





Das Maxwellsche Äthermodell ist charakteristisch für die mechanischen Theorien des Äthers, die im 19. Jahrhundert vorherrschten. Maxwell stellte sich ein Magnetfeld als Menge von „Molekularwirbeln“ vor, die um die Feldlinien rotieren. Ihre Rotationsgeschwindigkeit ist dabei der Feldstärke proportional. Die „Kugellager“ zwischen den Wirbeln sollen aus Ladungsteilchen bestehen. Rotieren benachbarte Molekularwirbel verschieden schnell, so kommt es zur Verschiebung der Ladungsteilchen. Dieses Modell des Elektromagnetismus lag der Herleitung der Maxwellschen Gleichungen zugrunde. Die Aufstellung der Relativitätstheorie durch Albert Einstein im Jahre 1905 setzte derartigen mechanischen Erklärungsversuchen für elektromagnetische Erscheinungen ein Ende.

Relativität Gruppen Teilchen

**Spezielle Relativitätstheorie als Grundlage
der Feld- und Teilchenphysik**

**Roman U. Sexl
Helmuth K. Urbantke**

Springer-Verlag Wien GmbH



Prof. Dr. Roman U. Sexl
Dr. Helmuth K. Urbantke

Institut für Theoretische Physik
der Universität Wien
und Institut für Weltraumforschung
der Österreichischen Akademie
der Wissenschaften

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt.
Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung,
des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen,
der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem
oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen,
bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.
© 1976 by Springer-Verlag Wien
Ursprünglich erschienen bei Springer Vienna 1976.
ISBN 978-3-211-81364-5 ISBN 978-3-7091-2246-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-7091-2246-4

Mit 57 Abbildungen

Library of Congress Cataloging in Publication Data

Sexl, Roman Ulrich.
Relativität, Gruppen, Teilchen.

Bibliography: p.
Includes indexes.
1. Relativity (Physics) 2. Field theory (Physics)
3. Representations of groups. 4. Particles (Nuclear
physics) I. Urbantke, Helmuth Kurt, joint author.
II. Title.
QC173.65.S48 530.1'1 76-1840

VORWORT

Die Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie werden heute meist in einführenden Vorlesungen über Mechanik oder Elektrodynamik gelehrt. Die Anwendungen der Theorie sind dagegen vor allem in der Teilchenphysik zu finden, wo relativistische Kinematik und die Darstellungstheorie der Lorentzgruppe eine prominente Rolle spielen. Zwischen Grundlagen und Anwendungen klafft allerdings oft eine weite Lücke: Die Vielzahl der in den Einführungsvorlesungen zu behandelnden Themen verbietet es, der Relativitätstheorie dort breiten Raum einzuräumen. Andererseits ist es Aufgabe der Spezialvorlesungen über Teilchenphysik, möglichst schnell zu den konkreten Rechnungen der Quantenelektrodynamik, Theorie der schwachen Wechselwirkungen etc. vorzustoßen, so daß auch dort nur wenig Zeit für die mit der Relativitätstheorie eng verknüpften Grundlagen erübrigt werden kann.

Diese Lücke zu schließen und zwischen Einführung und Anwendung zu vermitteln, ist Ziel der Vorlesungen über spezielle Relativitätstheorie, die die Autoren seit einigen Jahren in Wien abhalten. Ziel der Vorlesung ist es aber auch, an Hand der Lorentzgruppe eine Einführung in die Darstellungstheorie Liescher Gruppen zu geben. Wenn wir diese Vorlesungen nun in Buchform vorlegen, so war dafür die Tatsache ausschlaggebend, daß bisher nur in der englischsprachigen Literatur einführende Werke mit verwandter Aufgabenstellung zur Verfügung stehen.

