

# Teubner Studienbücher

## Mathematik

Böhmer: **Spline-Funktionen**

Theorie und Anwendungen. 340 Seiten. DM 26,80

Clegg: **Variationsrechnung**

138 Seiten. DM 16,80

Collatz: **Differentialgleichungen**

Eine Einführung unter besonderer Berücksichtigung der Anwendungen  
5. Aufl. 226 Seiten. DM 22,80 (LAMM)

Collatz/Krabs: **Approximationstheorie**

Tschebyscheffsche Approximation mit Anwendungen. 208 Seiten. DM 26,80

Constantinescu: **Distributionen und ihre Anwendung in der Physik**

144 Seiten. DM 17,80

Fischer/Sacher: **Einführung in die Algebra**

238 Seiten. DM 16,80

Grigorieff: **Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen**

Band 1: Einschrittverfahren. 202 Seiten. DM 14,80

Band 2: Mehrschrittverfahren. 411 Seiten. DM 29,80

Hainzl: **Mathematik für Naturwissenschaftler**

311 Seiten. 2. Aufl. DM 29,— (LAMM)

Hilbert: **Grundlagen der Geometrie**

12. Aufl. VII, 271 Seiten. DM 22,80

Jaeger/Wenke: **Lineare Wirtschafts algebra**

Eine Einführung

Band 1: XVI, 174 Seiten. DM 18,80 (LAMM)

Band 2: IV, 160 Seiten. DM 18,80 (LAMM)

Kall: **Mathematische Methoden des Operations Research**

Eine Einführung. 176 Seiten. DM 22,80 (LAMM)

Kochendörffer: **Determinanten und Matrizen**

IV, 148 Seiten. DM 16,80

Kohlas: **Stochastische Methoden des Operations Research**

192 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Krabs: **Optimierung und Approximation**

208 Seiten. DM 24,80

Stiefel: **Einführung in die numerische Mathematik**

5. Aufl. 292 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Stummel/Hainer: **Praktische Mathematik**

299 Seiten. DM 28,80

Topsoe: **Informationstheorie**

Eine Einführung. 228 Seiten. DM 12,80

Velte

Eine Einführung in die Anwendung der Differentialgleichungen bei partiellen  
Differentialgleichungen. 198 Seiten. DM 24,80 (LAMM)

Walter: **Biomatheematik für Mediziner**

148 Seiten. DM

Witt

Ein

**Teubner Studienbücher Mathematik**

**J. Kohlas**

**Stochastische Methoden  
des Operations Research**

# **Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik LAMM**

Unter Mitwirkung von

Prof. Dr. E. Becker, Darmstadt

Prof. Dr. G. Hotz, Saarbrücken

Prof. Dr. P. Kall, Zürich

Prof. Dr. K. Magnus, München

Prof. Dr. E. Meister, Darmstadt

Prof. Dr. Dr. h. c. F. K. G. Odqvist, Stockholm

Prof. Dr. Dr. h. c. Dr. h. c. Dr. h. c. E. Stiefel, Zürich

herausgegeben von

Prof. Dr. Dr. h. c. H. Görtler, Freiburg

**Band 40**

Die Lehrbücher dieser Reihe sind einerseits allen mathematischen Theorien und Methoden von grundsätzlicher Bedeutung für die Anwendung der Mathematik gewidmet; andererseits werden auch die Anwendungsgebiete selbst behandelt. Die Bände der Reihe sollen dem Ingenieur und Naturwissenschaftler die Kenntnis der mathematischen Methoden, dem Mathematiker die Kenntnisse der Anwendungsgebiete seiner Wissenschaft zugänglich machen. Die Werke sind für die angehenden Industrie- und Wirtschaftsmathematiker, Ingenieure und Naturwissenschaftler bestimmt, darüber hinaus aber sollen sie den im praktischen Beruf Tätigen zur Fortbildung im Zuge der fortschreitenden Wissenschaft dienen.

