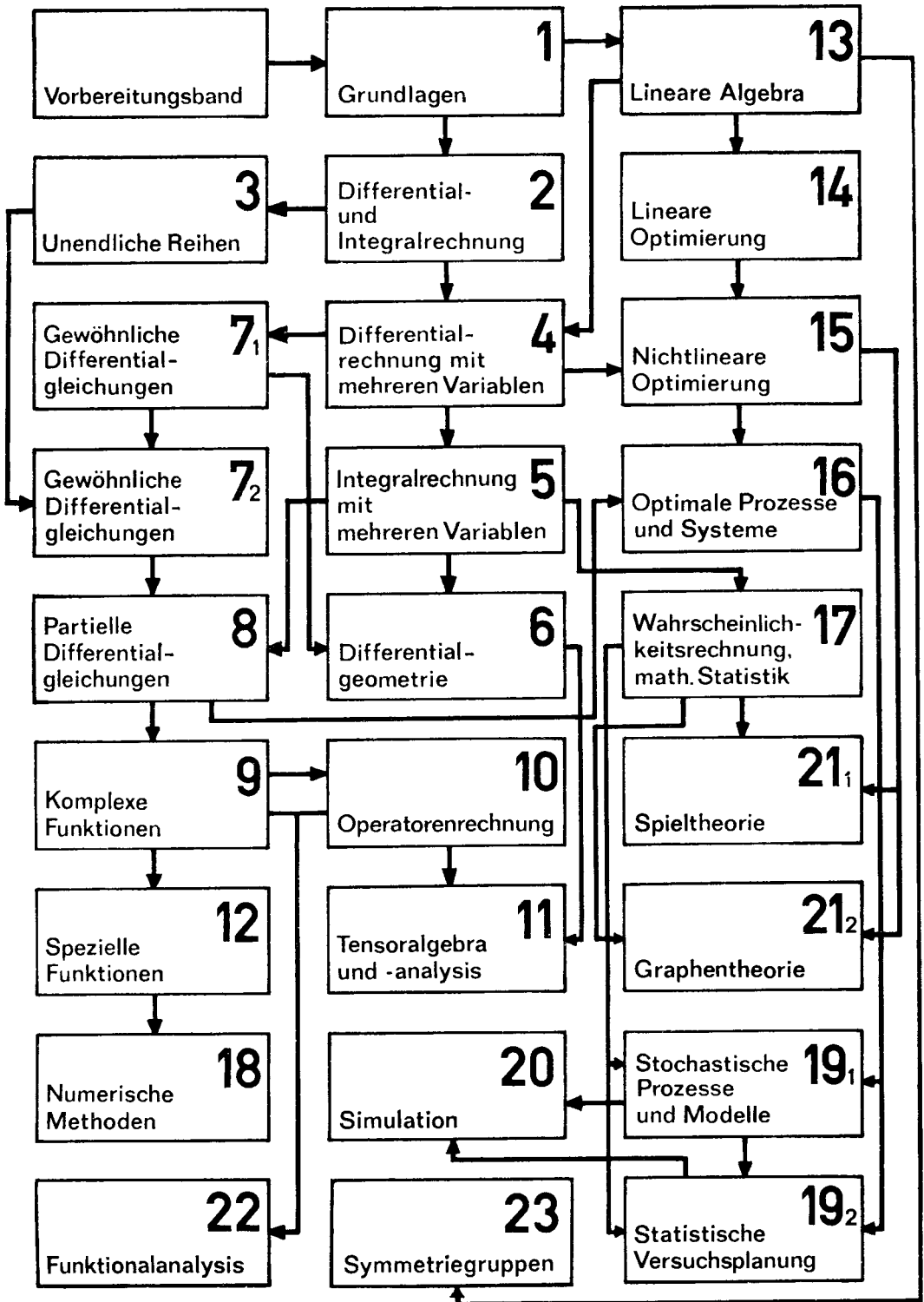


# Abhängigkeitsgraph



MATHEMATIK FÜR INGENIEURE, NATURWISSENSCHAFTLER,  
ÖKONOMEN UND LANDWIRTE · BAND 9

Herausgeber: Prof. Dr. O. Beyer, Magdeburg · Prof. Dr. H. Erfurth, Merseburg  
Prof. Dr. O. Greuel† · Prof. Dr. C. Großmann, Dresden  
Prof. Dr. H. Kadner, Dresden · Prof. Dr. K. Manteuffel, Magdeburg  
Prof. Dr. M. Schneider, Karl-Marx-Stadt · Doz. Dr. G. Zeidler, Berlin

---

PROF. DR. O. GREUEL†  
PROF. DR. H. KADNER

# Komplexe Funktionen und konforme Abbildungen

3. AUFLAGE



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 1990

Das Lehrwerk wurde 1972 begründet und wird seither herausgegeben von:

Prof. Dr. Otfried Beyer, Prof. Dr. Horst Erfurth, Prof. Dr. Otto Greuel †, Prof. Dr. Horst Kadner,  
Prof. Dr. Karl Manteuffel, Doz. Dr. Günter Zeidler

Außerdem gehören dem Herausgeberkollektiv an:

Prof. Dr. Manfred Schneider (seit 1989), Prof. Dr. Christian Großmann (seit 1989)

Verantwortlicher Herausgeber dieses Bandes:

Dr. rer. nat. habil. Horst Erfurth, ordentlicher Professor an der Technischen Hochschule „Carl  
Schorlemmer“, Merseburg

Autoren:

Prof. Dr. Otto Greuel †

Dr. rer. nat. habil. Horst Kadner, ordentlicher Professor für Mathematische Kybernetik und  
Rechentechnik an der Technischen Universität Dresden

Am 9. Oktober 1977 wurde der Mitherausgeber dieser Lehrbuchreihe und Autor des Bandes 9,  
Prof. Dr. Otto Greuel, durch einen tragischen Unglücksfall mitten aus seinem schaffensreichen  
Leben gerissen. Prof. Dr. Greuel hat mit hohem Einsatz an der Entwicklung der Lehrbuchreihe  
„Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler, Ökonomen und Landwirte“ mitgewirkt. Wir  
werden ihm stets ein ehrendes Andenken bewahren und das Lehrwerk in seinem Sinn weiter-  
führen.

