# Grundkurs Stochastik

## Eine integrierte Einführung in Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik

Von Prof. Dr. rer. nat. Konrad Behnen
und Prof. Dr. rer. nat. Georg Neuhaus
Universität Hamburg

3., völlig neubearbeitete und erweiterte Auflage
Mit 36 Abbildungen, 256 Aufgaben mit 198 Lösungen
und zahlreichen Beispielen

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 1995

Prof. Dr. rer. nat. Konrad Behnen

Geboren 1941 in Werpeloh. Von 1962 bis 1967 Studium der Mathematik und Physik an der Universität Münster. 1967 Diplom in Mathematik, 1969 Promotion an der Universität Münster. 1970/71 Gastaufenthalt an der Universität Berkeley. 1974 Habilitation an der Universität Freiburg. Professuren für Mathematische Stochastik an den Universitäten Karlsruhe (1974/75), Bremen (1975/78) und Hamburg (seit 1978).

Prof. Dr. rer. nat. Georg Neuhaus

Geboren 1943 in Banfe/Wittgenstein. Von 1962 bis 1967 Studium der Mathematik und Physik in Münster. 1967 Diplom, 1969 Promotion in Münster. 1970 Medizinische Abteilung der Farbwerke Hoechst. Von 1970 bis 1974 Assistent in Münster und Freiburg. 1974 Habilitation im Fach Mathematik. Von 1974 bis 1977 Professor in Gießen. Seit 1977 Professor in Hamburg.

**ISBN 978-3-519-22069-5** **ISBN 978-3-663-10214-4 (eBook)**

**DOI 10.1007/978-3-663-10214-4**

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

**Behnen, Konrad:**
Grundkurs Stochastik : eine integrierte Einführung in Wahrscheinlichkeitstheorie und mathematische Statistik ; mit 256 Aufgaben, mit 198 Lösungen und zahlreichen Beispielen / von Konrad Behnen und Georg Neuhaus. – 3., völlig neubearb. und erw. Aufl. – Stuttgart : Teubner, 1995
(Teubner-Studienbücher : Mathematik)
**ISBN 978-3-519-22069-5**
NE: Neuhaus, Georg:



Gesamtherstellung: Druckhaus Beltz Offsetdruck, Hemsbach/Bergstraße

# Vorwort zur 3. Auflage

Mehr als 10 Jahre nach dem Erscheinen der 1. Auflage des „Grundkurses“ haben sich so viele anregende und kritische Bemerkungen von Studierenden und Kollegen angesammelt, daß es sinnvoll erschien, eine gründliche Überarbeitung vorzunehmen. Das Grundkonzept ist dasselbe geblieben wie im Vorwort zur ersten Auflage (s.u.) beschrieben. Auch der Stoffumfang wurde nicht erweitert, obwohl die Seitenzahl sich vergrößert hat.

Neu hinzugekommen ist ein Abschnitt (24 Seiten) mit Lösungen eines Großteils der gestellten Übungsaufgaben. Wir haben uns bemüht, die Lösungen so zu gestalten, daß für den Anfänger ein Rest eigener Arbeit bleibt, für Fortgeschrittene jedoch die Lösung sofort verständlich wird.

Übersichtlichkeit und Lesbarkeit des Textes wurden wesentlich verbessert durch einen strafferen Aufbau mit einigen Umstellungen, durch geglättete Beweise, zusätzliche Abbildungen und nicht zuletzt durch ein völlig neues Layout. Zur besseren Erschließung des Inhalts wurden Verzeichnisse der Abbildungen, Tabellen und Symbole neu hinzugefügt und das Sachverzeichnis erweitert.

Den Beweis des zentralen Grenzwertsatzes haben wir aus dem früheren Anhang in das Kapitel V des Haupttextes verlagert. Auf diese Weise ist erreicht worden, daß die Kapitel I bis V eine in sich abgeschlossene Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie darstellen, in der begleitend anhand eingestreuter Beispiele die wichtigsten statistischen Entscheidungsverfahren (Tests, Konfidenzbereiche, Schätzer) eingeführt werden. Kapitel I bis V benötigen einen Zeitaufwand von ca. 4 Semesterwochenstunden und eignen sich nach unseren Erfahrungen gut für die vielerorts übliche Einführungsvorlesung in die Stochastik. In den statistischen Kapiteln VI bis IX werden dann ausführlicher und systematischer Schätzer, Konfidenzbereiche und Tests behandelt.

Wir danken unserem Mitarbeiter Christian Hennig für seine sorgfältigen Korrekturen und Anregungen. Frau J. Reinke danken wir für die Texterfassung vieler Teile der „alten“ Auflage zur Verarbeitung in dieser Auflage.

Hamburg, 14. Juli 1995

K. Behnen  G. Neuhaus

## Aus dem Vorwort zur 1. Auflage

In vielen Studienordnungen für das Mathematik-Studium an deutschen Hochschulen sind einführende Vorlesungen über Stochastik (Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik) vorgesehen, an denen sowohl Hörer teilnehmen, die sich im Verlauf ihres Studiums verstärkt mit Stochastik befassen wollen, als auch solche, die sich anschließend anderen Bereichen der Mathematik zuwenden.

