Teubner Studienbücher

Mathematik

Ahlswede/Wegener: **Suchprobleme**
328 Seiten. DM 29,80

Aigner: **Graphentheorie**
269 Seiten. DM 29,80

Ansorge: **Differenzenapproximationen partieller Anfangswertaufgaben**
298 Seiten. DM 29,80 (LAMM)

Behnen/Neuhaus: **Grundkurs Stochastik**
376 Seiten. DM 34,–

Bohl: **Finite Modelle gewöhnlicher Randwertaufgaben**
318 Seiten. DM 29,80 (LAMM)

Böhmer: **Spline-Funktionen**
Theorie und Anwendungen. 340 Seiten. DM 32,–

Bröcker: **Analysis in mehreren Variablen**
einschließlich gewöhnlicher Differentialgleichungen und des Satzes von Stokes
VI, 361 Seiten. DM 32,80

Clegg: **Variationsrechnung**
138 Seiten. DM 18,80

v. Collani: **Optimale Wareneingangskontrolle**
IV, 150 Seiten. DM 29,80

Collatz: **Differentialgleichungen**
Eine Einführung unter besonderer Berücksichtigung der Anwendungen
6. Aufl. 287 Seiten. DM 32,– (LAMM)

Collatz/Krabs: **Approximationstheorie**
Tschebyscheffsche Approximation mit Anwendungen. 208 Seiten. DM 28,–

Constantinescu: **Distributionen und ihre Anwendung in der Physik**
144 Seiten. DM 21,80

Dinges/Rost: **Prinzipien der Stochastik**
294 Seiten. DM 34,–

Fischer/Sacher: **Einführung in die Algebra**
3. Aufl. 240 Seiten. DM 21,80

Floret: **Maß- und Integrationstheorie**
Eine Einführung. 360 Seiten. DM 32,–

Grigorieff: **Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen**
Band 1: Einschrittverfahren. 202 Seiten. DM 19,80
Band 2: Mehrschrittverfahren. 411 Seiten. DM 32,80

Hainzl: **Mathematik für Naturwissenschaftler**
3. Aufl. 376 Seiten. DM 34,– (LAMM)

Hässig: **Graphentheoretische Methoden des Operations Research**
160 Seiten. DM 26,80 (LAMM)

Hettich/Zencke: **Numerische Methoden der Approximation und semi-infinitiven Optimierung**
232 Seiten. DM 24,80

Hilbert: **Grundlagen der Geometrie**
12. Aufl. VII, 271 Seiten. DM 26,80

Fortsetzung auf der 3. Umschlagseite

Teubner Studienbücher Mathematik

P. Kall

Lineare Algebra für Ökonomen

Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik LAMM

Band 54

Die Lehrbücher dieser Reihe sind einerseits allen mathematischen Theorien und Methoden von grundsätzlicher Bedeutung für die Anwendung der Mathematik gewidmet; andererseits werden auch die Anwendungsgebiete selbst behandelt. Die Bände der Reihe sollen dem Ingenieur und Naturwissenschaftler die Kenntnis der mathematischen Methoden, dem Mathematiker die Kenntnisse der Anwendungsgebiete seiner Wissenschaft zugänglich machen. Die Werke sind für die angehenden Industrie- und Wirtschaftsmathematiker, Ingenieure und Naturwissenschaftler bestimmt, darüber hinaus aber sollen sie den im praktischen Beruf Tätigen zur Fortbildung im Zuge der fortschreitenden Wissenschaft dienen.

Lineare Algebra für Ökonomen

Von Dr. phil. Peter Kall
o. Professor an der Universität Zürich

Mit 12 Figuren, 32 Beispielen
und 75 Übungsaufgaben

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 1984

Prof. Dr. phil. Peter Kall

Geboren 1939 in Berlin. Von 1958 bis 1960 Studium der Mathematik und Physik an der Universität Freiburg, 1960/61 an der Universität Hamburg. Von 1961 bis 1963 Studium der Mathematik, Wirtschaftswissenschaften und Physik, 1963 Promotion an der Universität Zürich. Von 1963 bis 1968 Assistent am Institut für Operations Research und elektronische Datenverarbeitung, dann Oberassistent am Seminar für angewandte Mathematik und Statistik der Universität Zürich. Ab 1966 Privatdozent für angewandte Mathematik an der Universität Zürich. Von 1968 bis 1971 o. Professor für Mathematik und Geschäftsführender Direktor des Rechenzentrums an der Universität Mannheim. Seit 1971 o. Professor und Direktor des Institutes für Operations Research und mathematische Methoden der Wirtschaftswissenschaften der Universität Zürich. Von 1972 bis 1976 Sekretär, anschließend bis Ende 1981 Vizesekretär der Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik (GAMM). Seit 1980 Präsident der Schweizerischen Vereinigung für Operations Research (SVOR).