Da die experimentellen Grundlagen der Einsteinschen Theorie in anderen Lehrbüchern ausführlich dargestellt sind, haben wir uns hier nur auf ganz wenige charakteristische Experimente zur Illustration der Theorie beschränkt. Insbesondere wurde dem Michelson-Morley-Experiment weit weniger Raum zugewiesen, als dies üblicherweise geschieht. Historische Analysen der letzten Jahre haben gezeigt, daß diesem Experiment keine entscheidende Bedeutung in der Entstehungsgeschichte der Relativitätstheorie zukam. Eine kurze Einführung in diese historische Problematik wird in Abschnitt 2.10 gegeben. Dieser Abschnitt wie auch diejenigen über Uhrensynchronisation und Hydrodynamik wurden in Zusammenarbeit mit Dr. R. Mansouri gestaltet, dem wir für seine Mitarbeit herzlich danken.

Bei der Behandlung der Darstellungstheorie der Lorentzgruppe nehmen mathematische Entwicklungen breiten Raum ein. Wir haben dabei heuristische Betrachtungen und die Motivierung der verwendeten Begriffe in den Vordergrund gestellt. Leider mußte auf Funktionalanalysis völlig verzichtet werden, ihre Bedeutung wird jedoch an einigen Stellen hinreichend erläutert. Die Darstellungstheorie der Lie-Gruppen läßt sich – bei ansteigender Schwierigkeit – an der räumlichen Drehgruppe, der homogenen Lorentzgruppe und der Poincaré-Gruppe gut illustrieren, wobei sich anschauliche Beispiele für Begriffe wie Mannigfaltigkeit, Lie-Algebren, Überlagerungsräume, Faserbündel etc. ergeben. Da diese Begriffe heute immer stärker in die mathematisch-physikalische Literatur eindringen, erscheint es günstig, sie in einfachen, aber einprägsamen Situationen kennenzulernen.

Für eine gründliche Durchsicht des Manuskriptes und viele Verbesserungsvorschläge danken wir den Herren Prof. Dr. Paul Urban und Prof. Dr. Otto Nachtmann. Frau F. Wagner hat die schwierigen Schreibaarbeiten rasch und exakt ausgeführt. Die Zeichnungen wurden größtenteils von Herrn H. Prossinger angefertigt.

Wesentlich für das Zustandekommen des vorliegenden Buches war auch die Unterstützung durch den „Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung in Österreich“ sowie durch die Österreichische Akademie der Wissenschaften im Rahmen des Instituts für

Weltraumforschung. Die Unterstützung durch diese Organisationen hat es uns ermöglicht, die internationale Entwicklung aktiv mitzuverfolgen und in diesem Buch im Überblick darzustellen.

Wien, im September 1975

Roman U. Sexl
Helmuth K. Urbantke

INHALTSVERZEICHNIS

1.	DIE LORENTZTRANSFORMATION	1
1.1	Inertialsysteme	1
1.2	Das Relativitätsprinzip	3
1.3	Folgerungen aus dem Relativitätsprinzip	4
1.4	Invarianz der Lichtgeschwindigkeit und Lorentztransformation	7
1.5	Das Linienelement	8
1.6	Michelson, Lorentz, Poincaré, Einstein	10
2.	PHYSIKALISCHE INTERPRETATION	15
2.1	Geometrische Darstellung der Lorentztransformation	15
2.2	Relativität der Gleichzeitigkeit. Kausalität	17
2.3	Überlichtgeschwindigkeit	20
2.4	Die Lorentzkontraktion	23
2.5	Retardierungseffekte: Die Unsichtbarkeit der Lorentzkontraktion und Überlichtgeschwindigkeiten	24
2.6	Eigenzeit und Zeitdilatation	28
2.7	Das Uhren- oder Zwillingsproblem („Paradoxon“)	30
2.8	Der Einfluß von Beschleunigungen auf Uhren	33
2.9	Das Geschwindigkeitsadditionstheorem	34
2.10	Die Synchronisation von Uhren	35
3.	LORENTZ-, POINCARÉGRUPPE UND MINKOWSKIGEOMETRIE	40
3.1	Die Lorentz- und Poincarégruppe	41
3.2	Der Minkowski-Raum. Vierervektoren	43
3.3	Passive und aktive Transformationen. Spiegelungen	46
3.4	Kontravariante und kovariante Vektorkomponenten. Felder	48
4.	RELATIVISTISCHE MECHANIK	51
4.1	Kinematik	51
4.2	Die Stoßgesetze. Relativistische Massenzunahme	55
4.3	Lichtquanten: Dopplereffekt und Comptoneffekt	57
4.4	Die Umwandlung von Masse in Energie. Der Massendefekt	62
4.5	Der relativistische Phasenraum	65
5.	RELATIVISTISCHE ELEKTRODYNAMIK	72
5.1	Dynamik	72
5.2	Die kovariante Formulierung der Maxwell-Gleichungen	73
5.3	Die Lorentzkraft	77
5.4	Tensoralgebra	78
5.5	Invariante Tensoren, metrischer Tensor	81
5.6	Tensorfelder und Tensoranalysis	87

