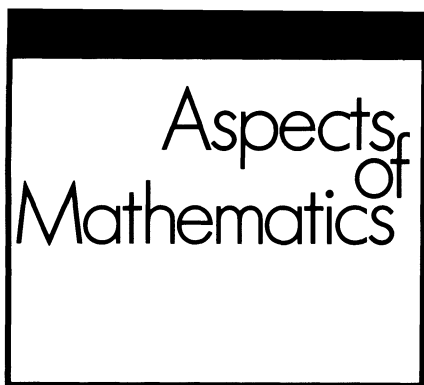


Henri Skoda  
Jean-Marie Trépreau  
(Eds.)

**Contributions to Complex Analysis  
and Analytic Geometry**



Edited by Klas Diederich

- Vol. E 2: M. Knebusch/M. Kolster: Wittings
- Vol. E 3: G. Hector/U. Hirsch: Introduction to the Geometry of Foliations, Part B
- Vol. E 5: P. Stiller: Automorphic Forms and the Picard Number of an Elliptic Surface
- Vol. E 6: G. Faltings/G. Wüstholz et al.: Rational Points\*
- Vol. E 7: W. Stoll: Value Distribution Theory for Meromorphic Maps
- Vol. E 9: A. Howard/P.-M. Wong (Eds.): Contribution to Several Complex Variables
- Vol. E 10: A. J. Tromba (Ed.): Seminar of New Results in Nonlinear Partial Differential Equations\*
- Vol. E 14: U. Cegrell: Capacities in Complex Analysis
- Vol. E 15: J.-P. Serre: Lectures on the Mordell-Weil Theorem
- Vol. E 16: K. Iwasaki/H. Kimura/S. Shimomura/M. Yoshida: From Gauss to Painlevé
- Vol. E 17: K. Diederich (Ed.): Complex Analysis
- Vol. E 18: W. W. J. Hulsbergen: Conjectures in Arithmetic Algebraic Geometry
- Vol. E 19: R. Racke: Lectures on Nonlinear Evolution Equations
- Vol. E 20: F. Hirzebruch, Th. Berger, R. Jung: Manifolds and Modular Forms\*
- Vol. E 21: H. Fujimoto: Value Distribution Theory of the Gauss Map of Minimal Surfaces in  $\mathbf{R}^m$
- Vol. E 22: D. V. Anosov/A. A. Bolibruch: The Riemann-Hilbert Problem
- Vol. E 23: A. P. Fordy/J. C. Wood (Eds.): Harmonic Maps and Integrable Systems
- Vol. E 24: D. S. Alexander: A History of Complex Dynamics
- Vol. E 25: A. Tikhomirov/A. Tyurin (Eds.): Algebraic Geometry and its Applications
- Vol. E 26: H. Skoda/J.-M. Trépreau (Eds.): Contributions to Complex Analysis and Analytic Geometry

Henri Skoda  
Jean-Marie Trépreau  
(Eds.)

# **Contributions to Complex Analysis and Analytic Geometry**

Dedicated to Pierre Dolbeault



Henri Skoda and Jean-Marie Trépreau  
Université Paris 6  
Département de Mathématiques  
Tour 45–46, 5ème étage  
4, Place Jussieu  
F-75252 Paris Cedex 05, France

Mathematics Subject Classification: 32–06, 32–02, 30Fxx, 32C35, 32H04, 32F15, 32F20, 32F40, 32C30, 32M10, 32M12.

All rights reserved

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1994

Originally published by Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH,  
Braunschweig / Wiesbaden in 1994

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1994



No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, mechanical, photocopying or otherwise without prior permission of the copyright holder.

Cover design: Wolfgang Nieger, Wiesbaden

Printed on acid-free paper

ISSN 0179-2156

ISBN 978-3-528-06633-8

ISBN 978-3-663-14196-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-14196-9

Henri Skoda  
Jean-Marie Trépreau  
(Eds.)

