Teubner Studienbücher

Mathematik

Afflerbach: **Statistik-Praktikum mit dem PC.** DM 24,80

Ahlswede/Wegener: **Suchprobleme.** DM 32,–

Aigner: **Graphentheorie.** DM 29,80

Ansorge: **Differenzenapproximationen partieller Anfangswertaufgaben.** DM 32,– (LAMM)

Behnen/Neuhaus: **Grundkurs Stochastik.** 2. Aufl. DM 36,–

Bohl: **Finite Modelle gewöhnlicher Randwertaufgaben.** DM 32,– (LAMM)

Böhmer: **Spline-Funktionen.** DM 32,–

Bröcker: **Analysis in mehreren Variablen.** DM 34,–

Bunse/Bunse-Gerstner: **Numerische Lineare Algebra.** 314 Seiten. DM 36,–

Clegg: **Variationsrechnung.** DM 19,80

v. Collani: **Optimale Wareneingangskontrolle.** DM 29,80

Collatz: **Differentialgleichungen.** 6. Aufl. DM 34,– (LAMM)

Collatz/Krabs: **Approximationstheorie.** DM 29,80

Constantinescu: **Distributionen und ihre Anwendung in der Physik.** DM 22,80

Dinges/Rost: **Prinzipien der Stochastik.** DM 36,–

Fischer/Sacher: **Einführung in die Algebra.** 3. Aufl. DM 23,80

Floret: **Maß- und Integrationstheorie.** DM 34,–

Grigorieff: **Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen**
Band 2: DM 34,–

Hackbusch: **Theorie und Numerik elliptischer Differentialgleichungen.** DM 38,–

Hackenbroch: **Integrationstheorie.** DM 22,80

Hainzl: **Mathematik für Naturwissenschaftler.** 4. Aufl. DM 36,– (LAMM)

Hässig: **Graphentheoretische Methoden des Operations Research.** DM 26,80 (LAMM)

Hettich/Zenke: **Numerische Methoden der Approximation und semi-infinitiven Optimierung.** DM 26,80

Hilbert: **Grundlagen der Geometrie.** 13. Aufl. DM 28,80

Jeggle: **Nichtlineare Funktionalanalysis.** DM 28,80

Kall: **Analysis für Ökonomen.** DM 28,80 (LAMM)

Kall: **Lineare Algebra für Ökonomen.** DM 24,80 (LAMM)

Kall: **Mathematische Methoden des Operations Research.** DM 26,80 (LAMM)

Kohlas: **St[illegible]tisc[illegible] Methoden des Operations Research.** DM 26,80 (LAMM)

Integrationstheorie

Eine Einführung in die Integrationstheorie und ihre Anwendungen

Von Dr. rer. nat. Wolfgang Hackenbroch
o. Professor an der Universität Regensburg

Mit 8 Figuren

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH
1987

Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang Hackenbroch

Geboren 1937 in Köln. Von 1956 bis 1962 Studium der Physik und Mathematik an den Universitäten Köln und Zürich. 1962 Diplom in Physik, 1967 Promotion und 1971 Habilitation im Fach Mathematik in Saarbrücken. Wiss. Assistent in Köln und Saarbrücken. 1969/70 Visiting Professor an der University of Washington in Seattle. 1971 Abteilungsvorsteher und Professor an der Universität Saarbrükken, seit 1974 o. Professor an der Universität Regensburg.

ISBN 978-3-519-02078-3 ISBN 978-3-663-12177-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-663-12177-0

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Hackenbroch, Wolfgang:
Integrationstheorie : e. Einf. in d. Integrationstheorie u. ihre Anwendungen / von Wolfgang Hackenbroch. – Stuttgart : Teubner, 1987.
(Teubner-Studienbücher : Mathematik)
ISBN 978-3-519-02078-3

Gesamtherstellung: Druckhaus Beltz, Hemsbach/Bergstraße
Umschlaggestaltung: M. Koch, Reutlingen

