

*D.O.*

# **Anwendung programmierbarer Taschenrechner**

- Band 1     Angewandte Mathematik – Finanzmathematik – Statistik – Informatik für UPN-Rechner, von H. Alt
- Band 2     Allgemeine Elektrotechnik – Nachrichtentechnik – Impulstechnik für UPN-Rechner, von H. Alt
- Band 3/I    Mathematische Routinen der Physik, Chemie und Technik für AOS-Rechner Teil I, von P. Kahlig
- Band 3/II   Mathematische Routinen der Physik, Chemie und Technik für AOS-Rechner Teil II, von P. Kahlig
- Band 4     Statik – Kinematik – Kinetik für AOS-Rechner, von H. Nahrstedt
- Band 5     Numerische Mathematik, Programme für den TI-59, von J. Kahmann
- Band 6     Elektrische Energietechnik – Steuerungstechnik – Elektrizitätswirtschaft für UPN-Rechner, von H. Alt
- Band 7     Festigkeitslehre für AOS-Rechner (TI-59), von H. Nahrstedt
- Band 8     Graphische Darstellung mit dem Taschenrechner (AOS), von P. Kahlig
- Band 9     Maschinenelemente für AOS-Rechner, Teil I: Grundlagen, Verbindungselemente, Rotationselemente, von H. Nahrstedt
- Band 10    Getriebetechnik – Kinematik für AOS- und UPN-Rechner (TI-59 und HP-97), von K. Hain
- Band 11    Indirektes Programmieren und Programmorganisation, von A. Tölke
- Band 12    Algorithmen der Netzwerkanalyse für programmierbare Taschenrechner (HP-41 C), von D. Lange
- Band 13    Getriebetechnik – Dynamik für AOS- und UPN-Rechner (TI-59 und HP-97), von H. Kerle
- Band 14    Graphische Darstellung mit dem Taschencomputer PC-1211 (SHARP), von P. Kahlig
- Band 15    Numerische Methoden bei Integralen und gewöhnlichen Differentialgleichungen für programmierbare Taschenrechner (AOS), von H. H. Gloistehn
- Band 16    Elliptische Integrale für TI-58/59, Mathematische Routinen der Physik, Chemie und Technik, Teil III, von P. Kahlig
- Band 17    Theta-Funktionen und elliptische Funktionen für TI-59, Mathematische Routinen der Physik, Chemie und Technik, Teil IV, von P. Kahlig
- Band 18    Standardprogramme der Netzwerkanalyse für BASIC-Taschencomputer (CASIO), von D. Lange
- Band 19    Statistik für programmierbare Taschenrechner (AOS), von J. Bruhn
- Band 20    Maschinenelemente für AOS-Rechner, Teil II: Antriebselemente und Elemente der Stoffübertragung, von H. Nahrstedt
- Band 21    Statistik für programmierbare Taschenrechner (UPN), von J. Bruhn
- Band 22    Der HP-41 C in Handwerk und Industrie, von K. Kraus

**Anwendung programmierbarer Taschenrechner**

Band 17

Peter Kahlig

# **Theta-Funktionen und elliptische Funktionen für TI-59**

Mathematische Routinen der Physik, Chemie und Technik  
Teil IV

Mit 5 Programmen (für 27 Funktionen), 80 Beispielen,  
50 Abbildungen, 30 Tabellen und einem  
Verzeichnis von F.M.R.-Nummern

Geleitwort von E. Hlawka



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

**Kahlig, Peter:**

Mathematische Routinen der Physik, Chemie und Technik/Peter Kahlig.

(Anwendung programmierbarer Taschenrechner; ...)

Bis Teil 2 u. d. T.: Kahlig, Peter: Mathematische Routinen der Physik, Chemie und Technik für AOS-Rechner

Teil 4. → Kahlig, Peter: Theta-Funktionen und elliptische Funktionen für TI-59

**Kahlig, Peter:**

Theta-Funktionen und elliptische Funktionen für TI-59/Peter Kahlig. Geleitet von E. Hlawka. —

(Mathematische Routinen der Physik, Chemie und Technik; Teil 4) (Anwendung programmierbarer Taschenrechner; Bd. 17)

ISBN 978-3-528-04216-5 ISBN 978-3-663-13906-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-13906-5

