, Reserve und Versicherungssumme sowie die Duration dieser Cashflows behandelt. Gerade der Begriff der Duration eines Cashflows ist eng mit dem Zinsrisiko verbunden, welches meistens das bedeutendste Finanzrisiko und oft die größte Risikokomponente überhaupt darstellt. Wegen dieser großen Bedeutung des Zinsrisikos und ganz generell von Zinsfragen werden die gängigen stochastischen Zinsmodelle behandelt. Die hergeleiteten finanzmathematischen Formeln, beispielsweise für die Bewertung von Optionen, sind allgemein bekannt und finden sich in den meisten Lehrbüchern zur modernen Finanzmathematik. Die Formeln zum klassischen Aufbau der Lebensversicherungsmathematik stehen in den klassischen wie in neueren Lehrbüchern. Dabei wird in diesen Lehrbüchern der Begriff der Duration noch nicht im Zusammenhang mit den Cashflows der Lebensversicherung, also beispielsweise den an das Leben des Versicherten gebundenen Rentenzahlungen, betrachtet. Zudem finden sich die Ausführungen zu kontinuierlichen Rentenzahlungen, zur Lebenserwartung und zur Duration der Leibrenten bisher nicht in Lehrbüchern und nur zum Teil in der Literatur.

Prof. Dr. Bernd Luderer danke ich insbesondere dafür, dass er mit seiner Initiative dieses Buchprojekt überhaupt erst ermöglicht hat und Frau Schmickler-Hirzebruch danke ich für ihr Engagement und ihre Hilfe bei der Umsetzung

Mein besonderer Dank gilt Luigi Bertolotti, Aktuar SAV, für seine Anregungen und seine kritischen Anmerkungen zu den Berechnungen. Nicht zuletzt danke ich meiner Frau für ihre wertvolle Unterstützung beim Schreiben des Buchtextes.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
Inhaltsverzeichnis	9
1 Theorie und Wirklichkeit	15
1.1 Systematik der Wissenschaften.	15
1.2 Wo findet sich hier die Aktuarwissenschaft?	16
1.3 Wahrscheinlichkeitsbasierte Sicherheitskonzepte	17
1.4 Wechselwirkung von Modell und Wirklichkeit	18
1.5 Bewertung von Verpflichtungen: Buchwerte und Marktwerte.	18
1.6 Regelbasierte versus prinzipienbasierte Anforderungen	19
1.7 Mathematische Korrektheit versus Verständlichkeit und Interpretierbarkeit für Anwender	21
1.8 Theorie und Wirklichkeit	22
1.9 Betriebswirtschaftliche Theorie und Unternehmenswirklichkeit	23
1.10 Was soll in einem Unternehmen bewertet werden?	25
1.11 Die unterschiedlichen Bewertungsansichten	27
1.12 Mathematik und Unternehmensbewertung	31
1.13 Verwendete mathematische Hilfsmittel	32
1.14 Übungsaufgaben und Fragen.	34
1.15 Literatur	34
2 Bewertungen.	35
2.1 Bewertung von Wirtschaftsgütern	35
2.2 Übersicht zu Bewertungsarten	36
2.3 Cashflows	37
2.4 Die wichtigsten Standard-Cashflows generell und speziell bei Lebensversicherungen.	38
2.5 Übungsaufgaben/Fragen	44
2.6 Literatur	44
3 Duration, Konvexität und Dispersion.	45
3.1 Duration und Ableitung des Barwertes nach dem Diskontierungszins	45
3.2 Duration von ewigen und temporären Renten (Zeitrenten)	48
3.3 Konvexität, Dispersion und Taylor-Reihen	49
3.3.1 Konvexität	49
3.3.2 Dispersion	50
3.3.3 Die Ableitung der Duration und die Dispersion	51
3.3.4 Konvexität und Dispersion bei Zeitrenten für den Zinssatz $i_0 = 0$	52
3.3.5 Näherungsformel für jährliche Amortisationsbeträge	53
3.3.6 Rekursive Berechnung des Zinssatzes.	55
3.3.7 Grafik zur Abhängigkeit des Barwertes vom Zinssatz	56