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Kall, Peter:
Lineare Algebra für Ökonomen / von Peter Kall. –
Stuttgart : Teubner, 1984
(Leitfäden der angewandten Mathematik und
Mechanik ; Bd. 54)
(Teubner Studienbücher : Mathematik)

ISBN 978-3-519-02356-2 ISBN 978-3-663-10672-2 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-663-10672-2

NE: 1. GT

Ursprünglich erschienen bei B. G. Teubner, Stuttgart 1984.

Satz: Elsner & Behrens GmbH, Oftersheim
Umschlaggestaltung: W. Koch, Sindelfingen

Vorwort

In der Regel enthalten wirtschaftswissenschaftliche Studiengänge gegenwärtig im Grundstudium, also in den ersten drei oder vier Semestern, eine Einführung in die Mathematik, die zumindest Teile der reellen Analysis und der linearen Algebra umfaßt. Genauso wie meine in dieser Reihe erschienene „Analysis für Ökonomen", nachfolgend mit [1] zitiert, beruht auch dieser Band auf einer langjährigen Erfahrung im Unterricht und gibt im wesentlichen – mit Ausnahme von Kapitel 4 – den Stoff wieder, der jeweils in vierstündigen Vorlesungen im Sommersemester behandelt wurde.

Auf die über die sog. „Mathematik für Ökonomen" nach wie vor bestehenden Auffassungsunterschiede bezüglich Stoffauswahl und vor allem Darstellungsweise habe ich in [1] bereits hingewiesen und meine Ansicht darüber deutlich gemacht, so daß ich mich hier nicht wiederholen muß. Vielmehr liegt mir daran klarzustellen, daß die mathematische Grundausstattung, die sich der Leser mit dem Studium dieser beiden Bände erwerben kann, nicht sicherstellt, daß er sich mit j e d e m Teilbereich der Wirtschaftswissenschaften – sei es nur rezeptiv oder gar aktiv – ohne weiteres zu befassen in der Lage ist. Teile der theoretischen Volkswirtschaftslehre ebenso wie neuere Entwicklungen der Ökonometrie und des Operations Research (Management Science, Decision Science) sind ohne weitergehende mathematische Kenntnisse, z. B. über Differentialgleichungen, Funktionanalysis, Maßtheorie u. a., nicht mehr zu verstehen. Damit stellt sich die schwierige Aufgabe, Studiengänge so flexibel zu gestalten, daß der Zugang zu solchen Forschungsbereichen während des Studiums nicht grundsätzlich per Reglement verunmöglicht wird.

In den Anwendungen der linearen Algebra stehen für den Wirtschaftswissenschaftler in den meisten Fällen sicherlich lineare Gleichungs- und Ungleichungssysteme im Vordergrund. Daneben trifft man verschiedentlich auf Eigenwertprobleme. Diese Aufgaben sind unmittelbar mit dem Begriff der linearen Abbildung verbunden, die per definitionem zwischen Vektorräumen erklärt ist. Demzufolge werden in Kapitel 1 grundlegende Eigenschaften von reellen Vektorräumen bzw. von Teilmengen davon ausführlich dargelegt, die für das Verständnis der folgenden Kapitel und vieler Anwendungen der linearen Algebra unerläßlich sind. In Kapitel 2 wird dann die lineare Abbildung einschließlich der linearen Gleichung zunächst allgemein eingeführt und dann durch den Erweiterungssatz – eindeutige Bestimmtheit der Abbildung durch die Bilder eines Erzeugendensystems – im endlichdimensionalen Fall die Matrixdarstellung einer linearen Abbildung begründet. Damit ergibt sich der Matrixkalkül zwangsläufig. Ebenso folgen dann unmittelbar Lösbarkeitsbedingung und Beschreibung der Lösungsmenge eines endlichen linearen Gleichungssystems. Schließlich sollten dann die hier behandelten elementaren Lösungsverfahren – Gauss bzw. Gauss-Jordan – keine Schwierigkeiten mehr bereiten. In Kapitel 3 werden zunächst Determinanten eingeführt, mit deren Hilfe man anschließend die Eigenwerte einer Matrix als Nullstellen von deren charakteristischem Polynom erkennt. In der weiteren Behandlung der Eigenwerte habe ich mich im wesentlichen auf symmetrische Matrizen beschränkt, da es mir wie schon in Kapitel 1 und 2 nicht vertretbar erschien, die Vertrautheit des Lesers mit den komplexen Zahlen vorauszusetzen. Kapitel 4 schließlich behandelt lineare Ungleichungssysteme, die Darstellung ihrer Lösungsmengen sowie darauf aufbauend eine kurze Einführung in die lineare Programmierung. Dabei konnte ich auf die Herleitung der Lösbarkeitsbedingungen für Ungleichungssysteme – Lemma von Farkas – und des Dualitätssatzes der linearen Programmierung verzichten, da beides schon in [1] enthalten ist.

