

Karl Wohlhart

Statik

Aus dem Programm
Grundstudium

Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler,
Band 1, 2+3
von L. Papula

Übungsbuch zur Mathematik für Ingenieure und
Naturwissenschaftler,
von L. Papula

Mathematische Formelsammlung
von L. Papula

Arbeitshilfen und Formeln für das technische Studium,
Band 1, 2, 3+4
von W. Böge (Hrsg.)

Aufgabensammlung Technische Mechanik,
Band 1+2
von O. Bruhns

Elektrotechnik
von D. Zastrow

Elektronik
von D. Zastrow

Werkstoffkunde für Ingenieure
von R. Laska und Ch. Felsch

Vieweg Lexikon Technik
von A. Böge

Vieweg

Karl Wohlhart

Statik

Grundlagen und Beispiele



Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Wohlhart, Karl:

Statik : Grundlagen und Beispiele / Karl Wohlhart. --

Braunschweig ; Wiesbaden : Vieweg, 1998

(Uni script)

Alle Rechte vorbehalten

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1998

Ursprünglich erschienen bei Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/
Wiesbaden, 1998.



Das Werk einschließlich aller seiner Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

<http://www.vieweg.de>

Umschlaggestaltung: Klaus Birk, Wiesbaden

ISBN 978-3-528-03110-7 ISBN 978-3-663-12381-1 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-12381-1

„and what is the use of a book“, thought Alice, „without pictures ...“
L. Carroll: Alice in Wonderland.

Vorwort

Das kleine Buch, das Sie, lieber Leser, hier in Händen haben, kann seine Herkunft als Vorlesungsunterlage nicht verleugnen: Die Worte darin sind vorher nicht auf die Goldwaage gelegt worden, die Sätze sind nicht immer hinreichend breit ausformuliert und die Erläuterungen oft nur stenographisch kurz. Ich hoffe, daß Sie das nicht allzusehr verdrießt oder gar davon abhält, das Buch zu kaufen, will sagen, ich hoffe, daß es Ihre Absicht ist, anhand des Buches vor allem „Statik“ lernen zu wollen. Daß dies gut möglich ist, glaube ich zuversichtlich, denn Stoffauswahl und Stoffverteilung habe ich in vielen Vorlesungen an der Technischen Universität in Graz erproben können. Die Vorlesungen über Statik richteten sich an die Ingenieurstudenten der verschiedenen Fakultäten im zweiten Semester und im Studienplan der Technischen Universität waren dafür nur drei Wochenstunden Vorlesungen und zwei Übungsstunden vorgesehen. Wenn nicht jedes Detail in aller Ausführlichkeit behandelt wird, läßt sich der hier gebotene Stoff in diesem Zeitrahmen unterbringen.

Die Statik steht in der Mechanik-Ausbildung der Ingenieurstudenten in der Regel an der ersten Stelle. Mit dem pseudoökonomischen Argument, daß die Statik ein Sonderfall der Dynamik sei, könnte die Dynamik auch an den Anfang gesetzt werden: In der Unterweisung der Studienanfänger ist es aber sicher ratsam, der historischen Entwicklung der Mechanik zu folgen und mit der Statik, dem ältesten Teilgebiet der Mechanik zu beginnen. Erfahrungsgemäß bereitet die Mechanik, und zwar bereits auch die Statik, den Studienanfängern (zumindest soweit sie nicht von Technischen Mittelschulen kommen) erhebliche Anfangsschwierigkeiten. Das liegt daran, daß der Schritt von einer realen Problemsituation in eine mathematisch richtig formulierte Modellsituation erst eingeübt werden muß, und es kommt hinzu, daß die Mathematikkenntnisse, und insbesondere die Vektoralgebra – die mathematische Umgangssprache der Statik – erst noch sicherer geistiger Besitz werden müssen.

Inwiefern kann das vorliegende Buch über diese Schwierigkeiten hinweg helfen? Zunächst ist es, glaube ich, der hier gewählte axiomatische Aufbau, der den Zugang zur Statik erleichtert. Die axiomatische Darstellung der Statik ist in der westlichen Lehrbuchliteratur eher selten, in der östlichen (russischen) hat er Tradition. Die fortwährende Rekursion auf die wenigen Axiome der Statik bringt Ordnung und Übersicht in die anfänglich verwirrende Vielzahl der Anwendungsmöglichkeiten. Da Zeichnungen über Problemsituationen viel besser „ins Bild setzen“ als das je ein Text könnte, wurde mit Zeichnungen nicht gespart: Im Gegenteil, wenn immer es anging, sind Abbildungen mit möglichst großem Informationsgehalt in den Text eingefügt worden.

Frau cand. Ing. Isolde Rentz hat mein engzeilig handgeschriebenes Skriptum zusammen mit den Freihandzeichnungen in die vorliegende, lesbare Druckform umgesetzt. Für den Eifer, die Geduld und Hingabe, mit der sie bei Sache war, möchte ich mich an dieser Stelle herzlich bedanken.

