

# EINFÜHRUNG IN DIE FINANZMATHEMATIK

VON

DR. A. FLECHSENHAAR

OBERSTUDIENRAT IN FRANKFURT A. M.

ZWEITE AUFLAGE

BEARBEITET IN VERBINDUNG MIT

DR. F. FLEEGE-ALTHOFF

DIPL.-HL. IN MANNHEIM



1927

SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH

ISBN 978-3-663-15477-8      ISBN 978-3-663-16049-6 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-663-16049-6

## Vorwort.

Das vorliegende Buch war in erster Linie als Hilfsmittel für die Vorbereitung auf die Ersatzreifepprüfung gedacht; in der neuen Form ist es auch für höhere Handelsschulen und Wirtschaftsoberschulen bestimmt. Da es weiterhin ganz allgemein eine Einführung in die Finanzmathematik bieten soll, zumal für Studierende und die Arbeitsgemeinschaften der höheren Lehranstalten, gehen einzelne Abschnitte z. T. über die üblichen Anforderungen hinaus; jedoch können etwa zu weit führende Betrachtungen ohne Schaden für den inneren Zusammenhang übergangen werden.

Mein Ziel war eine klare anschauliche Darstellung und die Entwicklung von Methoden, die es gestatten, von einem möglichst einfachen Gesichtspunkt aus, verschiedenartige Anwendungen zu überblicken. Diesem Zwecke sollte vor allem die Einführung der Zeitgeraden in der Rentenrechnung und in der Versicherungsrechnung dienen. Zur Übung wurden zahlreiche Aufgaben beigelegt, die in der Neuauflage noch vermehrt und teilweise anders geordnet wurden. Die Auflösungen hierzu erscheinen demnächst in einem besonderen Heftchen. Nur geringe Änderungen haben die Abschnitte über Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Versicherungsrechnung erfahren. In der Zinseszins- und Rentenrechnung wurde dem Tabellenrechnen ein erheblich breiterer Raum gewährt. Es wurden Tabellen zu 3,5% und 5% beigelegt, damit ein Wechsel im Zinsfuß möglich ist. Neu hinzugekommen sind ferner die zusammengesetzte Reihe mit Anwendungen auf die veränderliche Rente sowie die mathematische Behandlung der Prozentrechnung im und auf Hundert.

Da sich weiterhin gezeigt hatte, daß die sichere Beherrschung der Logarithmenrechnung nicht allgemein vorausgesetzt werden kann, wurden im Vorkursus die wichtigsten Sätze über Potenzen und Wurzeln in leicht faßlicher Form ohne Beweis und ausführlich die Logarithmenrechnung gebracht. Auch wurde an einigen Stellen der Lehrstoff etwas eingehender und damit verständlicher behandelt.

Von einem Abschnitt über kaufmännisches Rechnen wurde auch diesmal abgesehen; ich empfehle wieder die im gleichen Verlag erschienene Neuausgabe von Feller-Odermann, Kaufmännische Arithmetik, bearbeitet von Kämpfe und Prater.

Herr Dr. Fleege-Althoff hat das Manuskript durchgesehen und wertvolle Anregungen gegeben, die besonders der Brauchbarkeit des Buches für höhere Handelsschulen zugute kommen dürften. Hierfür sage ich ihm auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank. Ebenso bin ich Herrn Studienrat Reuter in Frankfurt a. M. für das Mitlesen der Korrektur und wertvolle Vorschläge zu besonderem Danke verpflichtet.

Frankfurt a. M., im November 1927.