Herausgeber und Verlag

Als Lehrbuch für die Ausbildung an Universitäten und Hochschulen der DDR anerkannt.

Berlin, Mai 1989

Minister für Hoch- und Fachschulwesen

Greuel, Otto:

Komplexe Funktionen und konforme Abbildungen /

O. Greuel ; H. Kadner. – 3. Aufl. – Leipzig :

BSB Teubner, 1990.

(Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler,

Ökonomen und Landwirte ; 9)

NE: Kadner, Horst: ; GT

ISBN 978-3-322-00722-3

ISBN 978-3-663-12195-4 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-12195-4

Math. Ing. Nat.wiss. Ökon. Landwirte, Bd. 9

ISBN 978-3-322-00722-3

© Springer Fachmedien Wiesbaden, 1978

Ursprünglich erschienen bei BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig in 1978

3. Auflage

VLN 294-375/42/90 · LSV 1034

Lektor: Dorothea Ziegler

Gesamtherstellung: IV/2/14 VEB Druckerei „Gottfried Wilhelm Leibniz“, 4450 Gräfenhainichen

Bestell-Nr. 665 783 3

00960

## Vorwort zur zweiten Auflage

Die zweite Auflage dieses Lehrbuches wurde vom verantwortlichen Herausgeber der ersten Auflage überarbeitet. An dieser Stelle sei insbesondere Herrn Prof. Dr. H. Poppe für seine wertvollen Änderungsvorschläge zur ersten Auflage gedankt.

Dresden, März 1980

H. Kadner

## Inhalt

1.	Einführung .....	5
2.	Komplexe Zahlen .....	6
2.1.	Grundbegriffe .....	6
2.2.	Beträge, Ungleichungen .....	8
2.3.	Die Riemannsche Zahlenkugel .....	10
2.4.	Punktmengen .....	12
2.5.	Kurven, Bereiche, Gebiete in der komplexen Zahlenebene .....	17
2.5.1.	Kurven .....	17
2.5.2.	Bereiche und Gebiete .....	20
3.	Funktionen einer komplexen Veränderlichen .....	24
3.1.	Definition und geometrische Veranschaulichung .....	24
3.2.	Grenzwert, Stetigkeit .....	28
3.3.	Differentiation im Komplexen .....	30
3.3.1.	Definition der Ableitung, Holomorphe Funktionen .....	30
3.3.2.	Allgemeine Differentiationsregeln .....	32
3.3.3.	Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen. Die Laplacesche Differentialgleichung .....	33

4	Inhalt	
3.4.	Konforme Abbildungen	37
3.5.	Elementare Funktionen komplexer Veränderlicher	42
3.5.1.	Die Potenzfunktion $w = z^n$	42
3.5.2.	Ganze rationale Funktionen	44
3.5.3.	Rationale Funktionen	45
3.5.4.	Die Exponentialfunktion	46
3.5.5.	Die Logarithmusfunktion	49
3.5.6.	Die trigonometrischen Funktionen	51
3.5.7.	Die hyperbolischen Funktionen	55
4.	Integration im Komplexen	58
4.1.	Bestimmtes Integral	58
4.2.	Cauchyscher Integralsatz und Folgerungen	62
4.3.	Berechnung von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen	66
4.4.	Cauchysche Integralformel	68
5.	Reihenentwicklungen. Singuläre Stellen	73
5.1.	Reihen mit komplexen Gliedern	73
5.2.	Funktionsreihen. Potenzreihen	74
5.3.	Entwicklung holomorpher Funktionen in Potenzreihen	76
5.4.	Entwicklung holomorpher Funktionen in Laurentreihen	82
5.5.	Isolierte singuläre Stellen und Residuum	85
5.5.1.	Isolierte singuläre Stellen und Verhalten im Unendlichen	85
5.5.2.	Residuum	88
5.6.	Berechnung reeller Integrale mit Hilfe der Integration im Komplexen	94
5.6.1.	Integrale der Form $\int_0^{2\pi} R(\cos t, \sin t) dt$	94
5.6.2.	Uneigentliche Integrale der Form $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$	95
5.7.	Einteilung der Funktionen	97
6.	Beispiele zu konformen Abbildungen	98
6.1.	Abbildungen durch gebrochen lineare Funktionen	98
6.1.1.	Abbildung durch ganze lineare Funktionen	98
6.1.2.	Abbildung durch die Funktion $w = \frac{1}{z}$	101
6.1.3.	Abbildung durch die allgemeine gebrochen lineare Funktion $w = \frac{az + b}{cz + d}$	106
6.1.4.	Hinweise auf weitere praktisch wichtige Abbildungen	108
6.2.	Schwarzsches Spiegelungsprinzip	109
6.3.	Abbildung einfach zusammenhängender Gebiete auf das Innere eines Kreises	111
	Lösungen der Aufgaben	114
	Literatur	126
	Namen- und Sachregister	126