# **Analyse Complexe et Géométrie Analytique**

Mélanges en l'honneur de  
Pierre Dolbeault





Pierre Dolbeault

---

# Foreword

---

## Preface of the Editors

Ce volume prend sa source dans le Colloque en l'honneur de Pierre Dolbeault, organisé à l'occasion de son départ à la retraite, à l'initiative des Universités de Paris 6 et de Poitiers. Ce colloque, consacré à l'Analyse Complexe et à la Géométrie Analytique, s'est tenu à Paris, sur le campus de l'Université Pierre et Marie Curie, du 23 au 26 Juin 1992. Il a réuni autour de ces thèmes une centaine de congressistes, dont de nombreux mathématiciens étrangers (Allemagne, Argentine, Canada, Etats-Unis, Islande, Italie, Pologne, Roumanie, Russie, Suède).

Nous avons souhaité prolonger cet hommage par la publication d'un volume dédié à Pierre Dolbeault. Le présent recueil d'articles ne constitue pas strictement les actes du Colloque. Nous avons voulu qu'il rassemble uniquement des articles originaux ou synthétiques, qui illustrent l'œuvre scientifique de Pierre Dolbeault à travers les thèmes abordés ou la personnalité de leurs auteurs. Nous remercions les conférenciers qui ont bien voulu contribuer à cet ouvrage, et Klas Diederich de l'avoir accueilli dans la collection "Aspects of Mathematics" qu'il dirige.

Au nom du Comité d'Organisation du Colloque (C. Laurent-Thiébaud, J. Le Potier, J.B. Poly, J.P. Vigué et nous-mêmes), nous remercions les institutions qui nous ont apporté leur aide financière et matérielle: les Universités Paris 6 et de Poitiers, la Direction de la Recherche et des Études Doctorales, le Centre National de la Recherche Scientifique et le Ministère de la Recherche et de la Technologie.

Enfin nous souhaitons à Pierre Dolbeault une heureuse retraite et nous formons des vœux pour qu'il continue longtemps à contribuer au développement de la science mathématique.

H. Skoda,  
J.M. Trépreau.

## Acknowledgement

Chers collègues et amis<sup>1</sup>,

En cette dernière journée du Colloque d'Analyse Complexe tenu en l'honneur de Pierre Dolbeault, je rappellerai ce qu'il nous a apporté. Cela m'amènera, cher ami, à évoquer votre belle carrière de professeur et de mathématicien. Cela me conduira aussi à rappeler quelques-uns des résultats que vous avez donnés à la science.

Votre jeunesse studieuse se passe à Paris. Né en 1924, vous faites vos études au Collège Lavoisier, puis au Lycée Henri IV, à deux pas d'ici. Vous êtes reçu à l'École Normale de la rue d'Ulm dans la promotion 1944. Elle est fort réduite. En effet, c'est encore la guerre et l'occupation. Vous n'entrez qu'en Mars de l'année suivante dans cette École, aujourd'hui rajeunie, dont nous fêterons bientôt le bicentenaire. Vous en sortez agrégé de mathématiques. Reste alors à entrer dans une nouvelle carrière, celle de la recherche. Ce n'est pas facile. Certes la paix est revenue, mais les contacts et même les correspondances entre scientifiques ont été presque totalement interrompus pendant cinq ans. Heureusement le C.N.R.S. a été reconstitué, et il vous accueille. Vous y demeurerez six ans, de 1947 à 1953. Mais vous avez l'heureuse idée de passer l'année 1949-1950 à Princeton, à la Graduate School. À l'Université et à l'Institut dirigé par Marston Morse, les mathématiciens de tous les pays se retrouvent. Il y a là Kodaira et Spencer, merveilleuse équipe. Où pourrait-on, mieux que là, se familiariser avec les techniques et les notions qui sont indispensables aux recherches d'une Analyse Complexe en rapide évolution? De retour en France, où des séminaires sont à nouveau actifs, vous fréquentez celui de H. Cartan à l'École Normale et il sera le directeur de votre thèse, que vous soutiendrez en 1955. Entre-temps vous avez été nommé à l'Université de Montpellier, puis à celle de Bordeaux où, là encore, vous demeurerez six ans, de 1954 à 1960. Votre thèse vous a fait connaître, c'est un immense travail d'une centaine de pages qui paraîtra en deux articles publiés en 1956 et 1957 aux *Annals of Mathematics*. Mais c'est votre épouse, Simone, qui vous amène à l'Université de Poitiers où elle enseigne et où, Professeur, vous exercerez douze ans, au grand avantage des mathématiques qui profiteront de votre double résidence. Vous y avez une maison charmante, vous y formez des élèves et des chercheurs parmi vos étudiants. Vous venez parfois à Paris, le séminaire d'Analyse, que j'ai créé à l'Institut H. Poincaré, vous y voit souvent et vous y donnez des exposés sur les résidus des formes différentielles, publiés dans les volumes du séminaire aux *Lecture Notes*. Grâce à vous, des colloques d'Analyse Complexe nous amènent à Poitiers. Cependant, en 1972, vous ne résistez pas à l'attraction parisienne. Vous êtes élu ici, à l'Université Paris VI, car la prestigieuse Sorbonne a éclaté en fragments dont deux se trouvent ici même. Vous y donnerez des enseignements d'Analyse dont témoigne l'édition de votre cours de maîtrise d'Analyse Complexe récemment paru, et dont témoignent aussi de nombreuses thèses de troisième cycle ainsi que plusieurs belles thèses de doctorat soutenues à Paris ou à Poitiers.

