

Praktische Baustatik

Teil 2

Professor Dipl.-Ing. Gerhard Erhof
Fachhochschule Mainz

Unter Mitwirkung von
Prof. Dipl.-Ing. Gerhard Rehwald
Fachhochschule Frankfurt am Main

15., neubearbeitete und erweiterte Auflage
Mit 459 Bildern und 27 Tafeln



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 1998

Für dieses Buch einschlägige Normen sind entsprechend dem Entwicklungsstand ausgewertet worden, den sie bei Abschluß des Manuskripts erreicht hatten. Maßgebend sind die jeweils neuesten Ausgaben der Normblätter des DIN Deutsches Institut für Normung e. V., die durch den Beuth-Verlag, Berlin und Köln, zu beziehen sind. – Sinngemäß gilt das gleiche für alle sonstigen angezogenen amtlichen Richtlinien, Bestimmungen, Verordnungen usw.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Praktische Baustatik : [ein Leitfaden der Baustatik für Studium und Praxis] / von Gerhard Erlhof.

Teilw. verf. von Hermann Ramm und Walter Wagner. – Teilw. verf. von Walter Wagner und Gerhard Erlhof

Teil 2. / Unter Mitw. von Gerhard Rehwald. – 15., Neubearb. und erw. Aufl. – 1998

ISBN 978-3-663-11119-1 ISBN 978-3-663-11118-4 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-11118-4

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1998

Ursprünglich erschienen bei B. G. Teubner Stuttgart 1998

Gesamtherstellung: AZ Druck und Datentechnik GmbH, Kempten

Umschlaggestaltung: Peter Pfitz, Stuttgart

Vorwort

Nachdem im Teil 1 der Praktischen Baustatik mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen die Stütz- und Schnittgrößen sowie die Einflußlinien statisch bestimmter Tragwerke ermittelt wurden, erweitert Teil 2 diese „Statik im engeren Sinne“ oder „Statik starrer Körper“ um grundlegende Kenntnisse aus dem Gebiet der Festigkeitslehre. Diese ermöglichen einerseits die Bemessung stabförmiger Tragglieder und andererseits die Berechnung der Stütz- und Schnittgrößen statisch unbestimmter Tragwerke.

Abschnitt 1 ist den Spannungen, den Festigkeiten und den Verzerrungen gewidmet. Im Hinblick auf die Baupraxis wird auch die Sicherheit gleich in die Betrachtungen einbezogen, und zwar sowohl in der klassischen Form mit globalen Sicherheitsbeiwerten als auch in der modernen Form mit Teilsicherheitsbeiwerten. Die entsprechenden Regelungen der maßgebenden Vorschriften werden ausführlich dargestellt.

Abschnitt 2 befaßt sich mit den Beanspruchungen Zug und Druck, Abschnitt 3 mit der einfachen Biegung. Abschnitt 4 behandelt die elastischen Formänderungen bei einfacher Biegung, und zwar werden die Differentialgleichung der Biegelinie, die Analogie von Mohr sowie die Verfahren mit ω -Zahlen und W -Gewichten abgeleitet.

Abschnitt 5 ist den Tangentialspannungen gewidmet, die bei den Beanspruchungen Abscheren, Biegung mit Querkraft sowie Torsion entstehen. St.-Venantsche Torsion und Wölbkrafttorsion werden erläutert, im Zusammenhang mit der Biegung wird der Schubmittelpunkt dargestellt. Abschnitt 6 bringt dann eine Zusammenschau der Spannungen mit der Ableitung der Haupt- und Vergleichsspannungen. Im Abschnitt 7 kehren wir zur Biegung zurück und behandeln die Beanspruchung auf doppelte und schiefe Biegung.