Graz, September 1997

K. Wohlhart, TU Graz

Inhaltsverzeichnis

1 Vektoralgebra im dreidimensionalen Raum	1
1.1 Darstellung des Vektors \mathbf{a} in der Vektorbasis.....	1
1.2 Inneres (oder skalares) Produkt zweier Vektoren	2
1.3 Äußeres (Kreuz- oder Vektor-) Produkt zweier Vektoren	3
1.4 Das Raumprodukt dreier Vektoren.....	5
2 Axiome der Statik	6
2.1 Das Trägheitsaxiom	7
2.2 Das Zwei-Kräfte-Gleichgewichtsaxiom	7
2.3 Axiom über das Hinzufügen bzw. Entfernen einer Zweikräfte- Gleichgewichtsgruppe.....	7
2.4 Das Parallelogramm-Axiom	8
2.5 Axiom über die Wechselwirkung der Kräfte (actio = reactio).....	9
2.6 Das Erstarrungsaxiom.....	9
2.7 Das Befreiungsaxiom	9
3 Kraftsysteme	10
3.1 Bindungen	10
3.2 Raumkraftsystem	11
3.3 Ebenes Kraftsystem.....	11
3.3.1 Zwei Kräfte am starren Körper, Reduktion, Gleichgewicht.....	11
3.3.2 Reduktionsergebnis.....	13
3.3.3 Gleichgewichtsbedingungen	14
3.3.3.1 Zwei Kräfte am starren Körper.....	14
3.3.3.2 Drei Kräfte am starren Körper.....	14
3.3.3.3 Vier Kräfte am starren Körper.....	15
3.3.3.4 Beliebige viele Kräfte am starren Körper (Seileckmethode).....	18
3.3.3.5 Dreigelenkbogen.....	21
3.3.4 Mittelpunkt eines ebenen Kraftsystems, Schwerpunkte, Massenzentrum.....	26
3.3.4.1 Zeichnerische Ermittlung des Mittelpunktes	26
3.3.4.2 Rechnerische Ermittlung des Mittelpunktes	27
3.3.4.3 Das Massenzentrum.....	28

3.3.4.4 Linienschwerpunkte, Lageberechnung, Anwendungen	30
3.3.4.5 Flächenschwerpunktberechnungen, Konstruktion, Anwendungen	35
4 Theorie der (ebenen) Fachwerke	40
4.1 Statisch bestimmte, statisch unbestimmte Fachwerke	40
4.1.1 Rechnerische Lösung	41
4.1.2 Zeichnerische Bestimmung der Stabkräfte eines statisch bestimmten Stabwerkes (Cremona-Kraftplan)	44
4.1.2.1 Cremonaplan – Reziproker Kraftplan	45
4.1.2.2 Ritterschnitt (Dreistäbeschnitt)	45
5 Gerade und eben gekrümmte Balken (Träger), Schnittgrößen	47
5.1 Zusammenhang zwischen Last- und Schnittgrößen	49
5.1.1 Zeichnerische Ermittlung der Schnittgrößen (Einzelkräfte)	51
5.1.1.1 Auflagerbestimmung mit Hilfe eines Seileckes	51
5.1.1.2 Verteilung der Biegemomente und der Querkräfte ($N \equiv 0$)	52
5.1.1.3 Berücksichtigung von Momentensprüngen	53
5.1.1.4 Verallgemeinerung auf krumme Balken	54
5.1.2 Zeichnerische Ermittlung der Schnittgrößen bei verteilten Lasten	54
5.2 Gerader Balken auf mehr als zwei Stützen (Gerberträger)	56
6 Kettenlinie, Seilstatik	58
6.1 Gleichgewichtsform	59
6.2 Das Seildreieck	60
6.2.1 Numerische Lösung der Seildreiecksformel	61
6.2.1.1 Newtonsches Näherungsverfahren	62
6.2.1.2 Resubstitutionsmethode	62
6.2.2 Bestimmung von $s_1, s_2, x_1, x_2, y_1, y_2, S_1, S_2$ bei bekanntem Seilparameter a	63
6.3 Einige Aufgaben aus der Seilstatik	65
7 Theorie der Reibung	68
7.1 Allgemeines	69
7.1.1 Grenzen	69
7.1.2 Experimentelle Bestimmung der Haftreibungskraft $F_{R0} = F_{T, G}$	69
7.1.3 Gleitreibungskraft bei trockener Reibung	70
7.1.4 Schmiermittelreibung	70
7.1.5 Gemischte Reibung	71
7.2 Die trockene Reibung	71
7.2.1 Der Reibungskegel	71
7.2.1.1 Die angelehnte Leiter, $z_{\max} = ?$	72
7.2.1.2 Fahrrad	73
7.2.1.3 Spielzeugauto	74
7.2.1.4 Anheben einer schweren Kette	75