Il me faut maintenant –mais ce sera trop brièvement– décrire votre itinéraire et votre oeuvre de mathématicien. Peut-être faut-il remonter à la période 1940-1960 pour comprendre vos difficultés et vos mérites. Les historiens des mathématiques noteront, je crois, que, au

---

<sup>1</sup> Allocution de clôture du Colloque en l'honneur de Pierre Dolbeault.



cours de cette double décennie, l'Analyse Complexe a subi une transformation encore plus rapide que celle de l'Analyse Réelle. En fait on passe en quelques années d'une discipline classique, l'étude fine des fonctions analytiques d'une variable complexe, à un monde très riche, englobant sous le nom d'Analyse Complexe l'ensemble des constructions qu'on peut faire sur le corps des nombres complexes. Votre thèse y contribuera, non seulement par des résultats importants, mais aussi, ce qui est essentiel alors, en rassemblant et faisant collaborer des techniques nouvelles. Pendant sa captivité, J. Leray a élaboré la théorie des faisceaux, les formalismes de l'algèbre homologique se répandent, ils se prêtent à l'étude de la  $d''$ -cohomologie des formes différentielles, lesquelles donnent un accès à des propriétés géométriques ou topologiques par des moyens analytiques.

Votre thèse: "Formes différentielles et cohomologie sur une variété analytique complexe" établit, à l'aide du lemme de Poincaré-Grothendieck, l'isomorphisme du groupe de cohomologie de dimension  $q$  à coefficients dans le faisceau des  $p$ -formes différentielles holomorphes et du groupe de  $d''$ -cohomologie des formes ou des courants de type  $(p, q)$ . Ce résultat et d'autres, analogues, ont trouvé aussitôt un très grand champ d'applications en géométrie analytique et algébrique et, d'emblée, ils ont assuré à votre nom une place et, dirais-je, une pérennité dans l'histoire de notre science. On est obligé d'utiliser vos énoncés, on n'y échappe pas, et je puis dire, parlant comme les medias, qu'ils vous rendent incontournable, dût votre modestie en souffrir.

Utilisant la dualité de Poincaré, vous étendez ensuite l'homomorphisme résidu de Leray aux formes différentielles semi-méromorphes fermées et définissez ce que vous appelez un résidu homologique, lequel, peut-être, pose encore des problèmes selon les singularités polaires de la forme. L'étude des résidus des formes semi-méromorphes, leur définition et les propriétés du courant résiduel ne cesseront de vous préoccuper, compte tenu de l'apparition d'autres approches (Hironaka, Coleff et Herrera). D'autre part, vos méthodes sont la source d'applications dans deux directions: aux variétés kählériennes compactes et aux variétés algébriques projectives et à leurs diviseurs.

Attiré comme vous l'êtes par l'étude des singularités, même des plus méchantes, il était fatal que vous portiez attention aux variétés, aux ensembles et aux fonctions analytiques réels. Considérant de telles fonctions, mais à valeurs complexes, vous obtenez des généralisations de vos résultats, puis, avec J. Poly, vous étudiez les formes à singularités sous-analytiques.