**A. Flechsenhaar.**

# Inhaltsverzeichnis.

## A. Vorkursus.

	Seite		Seite
I. Potenzen . . . . .	1	1. Begriff der Reihe . . . . .	13
II. Wurzeln und Potenzen mit gebrochenen Exponenten . . . . .	3	2. Arithmetische Reihe erster Ordnung . . . . .	14
III. Logarithmen . . . . .	5	3. Geometrische Reihe . . . . .	14
1. Begriff des Logarithmus . . . . .	5	4. Fallende unendliche geometrische Reihe . . . . .	15
2. Sätze über das Rechnen mit Logarithmen . . . . .	6	5. Graphische Darstellung der Reihen . . . . .	16
3. Kennziffer und Mantisse der Briggs'schen Logarithmen . . . . .	8	6. Aufgaben über Reihen . . . . .	17
4. Gebrauch der Logarithmentafel . . . . .	9	7. Zusammengesetzte Reihen . . . . .	18
5. Rechnen mit Logarithmen . . . . .	11	V. Prozentrechnung . . . . .	19
IV. Reihen . . . . .	13	1. Prozente vom Hundert . . . . .	19
		2. Prozente im Hundert . . . . .	20
		3. Prozente auf Hundert . . . . .	21

## B. Zinseszinsrechnung.

I. Einfache Zinsen . . . . .	22	VII. Graphische Darstellung . . . . .	28
II. Zinseszinsen . . . . .	24	VIII. Gebrochene Werte von $n$ . . . . .	28
III. Grundgleichung der Zinseszinsrechnung . . . . .	24	IX. Tabellen für die Zinseszinsrechnung . . . . .	29
IV. Berechnung von Anfangskapital, Zinsfuß und Zeit . . . . .	25	X. Aufgaben zur Zinseszinsrechnung mit Hilfe von Tabelle I und II . . . . .	30
V. Relativer Zinsfuß . . . . .	27	XI. Aufgaben zur Zinseszinsrechnung mit Hilfe von Logarithmen . . . . .	31
VI. Konformer (gleichwertiger) Zinsfuß . . . . .	27		

## C. Rentenrechnung.

I. Vorübung . . . . .	34	XVII. Tilgungsplan bei gegebener Annuität (Tilgungsplan III) . . . . .	52
II. Zeitgerade . . . . .	35	XVIII. Anleihe mit Aufgeld . . . . .	53
III. Nachschüssige Rente . . . . .	36	XIX. Tilgungsplan IV und V (Anleihe mit Aufgeld) . . . . .	54
IV. Vorschüssige Rente . . . . .	36	XX. Aufgaben zur Tilgungsrechnung . . . . .	56
V. Barwert . . . . .	37	XXI. Anleihe-Kurse . . . . .	58
VI. Abkürzende Bezeichnungen . . . . .	38	XXII. Aufgaben zur Kursrechnung . . . . .	59
VII. Ewige Rente . . . . .	39	XXIII. Graphische Darstellungen . . . . .	61
VIII. Kapital und Rente . . . . .	39	XXIV. Renten mit Ratenzahlungen, die in geometrischer Reihe anwachsen . . . . .	63
IX. Tilgung einer Schuld . . . . .	40	XXV. Renten mit Ratenzahlungen, die in arithmetischer Reihe steigen oder fallen . . . . .	63
X. Beispiel einer Amortisation . . . . .	41	XXVI. Die Ablöschungsschuld des Deutschen Reiches mit Auslösungsrecht . . . . .	64
XI. Plan für die Lösung von Aufgaben . . . . .	42	XXVII. Aufgaben über Renten mit veränderlichen Ratenzahlungen . . . . .	66
XII. Tabellen zur Berechnung von Renten . . . . .	43		
XIII. Aufgaben mit Benutzung der Tabellen . . . . .	44		
XIV. Aufgaben zur Rentenrechnung mit Logarithmen . . . . .	45		
XV. Tilgungsplan I. . . . .	50		
XVI. Tilgung öffentlicher Anleihen (Tilgungsplan II). . . . .	51		

## D. Kombinatorik.

	Seite		Seite
I. Einführung in die Kombinatorik	67	IV. Kombinationen ohne Wiederholung	69
II. Permutationen . . . . .	68	V. Aufgaben zur Kombinatorik	70
III. Variationen ohne Wiederholung	69		