7.2.1.5 Steigeisen	75
7.2.1.6 Stromzuführungskabel	76
7.2.1.7 Schleppen auf der schiefen Ebene	76
7.2.2 Die Schraube – Kraftverhältnisse	77
7.2.2.1 Schraube mit Flachgewinde ($\beta = 0$)	78
7.2.2.2 Schraube mit Trapez- oder Spitzgewinde	80
7.2.3 Seilreibung	81
7.2.3.1 Hubkraft	84
7.2.3.2 Haltekraft	84
7.2.3.3 Bandbremse	84
7.2.3.4 Riementrieb	85
7.2.4 Spurzapfenreibung	86
7.2.4.1 Annahmen über Normaldruck-Verteilungen	86
7.2.4.2 Kreissäge	87
7.2.4.3 Schleifscheibe – ein etwas schwierigeres Beispiel	88
7.2.4.4 Dampfwalze – wieder ein ganz leichtes Beispiel	89
7.2.5 Trockene Lagerreibung	90
7.2.5.1 Feste Rolle	90
7.2.5.2 Lose Rolle	94
7.2.6 Rollreibung	99
7.2.6.1 Transport auf Rädern, Inneres Antriebs- bzw. Bremsmoment	99
7.2.6.2 Transport auf Rädern, äußerer Antrieb	101

8 Raumkraftsystem **103**

8.1 Eigenschaften des Kraftpaares	103
8.1.1 Zusammensetzung zweier Kraftpaare in der gleichen Ebene ($\sigma_1 = \sigma_2$)	104
8.1.2 Verschiebung eines Kraftpaares in eine zu seiner Ebene parallelen Ebene	104
8.1.3 Zusammensetzung von zwei Kräften in verschiedenen Ebenen ($\sigma_1 \neq \sigma_2$)	105
8.1.3.1 Parallele Ebenen $\sigma_1 \parallel \sigma_2$	105
8.1.3.2 Nichtparallele Wirkungsebenen $\sigma_1 \not\parallel \sigma_2$	105
8.1.4 Der Vektor eines Kraftpaares, der Momentenvektor	106
8.2 Reduktion des Raumkraftsystems	107
8.2.1 Die Dyade	107
8.2.2 Die Dyade = Kraftschraube, die Zentralachse	108
8.2.2.1 Die Invarianten des Raumkraftsystems	110
8.2.2.2 Sonderfall des ebenen Kraftsystems	110
8.3 Die Gleichgewichtsbedingungen für den starren Körper	111
8.4 Räumliches Parallelkraftsystem, Mittelpunkt des Parallelkraftsystems	112
8.5 Schwerpunkt, Massenzentrum (Massenmittelpunkt)	114
8.5.1 Berechnung des Massen-zentrums aus Teilmassenzentren	115
8.5.2 Beispiele	116
8.5.2.1 Homogenes Prisma (Volumenzentrum)	116
8.5.2.2 Massen-zentrum eines homogenen Tetraeders (Volumenzentrum)	116
8.5.2.3 Massen-zentrum eines allgemeinen homogenen Kegels (Volumenzentrum)	117

8.5.2.4	Massenzentrum eines homogenen Rotations-Vollkörpers	118
8.5.2.5	Massenzentrum der Rotationschalen	118
8.6	Statisch bestimmte Lagerung des starren Körpers	120
8.7	Die infinitesimale Verlagerung eines körperfesten Punktes B	123
8.8	Beispiele	125
8.8.1	Bestimmung der Schwerpunktlage eines Sportlers beim Hochsprung (Lage des Massenzentrums)	125
8.8.2	Falltüre	125
9	Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen	128
9.1	Wirkliche, mögliche und „virtuelle“ infinitesimale Verschiebungen	130
9.2	Eingeprägte (Aktionskräfte, Quasiaktionskräfte) und Zwangskräfte (Reaktionskräfte)	131
9.2.1	Das Archimedische Hebelgesetz	132
9.2.2	Die Robervalsche Waage	132
9.2.3	Die Nürnberger Schere	133
9.2.4	Die Dezimalwaage	134
9.2.5	Das Zeichenbrett	135
9.2.6	Die Zeichenmaschine	136
9.2.7	Das Torricellische Prinzip (Prinzip der virtuellen Verschiebungen bei Gewichtskräften)	136
9.3	Nachweis der Gleichwertigkeit	137
9.3.1	Ebenes Kraftsystem	137
9.3.2	Nachweis der Äquivalenz $(\mathbf{F} = 0) \wedge (\mathbf{M} = 0) \Leftrightarrow \delta W = 0$ für das Raumkraftsystem	139
9.4	Bestimmung von Reaktionskräften mit $\delta W = 0$	140
10	Anhang	141
10.1	Ein Blick in die „Analytische Statik“	141
10.1.1	Reihenentwicklung des Potentials	142
10.1.2	Stabilität einer Gleichgewichtslage	143
10.1.2.1	Systeme mit einem Freiheitsgrad	144
10.1.2.2	Systeme mit zwei Freiheitsgraden	146
10.1.2.3	Systeme mit drei Freiheitsgraden	148
10.1.2.4	Systeme mit n Freiheitsgraden	150
10.2	Mathematik Minimum	152
10.2.1	Trigonometrie	152
10.2.2	Reihen	154
10.2.3	Differenzieren	155
10.2.4	Integration	157
	Stichwortverzeichnis	159