3.4	Taylor-Reihen und wiederholtes Aufsummieren der diskontierten Cashflow-Zahlungen	57
3.5	Duration und Konvexität bei Rentenbarwerten in der Lebensversicherung	60
3.6	Übungsaufgaben und Fragen.	63
3.7	Literatur.	64
4	Zinssensitivität	67
4.1	Exponentialdarstellung der Zinsvariation	67
4.1.1	Ableitungen	67
4.1.2	Integrale	68
4.1.3	Frühere Beispiele, neu betrachtet in der Exponentialdarstellung	68
4.1.4	Generelle Bemerkungen.	70
4.2	Reserveänderung bei Zinsvariation in der Lebensversicherung	71
4.2.1	Prämien- und Leistungs-Cashflows	71
4.2.2	Differentialgleichung	71
4.2.3	Beispiel 4.1 für eine aufgeschobene Rente	72
4.2.4	Integral zur Bestimmung der Reserveauffüllung	74
4.2.5	Zinssensitivität bei einzelnen Produkten in der Lebensversicherung.	75
4.2.6	Beispiel 4.2 für die Reserveerhöhung bei einem Leibrentenportefeuille.	75
4.3	Zinssatzvariation: Prämie bei gleicher Leistung resp. Leistung bei gleicher Prämie	79
4.3.1	Differentialgleichung	79
4.3.2	Integral	80
4.4	Sparprozess	80
4.4.1	Beispiele 4.4 a-e für die Änderung der Versicherungssumme bei Zinsreduktion	82
4.4.2	Darstellung der Zinssensitivität von Prämien und Leistungen	88
4.5	Übungsaufgaben und Fragen.	89
4.6	Literatur.	90
5	Zinssensitivität von Leibrenten und Sterblichkeitsannahmen	91
5.1	Barwert und Duration von Leibrenten-Cashflows	91
5.1.1	Kontinuierliche Rentenzahlung.	91
5.1.2	Linear fallende diskontierte Rentenzahlung, Sterbe-gesetz nach de Moivre	92
5.1.3	Sterbe-gesetze von Gompertz und Makeham und die Gamma-Verteilung	93
5.1.4	Übergang zum kontinuierlichen Fall	95
5.1.5	Sterblichkeitsintensität und mehrjährige Überlebenswahrscheinlichkeit	96
5.1.6	Rentenbarwerte im kontinuierlichen Fall	97
5.1.7	Berechnung der Rentenbarwerte im Modell von Makeham mit der Gammaverteilung	98
5.1.8	Die Lebenserwartung beim Gompertz-schen Sterbe-gesetz.	99
5.1.9	Herleitung der Restterme bei der Lebenserwartung beim Gompertz-schen Sterbe-gesetz	102

5.1.10	Duration von Rentenbarwerten beim Gompertzchen SterbeGesetz . . .	103
5.1.11	Herleitung der Näherungsformel $D_N(\bar{e}_x^G)$ für $D(\bar{e}_x^G)$	104
5.1.12	Übergang vom Gompertzchen zum Makehamschen SterbeGesetz . . .	105
5.1.13	Erläuterungen zu dem nachfolgend aufgeführten Beispiel und zu den Abbildungen	106
5.1.14	Grafiken zu Beispiel 5.1.	110
5.2	Die Rentenhöhe in Abhängigkeit vom Zinssatz	114
5.2.1	Ableitung des Rentensatzes und der Duration	114
5.2.2	Begrenzung der Ableitung des Rentensatzes nach dem Zinssatz	115
5.2.3	Abhängigkeit des Rentensatzes vom Zinssatz.	115
5.3	Grafische Darstellung	116
5.4	Berücksichtigung diskreter Zahlungen	119
5.4.1	Unterjährige Rentenzahlung.	119
5.4.2	Prämien- und Rentenübertrag	120
5.4.3	Couponzahlung, Stückzinsen und Theta bei Anleihen	123
5.4.4	Theta bei Anleihen	125
5.5	Übungsaufgaben und Fragen.	126
5.6	Literatur.	127
6	Solvency II und die Aggregation verschiedener Risiken	129
6.1	Ermittlung des vorhandenen Risikokapitals („Eigenmittel“)	129
6.2	Ermittlung des Solvenzkapitals	131
6.3	Risikobegriff, Aggregation von Risiken.	132
6.3.1	Risikobegriff	132
6.3.2	Erwartungswert, Varianz, Kovarianz und Korrelation.	134
6.3.3	Aggregieren von Risiken, Vektoraddition und Kosinussatz.	138
6.4	Korrelationsmatrizen in Solvency II.	139
6.5	Cholesky-Zerlegung.	142
6.5.1	Cholesky-Zerlegung der Korrelationsmatrix für die Basissolvenzanforderungen	142
6.5.2	Cholesky- Zerlegung im Allgemeinen	146
6.6	Risikobaum in Solvency II	147
6.7	Risikolandkarte für Solvency II im Standardmodell:	150
6.7.1	Risikobaum	150
6.7.2	Vorgaben der EIOPA zur Bestimmung der Einzelrisiken	151
6.8	Solvenzvorschriften in den USA.	152
6.8.1	Statutarische und marktnahe Bilanz.	152
6.8.2	Quadratwurzelformeln	153
6.8.3	Interpretation der Quadratwurzelformeln mit der Vektoraddition	155
6.9	Solvenzvorschriften in der Schweiz	156
6.9.1	Risikokomponenten und deren Ermittlung bei Lebensversicherungen . .	156
6.9.2	Risikomessung beim SST und bei Solvency II	159
6.9.3	Die SST-Anforderungen bei Nichtlebensversicherungen	160
6.10	Übungsaufgaben und Fragen.	160