Abschnitt 8, der umfangreichste Abschnitt des vorliegenden Teils der Praktischen Baustatik, ist der Stabilität von mittig gedrückten, ein- oder mehrteiligen schlanken geraden Stäben aus Stahl oder Holz gewidmet. Er unterrichtet ausführlich über die Probleme, die bei diesen Stäben auftreten, erläutert den Einfluß des Baustoffverhaltens und gibt an, wie unvermeidliche Ausführungsungenauigkeiten und Abweichungen von den der Berechnung zugrunde gelegten Baustoffeigenschaften in den Stabilitätsnachweisen zu berücksichtigen sind. Im Abschnitt 8 werden außerdem auf Druck beanspruchte dünnwandige offene Stahlprofile sowie das Biegedrillknicken (Kippen) von stählernen I-Trägern unter Biegebeanspruchung behandelt.

Abschnitt 9 erläutert den ausmittigen Kraftangriff und seine Berechnung im Rahmen der Theorie I. und II. Ordnung. Weiter wurden in diesen Abschnitt aufgenommen der Kern eines Querschnitts, die Spannungsverteilung bei klaffender Fuge, die Stützlinie sowie die Spannungen in biegefesten Querschnitten bei beliebigem Angriffspunkt der Längskraft.

Abschnitt 10 ist Einfeldträgern gewidmet, die an einem Ende oder an beiden Enden eingespannt sind und durch Lasten oder vorgegebene Verformungen beansprucht werden. Die Berechnung erfolgt zunächst mit dem Kraftgrößenverfahren (KGV). Anschließend werden Steifigkeitsmatrizen aufgestellt, mit deren Hilfe dann eine kleine Einführung in das im Teil 3 der Praktischen Baustatik ausführlich behandelte Verschiebungsgrößenverfahren in Matrizenform (VVM) gegeben wird.

Der Durchlaufträger wird im Abschnitt 11 ausführlich behandelt, allerdings wurde auf die Darstellung des Momentenausgleichsverfahrens von Cross verzichtet, was zu kleinen Änderungen des verbleibenden Textes führte. Abschnitt 12, Einführung in die Fließgelenktheorie I. Ordnung, wurde überarbeitet und geringfügig erweitert, Abschnitt 13, der das

Reduktionsverfahren oder die Berechnung mit Übertragungsmatrizen enthält, im wesentlichen unverändert übernommen.

Der grundsätzliche Aufbau von Teil 2 der Praktischen Baustatik blieb also unverändert, und angesichts des Standes, den die Einführung europäischer Bauvorschriften erreicht hat, liegen der Darstellung nach wie vor sowohl die alten als auch die neuen Vorschriften zugrunde. Wie schon im Vorwort zur 14. Auflage gilt auch hier mein herzlicher Dank Herrn Kollegen Gerhard Rehwald für die angenehme Zusammenarbeit, die Bearbeitung der Abschnitte 8 bis 9.3 und die sorgfältige Durchsicht der übrigen Abschnitte.

Auch dem Verlag B. G. Teubner sage ich herzlichen Dank für angenehme Zusammenarbeit und außerdem für die sorgfältige Herstellung und gute Ausstattung des Buches.

Vorschläge für Verbesserungen der Praktischen Baustatik sind stets willkommen.