Vous donnez alors plusieurs articles sur la difficile recherche des chaînes holomorphes et des chaînes maximale-ment complexes ayant un bord donné; les premières sont des combinaisons linéaires de diviseurs, représentés par leurs courants d'intégration qui sont des courants positifs fermés; les secondes sont des combinaisons linéaires entières de courants d'intégration sur des sous-variétés réelles de dimension  $2p - 1$ , à singularités négligeables, de CR-dimension  $p - 1$ . Vous généralisez pour elles le problème du bord en vous plaçant sur un hyperplan réel, ce qui vous donne une solution et des applications aux espaces projectifs.

Ce trop bref exposé de votre oeuvre de mathématicien montre, cher ami, que vous ne craignez pas les problèmes difficiles, ni ceux où se cumulent les difficultés de l'Analyse et celles d'une situation géométrique qu'il faut aborder dans sa généralité. Cela donne une valeur particulière à vos résultats: la Géométrie y est intimement mêlée à l'Analyse. C'est là un point de vue moderne que vos travaux et ceux de vos élèves ont contribué à répandre

en montrant son efficacité. Au terme de ce Colloque qui a réuni des mathématiciens de beaucoup de pays venus vous faire hommage de leurs travaux, vous pouvez, vous et les vôtres ici présents, mesurer combien d'amitié s'ajoute à la reconnaissance qui vous est témoignée et à l' hommage qui vous est rendu aujourd'hui.

Pierre Lelong

## Selected Publications by Pierre Dolbeault

### Une sélection des publications de Pierre Dolbeault

(préparée par l'auteur)

- *Sur la cohomologie des variétés analytiques complexes*. C.R. Acad. Sci. Paris **236**, 175–177 (1953).
- *Formes différentielles et cohomologie sur une variété analytique complexe*, I. Ann. of Math. **64**, 83–130 (1956); II. Ann. of Math. **65**, 282–330 (1957).
- *Formes différentielles méromorphes localement exactes*. Trans. Am. Math. Soc. **82**, 494–518 (1956); *Compléments*. Trans. Am. Math. Soc. **91**, 390–398 (1959).
- *Une généralisation de la notion de diviseur*. Atti Convegno Inter. Geometria algebraica, Torino 1961, 125–150.
- *Sur la cohomologie entière de dimension deux d'une variété analytique complexe*. Rendiconti di Matematica 1-2 **21**, 219–239 (1962).
- avec Guy ROBIN. *Sur le faisceau des diviseurs à coefficients complexes*. C.R. Acad. Sci. Paris **262**, 1452–1455 (1966).
- *Theory of residues and homology*. Symposia Mathematica, Istituto di Alta Matematica **III**, 295–304. Academic Press 1970.
- *Résidus et courants*. Questions on algebraic varieties, C.I.M.E. Sept. 1969, 3–28. Ed. Cremonese Roma 1970.
- *Valeurs principales et résidus sur les espaces analytiques complexes, d'après Herrera-Lieberman*. Séminaire P. Lelong 1970-71, Springer Lecture Notes in Math. **275**, 14–26.
- *Valeurs principales et opérateurs différentiels semi-holomorphes*. Fonctions analytiques et analyse complexe, Colloque inter. C.N.R.S. Paris 1972, 35–50. Gauthier-Villars Paris 1974.

- avec J. POLY. *Differential forms with subanalytic singularities; integral cohomology; residues*. Several Complex Variables, Proc. Symp. Pure Math. **30**(1), 255–261. Am. Math. Soc. 1977.
- *On holomorphic chains with given boundary in  $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$* . Analytic Functions, Blazejewko 1982, Springer Lecture Notes in Math. **1039**, 118–129.
- *General theory of multidimensional residues*. Itogi nauki i tekhniki **7**, 227–251, VINITI Moscou 1985 (en russe). Encyclopaedia of Math. Sci. **7**, 215–241 (en anglais, avec supplément), Springer Verlag 1990.
- *Sur les chaînes maximale­ment complexes de bord donné*. Geometric measure theory and the calculus of variations, Proc. Symp. Pure Math. **44**, 171–205. Am. Math. Soc. 1986.
- Analyse Complexe. Coll. Maîtrise de Math. Pures, Masson Paris 1990.
- *On the structure of residual currents*. Several Complex Variables, Math. Notes **38**, 258–273. Princeton Univ. Press 1993.
- *On CR analytic varieties with given boundary*. Complex Analysis and Geometry (Ancona and Silva ed.), 195–207. Plenum New York 1993.
- avec G. HENKIN. *Surfaces de Riemann de bord donné dans  $\mathbf{CP}^2$* . C.R. Acad. Sci. Paris **316**, 27–32 (1993).