6.11	Literatur	161
7	Portfoliotheorie	163
7.1	Bedeutung und Historisches	163
7.2	Beispiele für zwei Anlageklassen	164
7.3	Einführung eines weiteren Kriteriums mit unterschiedlichen Renditen	171
7.4	Erweiterung auf beliebig viele Anlageklassen	173
7.5	Berechnungen von effizienten Portfolios bei mehr als zwei Anlageklassen	175
7.5.1	Generelle Lösung	175
7.6	CAPM, der Beta-Faktor von Aktien und die Sharpe Ratio	183
7.6.1	CAPM und der β -Faktor von Aktien	183
7.6.2	Nachweis der mit dem β -Faktor gegebenen Beziehung zwischen Rendite und Risiko	183
7.6.3	„Sharpe Ratio“ von Portfolios	185
7.7	Ökonomisches Weltbild der Portfoliotheorie: Affinitäten und Unterschiede zu Solvency II	185
7.8	Übungsaufgaben und Fragen	187
7.9	Literatur	188
8	Finanzmarktinstrumente	189
8.1	Begriffe	189
8.2	Preisgefüge bei Derivaten (Optionen etc.)	189
8.3	Gegenüberstellung der Begriffe	192
8.4	Stochastische Analysis für Praktiker	194
8.4.1	Die drei Basispunkte	194
8.4.2	Brownsche Bewegung	196
8.4.3	Brownsche Bewegung in der Thermodynamik	199
8.4.4	Modell der Aktienkursentwicklung	202
8.4.5	Formel von Itô	203
8.4.6	Geometrische und arithmetische Renditen	208
8.4.7	(Einfache) Brownsche Bewegung und geometrische Brownsche Bewegung	209
8.4.8	Die Differentialgleichung von Black und Scholes zum Preis von Optionen	211
8.4.9	Übergang von Zufallsvariablen zu partiellen Differentialgleichungen	214
8.4.10	Die Formeln von Black und Scholes für die Preisbestimmung von Optionen	215
8.5	Put-Call-Parität, „Griechen“, Delta Hedging und generelle Bemerkungen	218
8.5.1	Preis der Put-Option aus der Put-Call-Parität	218
8.5.2	Griechen	221
8.5.3	Delta Hedging	224
8.5.4	Bemerkungen zur Formel von Black und Scholes	225
8.6	Übungsaufgaben und Fragen	227
8.7	Literatur	227

9	Stochastische Zinsmodelle	229
9.1	Vergleich von stochastischen Modellen zur Aktien- und Zinsentwicklung	229
9.2	Stochastische Modelle zur Entwicklung der Zinsintensität (short rate, instantaneous rate)	230
9.2.1	Stochastische Differentialgleichungen	230
9.2.2	Lösungen der Differentialgleichungen im Modell von Vasicek	232
9.2.3	Bewertung von Zerobonds beim Zinsmodell von Vasicek	234
9.3	Einfluss der Volatilität auf die erwartete Verzinsung	238
9.3.1	Modell von Vasicek mit Kontraktion des Zinsprozesses	238
9.3.2	Vergleich mit volatiler Jahresverzinsung	239
9.3.3	Spot- und Forward-Preise und Zinsintensitäten	240
9.3.4	Konvexitätsanpassung zwischen „Forward-“ und „Future-Rate“	243
9.3.5	Allgemeine Bemerkungen	245
9.4	Bewertung von Zinsoptionen	246
9.4.1	Generelles	246
9.4.2	Erwartete Rendite, Wachstum des Preises der Anleihe resp. der Aktie	247
9.4.3	Volatilität	248
9.4.4	Bedeutung von Zinsoptionen und Zinsvolatilität für die Beurteilung des Finanzrisikos	249
9.4.5	Vergleich von Optionen auf Anleihen mit Optionen auf Aktien	251
9.4.6	Formel von Black	252
9.4.7	Unterschiede zwischen der Formel von Black und Scholes und der Formel von Black	253
9.4.8	Zinsswaps	253
9.4.9	Swaptions und deren Bewertung nach dem Modell von Black	254
9.5	Übungsaufgaben und Fragen	256
10	Glossar, Lösungen	259
10.1	Finanzbegriffe	259
10.2	Bilanz-, Aufsichts- und Versicherungsbegriffe	260
10.3	Lösungen	264
11	Index	283