Mainz, im November 1997

G. Ernhof

Inhalt

1	Spannungen und Formänderungen von Stabelementen	
1.1	Spannungen	9
1.1.1	Allgemeines über Spannung und Festigkeit – 1.1.2 Spannungen als Folge verschiedener Beanspruchungsarten – 1.1.3 Festigkeiten	
1.2	Sicherheit, Sicherheitsbeiwerte	15
1.2.1	Allgemeines – 1.2.2 Sicherheitsrisiken – 1.2.3 Beanspruchung und Beanspruchbarkeit – 1.2.4 Sicherheitsbeiwerte – 1.2.5 Weitere Einflüsse auf die Größe der Sicherheitsbeiwerte – 1.2.6 Haupt-, Zusatz- und Sonderlasten – 1.2.7 Beispiele für Sicherheitsbeiwerte γ in den bisherigen deutschen Vorschriften – 1.2.8 Teilsicherheitsbeiwerte und Modifikationsfaktoren nach den Eurocodes	
1.3	Formänderungen von Stabelementen oder Verzerrungen	30
1.3.1	Allgemeines – 1.3.2 Längenänderungen infolge von Längskräften, Zerreiversuch, Arbeitsvermögen – 1.3.3 Hookesches Gesetz, Elastizitätsmodul – 1.3.4 Formnderungsgesetze im Stahlbetonbau – 1.3.5 Längenänderungen durch Wärmeschwankungen und Schwinden – 1.3.6 Querdehnungen – 1.3.7 Gleitwinkel infolge von Querkräften, Schubmodul – 1.3.8 Verkrümmung infolge ungleichmäßiger Temperaturänderung	
2	Zug und Druck	
2.1	Allgemeines	42
2.2	Zugbeanspruchung	44
2.2.1	Allgemeines – 2.2.2 Anwendungen	
2.3	Druckbeanspruchung	53
2.3.1	Allgemeines – 2.3.2 Anwendungen	
3	Einfache Biegung	
3.1	Normalspannungen infolge eines Biegemoments	72
3.2	Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente	77
3.2.1	Allgemeines – 3.2.2 Flächenmomente 2. Grades für Achsen, die keine Schwerachsen sind (Steinerscher Satz) – 3.2.3 Trägheitshalbmesser – 3.2.4 Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente wichtiger Querschnittsformen	
3.3	Nutzbare Querschnitte, Biegespannungen	83
3.4	Beispiele für die Ermittlung der Querschnittswerte I , W und i	84
4	Elastische Formänderung bei einfacher Biegung	
4.1	Allgemeines, Biegelinie, Krümmung der Biegelinie	92
4.2	Beziehung zwischen Krümmung und Moment	93
4.3	Differentialgleichung zwischen Durchbiegung und Moment	97
4.3.1	Kreisbogen als Biegelinie – 4.3.2 Linearisierung der Differentialgleichung der Biegelinie	
4.4	Analogie von Mohr	100
4.4.1	Ableitung – 4.4.2 Einfacher Träger auf 2 Lagern mit $EI = \text{const}$ – 4.4.3 Kragträger mit $EI = \text{const}$ – 4.4.4 Träger auf 2 Lagern mit Kragarm, $EI = \text{const}$ – 4.4.5 An beiden Enden drehbar gelagerte Träger mit Stabendmomenten	
4.5	Berechnung der Biegelinie mit Hilfe der ω -Zahlen	123
4.6	Berechnung der Formänderungen mit Hilfe der W -Gewichte	124
4.6.1	Allgemeines, verzerrte Momentenfläche – 4.6.2 Berechnung der W -Gewichte – 4.6.3 Anwendung, rechnerisch – 4.6.4 Anwendung, rechnerisch/zeichnerisch – 4.6.5 Geometrische Bedeutung der W -Gewichte, Schlubemerkung	