Auch dieser Band verlangt vom Leser Konzentration und aktive Auseinandersetzung mit dem Stoff, insbesondere auch mit den Beispielen und den Aufgaben. Das ist beabsichtigt, da nach meiner Erfahrung Studenten, die dazu bezüglich dieser Vorlesung und der zugehörigen Übung ein Semester lang in der Lage waren, eine beachtliche Sicherheit im Umgang mit dieser Materie erreichen konnten. Und wieso sollten eigentlich Studenten der Ökonomie mit weniger Aufwand die Fähigkeit zum sicheren und sinnvollen Umgang mit ihrem mathematischen Handwerkszeug erlangen können als ihre Kommilitonen in den Natur- und Ingenieurwissenschaften?

Zum Schluß bleibt mir die angenehme Pflicht zu danken: Herrn Prof. Dr. Kurt Marti, München, dessen frühere Fassungen dieser Vorlesung meine hier gewählte Darstellung beeinflußt haben; Herrn Prof. Dr. H. Garbers, Zürich, für seine Kritik an Teilen des Manuskripts; Fräulein Dr. S. Zweifel, die den größten Teil der Aufgaben mit der ihr eigenen Sorgfalt zusammengestellt hat, mehreren Studenten, die mich im Verlauf dieser Vorlesung im vergangenen Sommersemester auf Fehler im Manuskript aufmerksam gemacht haben, und nicht zuletzt dem Teubner-Verlag, der die aufgelaufenen Verzögerungen mit nicht selbstverständlicher Gelassenheit zu tragen bereit war.

Mettmenstetten, im Oktober 1983 P. Kall

Inhalt

Liste der Symbole

Symbol	*Bedeutung*
$\Rightarrow$	daraus folgt
$\Longleftrightarrow$	dann und nur dann, wenn
Σ	Summenzeichen, z. B. $\sum_{\nu=1}^{k} \alpha_\nu v_\nu = \alpha_1 v_1 + \ldots, + \alpha_k v_k$
$\mathbf{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbf{R}^n$	Menge der reellen n-Tupel
$\mathfrak{P}^n$	Menge der Polynome höchstens n-ten Grades
$\emptyset$	leere Menge
$\in$	Element von, z. B. $i \in I$
$\forall$	für alle, i. d. R. für alle Elemente einer vorgegebenen Menge
$\cap$	Durchschnitt, z. B. $\mathfrak{A} \cap \mathfrak{B}$
$\cup$	Vereinigung, z. B. $\mathfrak{A} \cup \mathfrak{B}$
$\subset$	ist enthalten in, z. B. $\mathfrak{A} \subset \mathfrak{B}$
$\supset$	enthält, z. B. $\mathfrak{A} \supset \mathfrak{B}$
$\dim \mathfrak{V}$	Dimension des Vektorraumes $\mathfrak{V}$
$\dim \{v_1, \ldots, v_n\}$	Dimension des durch $\{v_1, \ldots, v_n\}$ erzeugten Vektorraumes
LGS	lineares Gleichungssystem
HLGS	homogenes lineares Gleichungssystem
$\langle v, w \rangle$	Skalarprodukt der Vektoren $v, w \in \mathfrak{V}$
$x^T y$	Skalarprodukt der Vektoren $x, y \in \mathbf{R}^n$
$\|v\|$	Norm des Vektors v
$\lvert\lambda\rvert$	Absolutbetrag von $\lambda \in \mathbf{R}$
$C[a, b]$	Menge der stetigen Funktionen auf $[a, b]$
$C^1[a, b]$	Menge der stetig differenzierbaren Funktionen auf $[a, b]$
$\mathfrak{W}^\perp$	orthogonales Komplement von $\mathfrak{W}$
$\mathrm{rg}(\phi)$	Rang der linearen Abbildung ϕ
$\mathrm{rg}(A)$	Rang der Matrix A
A^T	Transponierte der Matrix A