# **Stochastische Methoden des Operations Research**

Von Dr. phil. Jürg Kohlas  
o. Professor an der Universität Freiburg i. Ue. (CH)

Mit 107 Beispielen



Springer Fachmedien  
Wiesbaden GmbH 1977

Prof. Dr. phil. Jürg Kohlas

Geboren 1939 in Winterthur. Von 1960 bis 1965 Studium der Mathematik und Physik an der Universität Zürich. Von 1965 bis 1971 wiss. Mitarbeiter am Institut für Operations Research und Elektronische Datenverarbeitung an der Universität Zürich. 1967 Promotion, ab 1972 Privatdozent für angewandte Mathematik an der Universität Zürich. Von 1971 bis 1973 Tätigkeit als Wissenschaftler am Forschungszentrum der Firma Brown, Boveri & Cie., Baden (CH). Seit 1973 o. Professor für Operations Research und elektronische Datenverarbeitung an der Universität Freiburg i. Ue. (CH). 1976 Präsident der Schweizerischen Vereinigung für Operations Research.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

**Kohlas, Jürg**

Stochastische Methoden des Operations-research. –

1. Aufl.

(Teubner-Studienbücher: Mathematik)

(Leitfäden der angewandten Mathematik und

Mechanik ; Bd. 40)

ISBN 978-3-519-02342-5

ISBN 978-3-663-11528-1 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-11528-1

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, besonders die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Bildentnahme, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege, der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei Verwertung von Teilen des Werkes, dem Verlag vorbehalten.

Bei gewerblichen Zwecken dienender Vervielfältigung ist an den Verlag gemäß § 54 UrhG eine Vergütung zu zahlen, deren Höhe mit dem Verlag zu vereinbaren ist.

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1977

Ursprünglich erschienen bei B.G. Teubner, Stuttgart 1977

Umschlaggestaltung: W. Koch, Sindelfingen

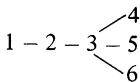
## Vorwort

Operations Research befaßt sich mit der mathematischen Analyse technisch-wirtschaftlicher Probleme und Systeme. Man hat es dabei immer mit mehr oder weniger ausgeprägten Unsicherheiten und Ungewißheiten zu tun. Oft kann man die Unsicherheiten vernachlässigen und mit Schätzungen, mittleren oder erwarteten Werten arbeiten. Es gibt jedoch Probleme, deren Wesen gerade durch den Zufall bestimmt ist. Man würde den Kern des Problems nicht treffen, wollte man versuchen, den Zufallsfaktor zu eliminieren. In solchen Fällen muß das Problem mit wahrscheinlichkeitstheoretischen oder stochastischen Methoden angepackt werden.

Man hat es dabei fast immer mit dynamischen, zeitlichen Abläufen zu tun. Die Probleme fallen daher in das Gebiet der stochastischen Prozesse. Die grundlegenden Instrumente zur Behandlung der stochastischen Probleme des Operations Research bilden die Erneuerungstheorie und die Theorie der Markoff-Ketten (Kapitel 2 und 3). Wichtige Anwendungen davon treten bei den Warteschlangensystemen (Kapitel 4) und der dynamischen Optimierung (Kapitel 5) auf. Von vorrangiger, praktischer Bedeutung ist die numerische Behandlung der stochastischen Probleme des Operations Research. Hierfür legen die Simulations- und Monte-Carlo-Methoden (Kapitel 6) weitreichende Ansätze bereit.

Es wird hier keinesfalls eine umfassende, vollständige Darstellung der einzelnen Gebiete angestrebt. Im Vordergrund steht vielmehr eine Einführung in die wichtigsten, für die jeweiligen Problemkreise charakteristischen Gedankengänge. Selbstverständlich beruhen die dargestellten stochastischen Methoden auf der allgemeinen Wahrscheinlichkeitstheorie. Daher ist im Kapitel 1 eine knapp gehaltene Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie vorangestellt, die deren wesentlichsten Ergebnisse enthält, wobei zum größten Teil auf die Beweise verzichtet wurde. Der Leser, der mit der Wahrscheinlichkeitstheorie vertraut ist, kann dieses Kapitel überspringen.

Die logische Abhängigkeit der einzelnen Kapitel ist im nachstehenden Diagramm dargestellt.



Anwendungen der stochastischen Methoden finden sich in fast allen Anwendungsgebieten des Operations Research. Besonders hervorzuheben sind die Instandhaltung und Wartung, Ersatz- und Erneuerungsprobleme, Zuverlässigkeitsprobleme, Bedienungsprobleme, Lagerhaltung, Transport- und Verkehrsflußprobleme. Die im Text eingestreuten Beispiele sollen einen Begriff von der Art der Anwendung vermitteln. Für eingehendere Darstellungen von Anwendungen muß jedoch auf die Monographien zu den einzelnen Anwendungsgebieten verwiesen werden.