---

## Authors' addresses

---

V. Ancona, Università degli Studi, Dipartimento di Matematica U. Dini, Viale Morgagni 16 / A, 50134 Firenze Italy

B. Berndtsson, Department of Mathematics CTH, S-412 96 Göteborg, Sweden  
bob@math.chalmers.se

E.M. Chirka, Steklov Institute of Mathematics, Vavilova 42, 117966 Moscow, Russia

J.-P. Demailly, Université de Grenoble I, Institut Fourier, BP 74 U.R.A. 188 du C.N.R.S., F-38402 Saint-Martin d'Hères

K. Diederich, Bergische Universität-GHS, Mathematik, Gausstr. 20, D-42097 Wuppertal, Germany  
klas@wmka1.math.uni-wuppertal.de

P. Dolbeault, Mathématique, Analyse Complexe et Géométrie, Université Paris VI, 4, place Jussieu, F-75252 Paris Cedex 05, France

B. Gaveau, Université Pierre et Marie Curie, Mathématiques, t. 45-46, 5<sup>ème</sup> étage, 4, place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France

G. Henkin, Mathématique, Analyse Complexe et Géométrie, Université Paris VI, 4, place Jussieu, F-75252 Paris Cedex 05 France

G. Herbort, Bergische Universität-GHS, Mathematik, Gausstr. 20, D-42097 Wuppertal, Germany  
gregor@math.uni-wuppertal.de

A. Huckleberry, Mathematisches Institut, Ruhr-Universität Bochum, Universitätsstrasse 150, W-44780 Bochum 1, Germany  
huckleberry@rubia.rz.ruhr-uni-bochum.dbp.de

M. Passare, Matematiska institutionen, Stockholms universitet, 106 91 Stockholm, Sweden  
passare@matematik.su.se

B. Shiffman, Department of Mathematics, Johns Hopkins University, Baltimore, MD 21218, USA

E.L. Stout, Department of Mathematics, Washington University, Seattle, WA 98195, USA  
stout@math.washington.edu

A. Tsikh, Department of Mathematics, Krasnoyarsk State University, prospect Svobodnyi 79, Krasnoyarsk 660062, Russia

O. Zhdanov Department of Mathematics, Krasnoyarsk State University, prospect Svobodnyi 79, Krasnoyarsk 660062, Russia

---

# Contents

---

The de Rham Complex of a Reduced Analytic Space .....	1
<i>Vincenzo Ancona and Bernard Gaveau</i>	
Some recent results on estimates for the $\bar{\partial}$ -equation .....	27
<i>Bo Berndtsson</i>	
Removable singularities in the boundary .....	43
<i>Evgeni M. Chirka and Edgar Lee Stout</i>	
Regularization of closed positive currents of type (1,1) by the flow of a Chern connection .....	105
<i>Jean-Pierre Demailly</i>	
Pseudoconvex domains of semiregular type .....	127
<i>Klas Diederich and Gregor Herbot</i>	
Surfaces de Riemann de bord donne dans $\mathbf{CP}^n$ .....	163
<i>Pierre Dolbeault and Gennadi Henkin</i>	
Subvarieties of homogeneous and almost homogeneous manifolds .....	189
<i>Alan Huckleberry</i>	
A multidimensional Jordan residue lemma with an application to Mellin-Barnes integrals .....	233
<i>Mikael Passare, August Tsikh and Oleg Zhdanov</i>	
Separately meromorphic mappings into compact Kähler manifolds .....	243
<i>Bernard Shiffman</i>	