NE: 2. GT

1983

Alle Rechte vorbehalten

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1983

Ursprünglich erschienen bei Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig 1983

Die Vervielfältigung und Übertragung einzelner Textabschnitte, Zeichnungen oder Bilder, auch für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, gestattet das Urheberrecht nur, wenn sie mit dem Verlag vorher vereinbart wurden. Im Einzelfall muß über die Zahlung einer Gebühr für die Nutzung fremden geistigen Eigentums entschieden werden. Das gilt für die Vervielfältigung durch alle Verfahren einschließlich Speicherung und jede Übertragung auf Papier, Transparente, Filme, Bänder, Platten und andere Medien.

Satz: Vieweg, Wiesbaden

# Geleitwort

Die speziellen Funktionen, insbesondere die elliptischen Funktionen, hatten in Physik und Technik stets ungeheure Bedeutung und wurden in den Vorlesungen der Hochschulen im 19. und beginnenden 20. Jahrhundert entsprechend berücksichtigt. Später sind die speziellen Funktionen aus den Vorlesungen verschwunden, und es traten die strukturellen Gesichtspunkte der Mathematik in den Vordergrund.

Dies hat zu einer gewissen Entfremdung zwischen Anwendungen und theoretischer Ausbildung im Vorlesungsbetrieb geführt. Allerdings haben im angelsächsischen Sprachraum die speziellen Funktionen stets durch Bücher und Tafelwerke Berücksichtigung gefunden, entsprechend ihrer Bedeutung sowohl für Anwendungen der Mathematik wie auch für theoretische Begriffsbildungen.

Durch den Computer (bzw. seinen kleinen Bruder, den Taschenrechner) ist die Freude am numerischen Rechnen ganz bedeutend gestiegen. Wegen erhöhter Genauigkeitsansprüche in Physik und Technik kann man sich heute nicht mehr mit linearen Näherungen begnügen (berühmtes Beispiel: das Pendel); dadurch braucht auch der Ingenieur und Physiker die speziellen Funktionen, im besonderen die elliptischen Funktionen.

Es ist zu begrüßen, daß der Autor P. Kahlig, von dem schon analoge Veröffentlichungen vorliegen, einen Band über die elliptischen Funktionen und die Theta-Funktionen herausbringt, deren Bedeutung auch für die Wärmeleitung und Diffusion ja wohlbekannt ist. Genaue Funktionswerte sind somit jedem Anwender schnell und leicht zugänglich. Es ist diesem Band weite Verbreitung zu wünschen.

Univ. Prof. Dr. Dr. h. c. Edmund Hlawka, Institut für Analysis, Technische Mathematik und Versicherungsmathematik der Technischen Universität sowie Institut für Mathematik der Universität Wien. Wirkl. Mitglied der Österr. Akademie der Wissenschaften, Mitglied der Deutschen Akademie der Naturforscher, korrespond. Mitglied der Rheinisch-Westfälischen Akademie und der Bayr. Akademie der Wissenschaften. Direktor des Instituts für Informationsverarbeitung der Österr. Akademie der Wissenschaften.

## Vorwort

Dieses Buch ist als Soforthilfe für die Praxis bestimmt: Oft benötigte spezielle Funktionen der Physik, Chemie und Technik stehen auf Knopfdruck bereit. Die *ständige Verfügbarkeit* von Taschenrechnern ist dabei ein gewisser Vorteil gegenüber Tabellenwerken oder Großrechnern. Auch leisten Taschenrechner gute Dienste bei Test und Auswahl von ökonomischen Algorithmen für Großrechner. — Die Idee zu diesem Buch geht auf Anregungen von Studenten der Naturwissenschaften an der Universität Wien zurück.

Durch Verwendung von unkonventionellen Hierarchie-Befehlen werden möglichst wenig Datenregister verbraucht. Zur Verminderung der Programmlaufzeit wird durchgehend absolute Adressierung angewandt. Auf Modul-Programme wird nicht zugegriffen; daher sind die Programme dieses Buchs *parallel zu jedem beliebigen Modul* verwendbar. Für mathematische Grundlagen sind zahlreiche Literaturstellen angegeben. Für Rechner-Details wird auf Handbuch und einführende Literatur verwiesen (z.B. H. H. Gloistehn: Programmieren von Taschenrechnern, Band 3, Lehr- und Übungsbuch für den TI-58 und TI-59, Vieweg, Braunschweig, 1981).