Das Ende von Beweisen ist mit ■ markiert, das Ende von Beispielen mit □. Die Formeln sind in jedem Abschnitt, beginnend ab (1), neu nummeriert. Der Hinweis auf eine Formel

(k) eines anderen Abschnitts j des gleichen Kapitels ist  $j(k)$ , auf eine Formel (k) eines Abschnitts j eines anderen Kapitels i ist  $i.j(k)$ . Genau das gleiche gilt für die Sätze. Die Beispiele sind in jedem Abschnitt mit a), b), c), . . . bezeichnet. Die Hinweise auf Beispiele sind analog gestaltet, wie die Hinweise auf Formeln oder Sätze. Am Ende jedes Kapitels ist ein Kommentar eingefügt, der Literaturhinweise zum betreffenden Kapitel enthält. Das Literaturverzeichnis selber ist nach Kapiteln geordnet und befindet sich am Ende des Buches. Es stellt nur eine kleine Auswahl dar. Dabei wurden vorzugsweise Monographien aufgenommen und nur ausnahmsweise Zeitschriftenartikel, wenn es sich um einen Stoff handelt, der noch keinen Eingang in die Monographien gefunden hat. Der Leser, der das eine oder andere Gebiet vertieft studieren will, findet in den Referenzen des Literaturverzeichnisses weiterführende Darstellungen und vollständigere Literaturangaben.

Mein Dank gilt meinen Kollegen, Prof. P. Kall, der die Abfassung dieses Textes anregte und mir mit wertvollen Ratschlägen zur Seite stand, und Prof. W. Runggaldier, mit dem ich viele anregende Diskussionen hatte, meinen Mitarbeitern W. Weidert, dipl. math. und Nguyen Dac Hoa, lic. oec., für ihre Mithilfe bei der Bereinigung des Manuskriptes, Frau Rocher für die sorgfältige Schreibearbeit und dem Verlag B. G. Teubner für die Übernahme des Textes in die LAMM-Reihe.

Freiburg i. Ü. (CH), im Frühjahr 1977

J. Kohlas

# Inhalt

## 1 Wahrscheinlichkeitstheorie

1.1 Wahrscheinlichkeitsräume . . . . .	9
1.2 Zufallsvariablen . . . . .	17
1.3 Integration und Momente . . . . .	24
1.4 Summen von Zufallsvariablen . . . . .	32
Kommentar zu Kapitel 1 . . . . .	39

## 2 Erneuerungstheorie

2.1 Erneuerungsprozesse . . . . .	40
2.2 Erneuerungstheorem für diskrete Erneuerungsprozesse . . . . .	48
2.3 Erneuerungstheorem für nicht-diskrete Erneuerungsprozesse . . . . .	54
Kommentar zu Kapitel 2 . . . . .	66

## 3 Markoff-Ketten

3.1 Markoff-Ketten mit diskretem Zeitparameter . . . . .	67
3.2 Klassifikation der Zustände und Grenzverteilungen . . . . .	75
3.3 Markoff-Ketten mit stetigem Zeitparameter . . . . .	87
3.4 Grenzverteilung für Ketten mit stetigem Parameter . . . . .	97
Kommentar zu Kapitel 3 . . . . .	102

## 4 Warteschlangen

4.1 Warteschlangen-Prozesse . . . . .	102
4.2 Eingebettete Markoff-Ketten . . . . .	107
4.3 Netzwerke von Warteschlangensystemen . . . . .	115
Kommentar zu Kapitel 4 . . . . .	123

## 5 Dynamische Optimierung

5.1 Sequentielle Entscheidungsprobleme . . . . .	124
5.2 Unendlichstufige Markoff-Entscheidungsprobleme mit Diskontierung . . . . .	133
5.3 Unendlichstufige Markoff-Entscheidungsprobleme ohne Diskontierung . . . . .	141
Kommentar zu Kapitel 5 . . . . .	150



**6 Simulation und Monte-Carlo-Methoden**

6.1 Zufallszahlen . . . . . 151  
6.2 Simulation von Zufallsvariablen . . . . . 156  
6.3 Simulation von stochastischen Prozessen . . . . . 163  
6.4 Monte-Carlo-Methoden . . . . . 170  
6.5 Regenerative Simulation . . . . . 177  
    Kommentar zu Kapitel 6 . . . . . 184

**Literaturverzeichnis (Auswahl, geordnet nach Kapiteln) . . . . . 186**

**Sachverzeichnis . . . . . 189**