5.7	Das vollständige System der Maxwell-Gleichungen	91
5.8	Diskussion der Transformationseigenschaften	93
5.9	Erhaltungssätze. Der Energie-Impulstensor	99
5.10	Geladene Teilchen	104
6.	DIE LORENTZGRUPPE UND EINIGE IHRER DARSTELLUNGEN	116
6.1	Allgemeine Lorentztransformationen. Lie-Gruppen	116
6.2	Die Thomaspräzession	122
6.3	Einige Untergruppen der Lorentzgruppe	125
6.4	Einige Darstellungen der Lorentzgruppe	127
6.5	Direkte Summen und irreduzible Darstellungen	131
6.6	Das Schursche Lemma	136
7.	DARSTELLUNGSTHEORIE DER DREHGRUPPE	143
7.1	Die Drehgruppe $SO(3)$	144
7.2	Infinitesimale Transformationen	147
7.3	Lie-Algebra und Darstellungen der $SO(3)$	150
7.4	Lie-Algebren von Lie-Gruppen	153
7.5	Unitäre irreduzible Darstellungen von $SO(3)$	156
7.6	$SU(2)$, Spinoren und die Darstellungen endlicher Drehungen	166
7.7	Darstellungen in Funktionenräumen	176
7.8	Beschreibung von Teilchen mit Spin	181
7.9	Die volle orthogonale Gruppe $O(3)$	187
8.	DARSTELLUNGSTHEORIE DER LORENTZGRUPPE	192
8.1	Lie-Algebra und Darstellungen von \mathcal{L}_+^\dagger	192
8.2	Die Spinordarstellung	196
8.3	Spinoralgebra	201
8.4	Der Zusammenhang von Spinoren und Tensoren	206
8.5	Endlichdimensionale Darstellungen der vollen Lorentzgruppe	211
9.	DARSTELLUNGSTHEORIE DER POINCARÉGRUPPE	216
9.1	Felder. Dirac-Gleichung	216
9.2	Relativistische Kovarianz in der Quantenmechanik	224
9.3	Lie-Algebra und Invarianten der Poincarégruppe	226
9.4	Irreduzible unitäre Darstellungen der Poincarégruppe	232
9.5	Darstellungstheorie von \mathcal{P}_+^\dagger und lokale Feldtheorie	244
10.	ERHALTUNGSSÄTZE IN DER RELATIVISTISCHEN FELDTHEORIE	258
10.1	Wirkungsprinzip und Noether-Theorem	258
10.2	Anwendung auf Poincaré-kovariante Feldtheorien	264
10.3	Relativistische Hydrodynamik	271

Inhaltsverzeichnis	IX
GRUPPENTHEORETISCHES GLOSSAR	276
NOTATION UND KONVENTIONEN	278
BUCHLITERATUR	282
NAMENVERZEICHNIS	289
SACHVERZEICHNIS	293