VORWORT

Der vorliegende Text über Integration ist aus einem dreisemestrigen Grundkurs „Analysis“ hervorgegangen. Diesem Ursprung, wie auch der Erfahrung, daß es den Studenten höherer Vorlesungen aus der Analysis oder Stochastik häufig an maßtheoretischem Grundwissen mangelt, entsprechen die Ziele dieser Einführung, nämlich

- von den im Laufe des ersten Semesters erworbenen mathematischen Kenntnissen auszugehen

- Riemann-Stieltjes-Integrale über Intervallen an den Anfang zu stellen und gerade so weit zu entwickeln, wie sie nach wie vor von Nutzen sind, mit beliebigen Verteilungsfunktionen als Integratoren, und unter Einschluß von Kurvenintegralen im $\mathbf{R}^n$

- davon unabhängig dann das Lebesgue-Integral über allgemeinen Maßräumen aufzubauen, wobei im Zweifel stets der handlicheren, wenn auch etwas spezielleren Formulierung vor maßtheoretischen Verfeinerungen der Vorzug gegeben wurde

- schließlich die Theorie auch anzuwenden.

Als Anwendungen werden solche Themenkreise der Analysis behandelt, die einerseits von grundsätzlichem eigenen Interesse sind, und wo andererseits ein flexibler Integralbegriff unentbehrlich ist. Hierzu gehört ein Paragraph über Fouriertransformation auf dem $\mathbf{R}^n$, dann eine ausführliche Behandlung der auf Faltung mit glatten Funktionen beruhenden Reichhaltigkeitssätze für Testfunktionen in Verbindung mit den Grundideen der Distributionentheorie, aber auch, als Beispiel für die Kraft von Hilbertraumschlüssen und damit für die Bedeutung der Vollständigkeit des Raumes $L^2(\mu)$, ein Beweis des Radon-Nikodym'schen Satzes über die Existenz von Dichten.

Ein eigener Abschnitt widmet sich dem Studium spezieller Maße und ihrer Integrale. Neben dem Lebesguemaß und allgemeinen Produktmaßen (mit dem Satz von Fubini) sind dies vor allem Borelmaße auf Intervallen (im Zusammenhang mit Stieltjes-Integralen), diskrete Maße (und Summationen) sowie die Bildmaße (mit zugehörigem Transformationslemma).

Ein Grenzfall unseres Programms ist die Diskussion des Gauß'-schen Divergenzsatzes im letzten Paragraphen, der als einziger Satz in diesem Buch nicht ganz bewiesen wird. Die Existenz des Randmaßes ist zwar durch eine einfache maßtheoretische Überlegung sehr plausibel gemacht. Ein vollständiger Beweis scheint aber doch am zweckmäßigsten über eine Reduktion auf das Lebesguemaß mit Hilfe lokaler Koordinaten geführt zu werden und ist damit eher ein Gegenstand der Differentialrechnung.

Dieser Text enthält keine Übungsaufgaben - man findet sie zur Genüge in den Lehrbüchern der Analysis bzw. Maßtheorie (etwa den im Literaturverzeichnis angegebenen). Der Leser kann also sicher sein, daß ihm nicht mehr - aber auch nicht weniger - zugemutet wird, als die vielen, zwar knapp, aber doch „vollständig“ argumentierenden Beweise sorgfältig mitzuvollziehen und dabei den Blick auf das Ganze nicht zu verlieren. Er wird dann von selbst die unerläßliche Routine im Umgang mit Integralen gewinnen.

Bei der Bearbeitung der Korrekturen haben mich Frau I. Thalmaier und Herr Dr. K. Barbey aufs beste unterstützt; Herr Dr. M. Möller half mit Rat und Tat, wo immer Schwierigkeiten bei der Textverarbeitung auftraten. Ihnen gilt mein herzlicher Dank. Ganz besonderen Dank sage ich Frau I. Herrmann, die mit großem Geschick und unermüdlicher Geduld ein handgeschriebenes Manuskript in ein wohlgesetztes Buch verwandelte.

Regensburg, im September 1987 Wolfgang Hackenbroch

INHALTSVERZEICHNIS