5	Abscheren, Schub bei Biegung, Torsion	
5.1	Abscheren	136
5.2	Schubspannung bei Biegung	140
	5.2.1 Schubkräfte und Schubspannungen bei beliebigem Querschnitt – 5.2.2 Schubspannungen in wichtigen Querschnitten – 5.3.2 Gleichheit der Schubspannungen auf horizontalen und vertikalen Schnitten – 5.2.4 Zulässige Spannungen – 5.2.5 Verformungen infolge von Biegeschubspannungen – 5.2.6 Anwendungen	
5.3	Schubmittelpunkt	156
	5.3.1 Einleitung und Aufgabenstellung – 5.3.2 Wahl des \square -Profils, Flächenmoment I , Stütz- und Schnittgrößen – 5.3.3 Schubspannungen und Schubkräfte – 5.3.4 Lage der resultierenden Schubkraft, Schubmittelpunkt	
5.4	Torsion gerader Stäbe	162
	5.4.1 Allgemeines – 5.4.2 Wölbfreie und nichtwölbfreie Querschnitte – 5.4.3 St.-Venantische Torsion und Wölbkrafttorsion – 5.4.4 Berechnung der Spannungen und Verformungen bei reiner Torsion – 5.4.5 Anwendungen – 5.4.6 Wölbkrafttorsion von Stäben mit \square -Querschnitt	
6	Hauptspannungen, Vergleichsspannungen	
6.1	Spannungen auf schrägen Schnitten bei Biegung mit Querkraft	185
6.2	Berechnung und Konstruktion der Hauptspannungen infolge von σ_x und τ_{xz}	188
6.3	Der einachsige Spannungszustand	193
6.4	Der allgemeine ebene Spannungszustand	195
6.5	Weitere Sonderfälle des ebenen Spannungszustandes, räumlicher Spannungszustand, Spannungstensor	198
	6.5.1 Normalspannungen σ_x und σ_z vorhanden, Schubspannung $\tau_{xz} = 0$ – 6.5.2 Normalspannungen σ_x und σ_z gleich groß, Schubspannung $\tau_{xz} = 0$ – 6.5.3 Normalspannungen von gleichem Betrag, aber mit verschiedenen Vorzeichen ($\sigma_x = -\sigma_z$), Schubspannung $\tau_{xz} = 0$ – 6.5.4 Räumlicher Spannungszustand, Spannungstensor	
6.6	Spannungstrajektorien beim Spannungszustand mit σ_x und $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, Spannungsellipse	200
6.7	Praktische Bedeutung von Hauptspannungen und Spannungstrajektorien	202
6.8	Vergleichsspannungen	203
6.9	Anwendungen	205
7	Doppelbiegung und schiefe Biegung	
7.1	Doppelbiegung für symmetrische Querschnitte	210
	7.1.1 Formeln für die Spannungs- und Querschnittsberechnung – 7.1.2 Anwendungen	
7.2	Zentrifugal- oder Deviationsmoment	215
	7.2.1 \sqcap -Profil unter Spannungen $\sigma = M_y y/I_y$ – 7.2.2 Erweiterung auf den beliebigen Querschnitt – 7.2.3 Zentrifugalmomente wichtiger Querschnittsformen, Steinerscher Satz für Zentrifugalmomente	
7.3	Hauptachsen und Hauptflächenmomente, Mohrscher Trägheitskreis	221
	7.3.1 Hauptachsen und Hauptflächenmomente – 7.3.2 Mohrscher Trägheitskreis	
7.4	Trägheitsellipse	224
7.5	Anwendungen	224
7.6	Schiefe Biegung	227
7.7	Anwendungen	228
8	Stabilität bei geraden Stäben	
8.1	Wesen der Stabilität und der Stabilitätsprobleme	234
	8.1.1 Einführung – 8.1.2 Beispiel eines Stabilitätsproblems	
8.2	Knicken gerader, elastischer Stäbe	239
	8.2.1 Eulersche Knickgleichung – 8.2.2 Knicklänge – 8.2.3 Schlankheitsgrad und Schlankheit	