## E. Wahrscheinlichkeitsrechnung.

I. Begriff der Wahrscheinlichkeit . . . . .	71	IX. Lottospiel . . . . .	77
II. Grenzwerte von $w$ . . . . .	72	X. Werfen einer Münze . . . . .	78
III. Entgegengesetzte Wahrscheinlichkeit . . . . .	72	XI. Aufgaben mit zwei Würfeln	79
IV. Historisches Beispiel für fehlerhafte Auszählung der Fälle	72	XII. Lösung einiger Aufgaben .	79
V. Vollständige oder totale Wahrscheinlichkeit . . . . .	74	XIII. Aufgaben mit dem Kartenspiel von 32 Karten . . . . .	80
VI. Zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit . . . . .	74	XIV. Vermischte Aufgaben aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	81
VII. Beispiel der zwei Urnen . . . . .	75	XV. Gesetz der großen Zahlen	83
VIII. Relative Wahrscheinlichkeit . . . . .	76	XVI. Wahrscheinlichkeit a priori und a posteriori . . . . .	83
		XVII. Wetten . . . . .	84
		XVIII. Aufgaben zu XV—XVII . . . . .	85

## F. Versicherungsrechnung.

I. Arten der Versicherung . . . . .	86	oder Todesfall bei einmaliger Prämie . . . . .	96
II. Grundlagen d. Versicherung	86	XI. Leibrenten . . . . .	97
III. Sterbetafeln . . . . .	87	XII. Jährliche Prämien . . . . .	99
IV. Lebens- und Sterbenswahrscheinlichkeit . . . . .	88	XIII. Aufgaben über jährliche Prämien und Leibrenten . . . . .	100
V. Arten der Versicherung auf das Leben einer Person . . . . .	89	XIV. Deckungskapital oder Prämienreserve . . . . .	101
VI. Mathematische Behandlung der Versicherungsaufgaben	90	XV. Bruttoprämie. Gewinn . . . . .	103
VII. Vorübungen . . . . .	90	XVI. Vermischte Aufgaben aus der Versicherungsrechnung	105
VIII. Aufgaben zur Lebens- und Sterbenswahrscheinlichkeit und zu den Vorübungen . . . . .	93	XVII. Graphische Darstellungen aus der Versicherungsrechnung . . . . .	107
IX. Versicherung auf den Erlebens- oder Todesfall . . . . .	94	Tabelle I—IV . . . . .	110
X. Aufgaben zu den Versicherungen auf den Erlebens-		Sterbetafel . . . . .	111

## Zeichenerklärungen.

Die kleinen griechischen Buchstaben:

$\alpha = a$ , alpha	$\iota = i$ , iōta	$\rho = r$ , rho
$\beta = b$ , bēta	$\kappa = k$ , kappa	$\sigma = s$ , sigma
$\gamma = g$ , gamma	$\lambda = l$ , lambda	$\tau = t$ , tau
$\delta = d$ , delta	$\mu = m$ , my	$\upsilon = y$ , ypsilon
$\varepsilon = \epsilon$ , ěpsilon	$\nu = n$ , ny	$\varphi = \phi$ , phi
$\xi = z$ , zēta	$\xi = x$ , xy	$\chi = \chi$ , chi
$\eta = \bar{\epsilon}$ , ēta	$\omicron = \bar{o}$ , ōmikron	$\psi = \psi$ , psi
$\theta = \text{th}$ , thēta	$\pi = p$ , pi	$\omega = \bar{o}$ , ōmēga
$=$ bedeutet: ist gleich	$5 < a < 12$ bedeutet 5 ist kleiner als $a$ ,	
$\approx$ „ ist ungefähr gleich	$a$ ist kleiner als 12	
$<$ „ ist kleiner als	$a \leq 6$ bedeutet $a$ ist kleiner oder gleich 6	
$>$ „ ist größer als	$\infty$ „ unendlich groß.	