Will man der ersten Gruppe gerecht werden, so liegt es nahe, zunächst systematisch ein maßtheoretisches Fundament zu schaffen, um erst danach zu den eigentlich stochastischen Fragestellungen überzuleiten. Hierbei kommt allerdings die zweite Gruppe zu kurz, die natürlicherweise daran interessiert ist, einen bis zu einem gewissen Grad in sich abgeschlossenen Einblick in Denkweisen und Methoden der Stochastik zu erhalten, die jedoch kein Interesse daran hat, einen Großteil der zur Verfügung stehenden Zeit einer systematischen Erarbeitung maßtheoretischer Grundlagen zu opfern. Viele Autoren haben den Bedürfnissen der letztgenannten Gruppe dadurch Rechnung getragen, daß sie unter Verzicht auf maßtheoretische Begriffsbildungen die grundlegenden Ideen der Stochastik anhand spezieller Modelle, bei denen keine maßtheoretischen Kenntnisse benötigt werden, entwickeln.

Aber auch diese Vorgehensweise birgt Nachteile: Solche, meist als „elementar" bezeichneten Darstellungen sind wenig praktikabel als Basis für weiterführende Veranstaltungen der Stochastik. Einige Mühe muß später darauf verwendet werden, die anhand von Spezialfällen entwickelten Begriffe in maßtheoretischem Gewand erneut zu formulieren und auf ihre Konsistenz mit den alten Begriffen zu überprüfen.

*Eine* Antriebsquelle für uns, dieses Lehrbuch zu schreiben, war der Wunsch, durch eine geeignete Organisation der Inhalte einen Ausweg aus dem obigen Dilemma zu finden. Unsere Vorstellung dabei ist, die stochastische Modellbildung in der exakten maßtheoretischen Sprech- und Bezeichungsweise vorzunehmen, jedoch nur insoweit maßtheoretische Begriffe und Ergebnisse bereitzustellen, als diese für das Verständnis unumgänglich nötig sind. So werden etwa Existenzsätze der Maßtheorie (z.B. der Fortsetzungssatz von Carathéodory), die leicht zu verstehen, aber zeitaufwendig zu beweisen sind, zunächst nur zitiert und erst später in einem

Ergänzungskapitel bewiesen. Dagegen hielten wir es für notwendig, das allgemeine $\mu$-Integral, verbunden mit den üblichen Grenzwertsätzen, wegen seiner zentralen Stellung als technisches Hilfsmittel und zur Einübung der damit zusammenhängenden Begriffe, in voller Allgemeinheit zu entwickeln (was jedoch erstaunlich wenig Raum beansprucht).

Neben diesen curricular-technischen Aspekten haben wir besonderen Wert auf eine sorgfältige Diskussion der stochastischen Modellbildung gelegt, etwa auf eine saubere Unterscheidung zwischen mathematischem Modell und der dadurch modellierten Realität und auf die Problematik der Anwendung statistischer Ergebnisse in der Realität.

Unsere Darstellung beginnt natürlicherweise mit der Entwicklung stochastischer Modelle, die zufallsabhängige Phänomene beschreiben. Die Bereitstellung und Analyse von Modellen sehen wir jedoch als eine (notwendige und wichtige) Vorstufe für die Beantwortung statistischer Fragen an, also von Fragen, wie man aus Beobachtungsdaten oder Messungen Information über das tatsächlich zugrundeliegende Modell gewinnen kann. Demgemäß haben wir von Anfang an jede sich bietende Gelegenheit genutzt, statistische Fragestellungen bzw. Verfahren bei gerade aufgestellten Modellen anzusprechen bzw. zu entwickeln. So kommt es, daß in den Kapiteln 1 bis 3 (jetzt Kap. I und II), in denen aus systematischen Gründen Modellbildungsaspekte im Vordergrund stehen, die wichtigsten statistischen Verfahren (Schätzer, Tests und Konfidenzbereiche) anhand von Beispielen eingeführt und prinzipiell diskutiert werden, bevor sie in den Kapiteln 6 bis 8 (jetzt Kap. VI bis VIII) systematischer behandelt werden.

Der vorliegende Kurs ist von beiden Autoren und von Kollegen in Hamburg für Diplom-Studenten der Mathematik erprobt worden. Er erfordert insgesamt einen Zeitumfang von ca. 6 Semesterwochenstunden. Mit geringen Modifikationen hat er sich gleichfalls für „Nebenfächler“ (Informatiker, Physiker) und für Wirtschaftsmathematiker als geeignet erwiesen. Das maßtheoretische Ergänzungskapitel (jetzt Kap. IX) kann u.E. zunächst durchaus unbehandelt bleiben. In ihm wird dokumentiert, welche maßtheoretischen Lücken im Haupttext verblieben sind, so daß bei weiterführenden Veranstaltungen ohne Zeitverlust der Anschluß hergestellt werden kann.

# Inhaltsverzeichnis