8.3	Einfluß des Baustoffverhaltens	251
8.3.1	Allgemeine Grundlagen, Stahl – 8.3.2 Das ω -Verfahren – 8.3.3 Vorgehen bei nicht homogenem Baustoff	
8.4	Stabilitätsnachweis und Querschnittsbemessung einteiliger Druckstäbe	261
8.4.1	Einteilige Druckstäbe aus Stahl – 8.4.2 Einteilige Druckstäbe aus Holz – 8.4.3 Anwendungen	
8.5	Knickung bei dünnwandigen, offenen Profilen	271
8.5.1	Begriffe: Biegedrillknickung, Biegeknickung, Drillknickung – 8.5.2 Betrachtung einiger Querschnittsformen – 8.5.3 Anwendungen	
8.6	Spannungsnachweis und Querschnittsbemessung für mehrteilige Druckstäbe	279
8.6.1	Mehrteilige Druckstäbe aus Stahl – 8.6.2 Mehrteilige Druckstäbe aus Holz – 8.6.3 Anwendungen	
8.7	Kippsicherheit von Trägern mit Γ -Querschnitt	292
8.7.1	Allgemeines – 8.7.2 Anwendungen	
8.8	Ausbeulen von Stegblechen	305
9	Ausmittiger Kraftangriff	
9.1	Biegung und Zug nach Theorie I. Ordnung	306
9.1.1	Allgemeines zur Theorie I. Ordnung – 9.1.2 Spannungsformeln – 9.1.3 Anwendungen	
9.2	Einführung in die Theorie II. Ordnung	311
9.2.1	Allgemeines – 9.2.2 Biegung und Zug – 9.2.3 Biegung und Druck – 9.2.4 Einfeldbalken mit Querbelastung und Längskraft, Zahlenspiele – 9.2.5 Sinusförmige Querbelastung und Längskraft	
9.3	Biegung und Druck, ausmittiger Druck	321
9.3.1	Spannungs- und Stabilitätsnachweise – 9.3.2 Lineare und nichtlineare Beziehungen in der Baustatik und ihre Anwendungen – 9.3.3 Anwendungen	
9.4	Querschnittskern	331
9.4.1	Begriff und Bedeutung – 9.4.2 Anwendungen	
9.5	Spannungsverteilung bei klaffender Fuge	336
9.5.1	Vorbemerkung – 9.5.2 Rechteckquerschnitt	
9.6	Stützzlinie	340
9.6.1	Allgemeines, Schnittgrößen – 9.6.2 Die Stützzlinie in DIN 1053 und 1075, Stützzlinienverfahren – 9.6.3 Anwendung der Stützzlinie	
9.7	Spannungen im biegefesten Querschnitt bei beliebigem Angriffspunkt der Kraft	346
9.7.1	Einfach- und doppeltsymmetrische Querschnitte – 9.7.2 Querschnitte mit $I_{yz} \neq 0$ – 9.7.3 Anwendungen	
10	Eingespannte Einfeldträger: Kraftgrößenverfahren, Steifigkeitsmatrizen	
10.1	Einspanngrade	353
10.2	Einseitig starr eingespannter Träger	356
10.2.1	Allgemeines – 10.2.2 Vollbelastung mit Gleichlast, Volleinspannmoment M_{ab}^0 als statisch unbestimmte Größe X_1 – 10.2.3 Vollbelastung mit Gleichlast, Lagerkraft B als statisch unbestimmte Größe X_1 – 10.2.4 Mittige Einzellast, $X_1 = M_{ab}^0$ – 10.2.5 Lastmoment M_b am Lager b , $X_1 = M_{ab}^0$ – 10.2.6 Lotrechte Verschiebung des Lagers b , $X_1 = M_{ab}^0$ – 10.2.7 Ungleiche Erwärmung des Trägers über seine Höhe d	
10.3	Beiderseits starr eingespannter Träger	366
10.3.1	Allgemeines – 10.3.2 Belastung durch ausmittige Einzellast – 10.3.3 Vollbelastung durch Gleichlast – 10.3.4 Ungleiche Erwärmung über die Trägerhöhe d – 10.3.5 Lotrechte Verschiebung des Lagers b	
10.4	Berechnung des Einfeldträgers mit Steifigkeitsmatrizen	372
10.4.1	Die Steifigkeitsmatrix des Einzelstabes – 10.4.2 Die Gesamtsteifigkeitsmatrix des geraden Trägers – 10.4.3 Anwendungsbeispiel	