Fast alle Abbildungen und Tabellen wurden mit den Plot- und Druckroutinen aus Band 3/1 erzeugt. Die von Studenten oft gestellte Utilitäts-Frage „Wofür ist das gut?“ wird durch viele *praxisbezogene Anwendungsbeispiele* beantwortet.

Innovationen im vorliegenden Band 17:

- (1) Taschenrechner-Routinen für theta-Funktionen von *Neville* (mit Parameter  $w, q$  oder  $m = k^2$ ).
- (2) Im Register-Teil sind *F.M.R.-Nummern* angegeben, die bekanntlich zur Kennzeichnung und Katalogisierung von speziellen Funktionen dienen.

Der vorliegende Band 17 in der Reihe „Anwendung programmierbarer Taschenrechner“ behandelt u.a. folgende Funktionen: Theta-Funktionen von Jacobi, theta-Funktionen von Neville, elliptische Funktionen von Jacobi (mit Parameter  $w, q$  oder  $m = k^2$ ). Der Anhang enthält Referenzwerte und Fehlerkurven. — Der Vorgängerband 16 behandelt u.a. vollständige und unvollständige elliptische Integrale erster und zweiter Gattung, generalisiertes vollständiges und unvollständiges elliptisches Integral zweiter Gattung, Umrechnung von Parametern.

Der Autor wünscht dem Leser Anregung und Erfolg bei der Verwendung dieses Buchs. Vorschläge für Verbesserungen und Ergänzungen werden gern entgegengenommen. Den Herren Univ. Prof. H. Reuter und Univ. Prof. K. Cihak gebührt Dank für zahlreiche Hinweise zur Meteorologie. Den Mitarbeitern des Vieweg-Verlags, im besonderen Herrn M. Langfeld, wird für die konstruktive Zusammenarbeit gedankt.

*Peter Kahlig*

Wien, im März 1982

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b> .....	1
<b>1 Theta-Funktionen von Jacobi und Neville</b> .....	3
Programm 1.1: Theta-Funktionen von Jacobi [nach Reihen-Entwicklung] .....	10
Programm 1.2: theta-Funktionen von Neville [nach Reihen-Entwicklung] .....	49
Programm 1.3: theta-Funktionen von Neville [nach Reihen-Entwicklung] .....	58
<b>2 Elliptische Funktionen von Jacobi</b> .....	73
Programm 2.1: Elliptische Funktionen von Jacobi [über dritte Theta-Funktion] .....	79
Programm 2.2: Elliptische Funktionen von Jacobi [nach Gauß-Transformation] .....	89
<b>Anhang</b> .....	113
$\alpha$ . Referenzwerte .....	113
$\beta$ . Fehlerkurven zu Funktionsroutinen .....	115
$\gamma$ . Laplace-Transformation von Theta-Funktionen .....	116
$\delta$ . Endliche Fourier-Transformation von Theta-Funktionen .....	118
<b>Namenverzeichnis</b> .....	120
<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	121
<b>Symbolverzeichnis</b> .....	122
<b>Verzeichnis der behandelten Funktionen (geordnet nach F.M.R.-Nummern)</b> ...	124

## Inhaltsübersicht zu Band 16 und 17



Die Übersicht zeigt, daß man drei Wege durch das Stoffgebiet wählen kann:

- (1) Man nimmt als Ausgangspunkt die elliptischen Integrale (*Legendre*) und führt dann durch Umkehrung die Amplitude und die elliptischen Funktionen ein.
- (2) Man nimmt als Ausgangspunkt elliptische Funktionen und Amplitude (*Abel*) und führt dann durch Umkehrung die unvollständigen elliptischen Integrale ein (mit den vollständigen elliptischen Integralen als Spezialfall).
- (3) Man nimmt als Ausgangspunkt die Theta-Funktionen (*Jacobi*), die im wesentlichen Zähler und Nenner der elliptischen Funktionen bilden (aber bei Wärmeleitungs- und Diffusionsproblemen ein Eigenleben führen). Über elliptische Funktionen und Amplitude kommt man dann (als Umkehrung) zu den elliptischen Integralen.