11 Durchlaufträger	
11.1 Allgemeines, Übersicht	386
11.2 Dreimomentengleichung von Clapeyron	386
11.2.1 Allgemeines, Ableitung – 11.2.2 Berechnung der Vorzeichen δ_{jk} , Umformung des Lastgliedes δ_{j0} – 11.2.3 Sonderfälle der Dreimomentengleichung – 11.2.4 Belastungsglieder für einige Sonderfälle – 11.2.5 Beispiele	
11.3 Ungünstigste Laststellungen	399
11.3.1 Allgemeines – 11.3.2 Einfluß einer Einzellast – 11.3.3 Extremwerte der Feld- und Stützmomente – 11.3.4 Extremwerte der Lager- und Querkräfte	
11.4 Tabellen für die Berechnung von Durchlaufträgern	404
11.4.1 Allgemeines – 11.4.2 Tabellen für die Berechnung von Durchlaufträgern mit 2 bis 5 gleichen Feldern – 11.4.3 Winklersche Zahlen	
11.5 Symmetrische Durchlaufträger, Belastungsumordnung	405
11.5.1 Allgemeines – 11.5.2 Durchlaufträger mit ungerader Felderzahl – 11.5.3 Durchlaufträger mit gerader Felderzahl	
11.6 Durchbiegungen	407
11.7 Einflußlinien von Durchlaufträgern	408
11.7.1 Allgemeines – 11.7.2 Einflußlinien der Stützmomente, Ableitung – 11.7.3 Einflußlinien der Stützmomente, Zahlenbeispiel – 11.7.4 Einflußlinien der Lagerkräfte, Querkräfte und Feldmomente – 11.7.5 Einflußlinien von Feldmomenten, Querkräften und Lagerkräften als Biegelinien – 11.7.6 Kontrollen	
11.8 Vereinfachte Bemessung von Durchlaufträgern nach DIN 18801	425
11.9 Anwendungen	426
12 Einführung in die Fließgelenktheorie I. Ordnung	
12.1 Erläuterung der Grundgedanken	438
12.1.1 Zweifeldträger nach der Elastizitätstheorie – 12.1.2 Kritik der Elastizitätstheorie	
12.2 Elastische und plastische Biegung eines Querschnitts, plastisches Moment	440
12.3 Plastische Längs- und Querkraft, Grenzschnittgrößen bei zusammengesetzter Beanspruchung	442
12.4 Beziehung zwischen Moment und Krümmung	443
12.5 Anwendung	444
12.5.1 Aufgabenstellung – 12.5.2 Überlegungen zur Anzahl und Lage der Fließgelenke – 12.5.3 Zahlenrechnung: Stütz- und Schnittgrößen, Bemessung	
13 Das Reduktionsverfahren oder die Berechnung mit Übertragungsmatrizen	
13.1 Die Übertragungsmatrix eines Stababschnitts	448
13.2 Berechnung des Einfeldträgers mit mehreren Abschnitten	453
13.3 Das Berechnen von Durchlaufträgern auf starren Lagern mit Übertragungsmatrizen	462
13.4 Durchlaufträger auf starren Lagern, Zahlenbeispiel	463
13.4.1 Übertragungsmatrizen – 13.4.2 Der Anfangsvektor v_0 – 13.4.3 Berechnung von $v_{2l} = A_2 A_1 v_0$ – 13.4.4 Berechnung von v_{2r} – 13.4.5 Berechnung von $v_4 = A_4 A_3 v_{2r}$ – 13.4.6 Berechnung der vier Unbekannten im Vektor v_4 – 13.4.7 Berechnung noch fehlender Zustandsgrößen, Zusammenstellung aller Zustandsgrößen – 13.4.8 Kontrollen	
13.5 Durchlaufträger auf elastisch nachgiebigen Lagern	470
13.6 Durchlaufträger auf elastisch nachgiebigen Lagern, Zahlenbeispiel	473
13.6.1 Anfangsvektor – 13.6.2 Abschnittsmatrizen – 13.6.3 Punktmatrix für das mittlere elastische Lager – 13.6.4 Matrizenmultiplikation – 13.6.5 Aufstellung und Auflösung des Gleichungssystems – 13.6.6 Berechnung der noch fehlenden Zustandsgrößen – 13.6.7 Darstellung der Zustandsgrößen – 13.6.8 Kontrollen	
Literatur	478
Sachverzeichnis	479