

H. Radatz

**Fehleranalysen  
im  
Mathematikunterricht**

## **Aus dem Programm**

### **Didaktik der Mathematik**

#### Lehrbücher

Grundfragen des Mathematikunterrichts,  
von E. Wittmann

Der Mathematikunterricht in der Primarstufe,  
von G. Müller und E. Wittmann

Didaktik der Mathematik,  
von J. van Dormolen

#### Andere Schriften

**Fehleranalysen im Mathematikunterricht**  
von H. Radatz

Insel der Zahlen, von D. E. Knuth

Beweise und Widerlegungen, von J. Lakatos

Elektronische Taschenrechner in der Schule,  
von A. und U. Wynands

Programmierbare Taschenrechner in Schule  
und Ausbildung, von U. Bromm

**Vieweg**

Hendrik Radatz

# **Fehleranalysen im Mathematikunterricht**



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

**Radatz, Hendrik:**

Fehleranalysen im Mathematikunterricht / Hendrik

Radatz. – Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1979.

ISBN 978-3-528-08445-5

ISBN 978-3-663-06824-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-06824-2

Alle Rechte vorbehalten

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1980

Ursprünglich erschienen bei Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig, 1980

Die Vervielfältigung und Übertragung einzelner Textabschnitte, Zeichnungen oder Bilder auch für die Zwecke der Unterrichtsgestaltung gestattet das Urheberrecht nur, wenn sie mit dem Verlag vorher vereinbart wurden. Im Einzelfall muß über die Zahlung einer Gebühr für die Nutzung fremden geistigen Eigentums entschieden werden. Das gilt für die Vervielfältigung durch alle Verfahren einschließlich Speicherung und jede Übertragung auf Papier, Transparente, Filme, Bänder, Platten und andere Medien.

Satz: Vieweg, Braunschweig

Für A. und K.

sowie \_\_\_\_\_

(schreiben Sie bitte Ihren Namen hierhin!)

Wenn eine Wissenschaft bis zu einem gewissen Grade entwickelt ist, so kann sie sich nicht begnügen, einzelnen Fehlern nachzulaufen, sondern sie muß an eine Prophylaxe denken.

A. Adler, Vorlesungen 1928

Ein Fehler, den man erkennt, ist schon halb gebessert.

Polnisches Sprichwort

Piaget was struck by the observation that the character of errors made by children held as much as the nature of their correct answers.

L. S. Shulman, 1970

Fehler sind keine Heuschöber, sonst gäbe es sehr viele fette Pferde.

Indianisches Sprichwort

Der große Wert der Fehlleistungen liegt darin, daß es sehr häufige, auch an der eigenen Person leicht zu beobachtende Erscheinungen sind, deren Zustandekommen das Kranksein durchaus nicht zur Voraussetzung hat.

S. Freud, Vorlesungen 1917

Durch Fehler wird man klug.

Volksmund

FEHLER, Versehen, Fehlgriff, Mißgriff, Mißverständnis, Irrtum, Milchmädchenrechnung (ugs. abwertend), Lapsus, Schnitzer, Patzer, Unterlassungssünde, ärztlicher: Kunstgriff. Im Benehmen: *Fauxpas*, Entgleisung ... beim Schreiben: Falschschreibung, Fehlschreibung, Verschrieb, Rechtschreibfehler ... beim Satzsetz: Druckfehler, Satzfehler.

DER GROSSE DUDEN, Bd. 8, 1972

Fehler ist, wenn man  $6 + 6$  rechnen soll und man schreibt dann 20 hin.

Katja, 7; 1 Jahre

# Inhaltsverzeichnis

|  |     |
|--|-----|
| * <i>Benny</i> .....   | 1   |
| 1 Absichten und Einordnung der Studie .....  | 2   |
| 2 Einige Problemebeispiele und Fälle .....   | 6   |
| * <i>Mar</i> .....   | 15  |
| 3 Ein historischer Exkurs zur Fehleranalyse .....  | 16  |
| 3.1 Beiträge zur Fehleranalyse bis ca. 1950 .....  | 16  |
| 3.2 Jüngere Entwicklungen .....  | 22  |
| * <i>Stacy</i> .....   | 33  |
| 4 Möglichkeiten der Gruppierung von Fehlerursachen .....   | 34  |
| 4.1 Fehlerursachen in Aspekten der Informationsaufnahme und<br>Informationsverarbeitung .....                      | 37  |
| 4.2 Schülerfehler und die zugrundeliegende Regelstruktur .....   | 55  |
| * <i>Torsten</i> .....   | 58  |
| 5 Fehleranalyse und pädagogisch-didaktische Möglichkeiten im<br>Mathematikunterricht .....                         | 59  |
| 5.1 Aspekte individueller Unterschiede im Lernen von Mathematik .....  | 59  |
| 5.2 Methodische Möglichkeiten der Analyse von Fehlern .....  | 63  |
| 5.3 Anregungen für eine „Therapie“ .....   | 67  |
| * <i>Kevin</i> .....   | 70  |
| 6 Abschließende Diskussion .....   | 71  |
| Anhang: A Aufgaben für den Leser zu sehr häufigen Fehlertechniken<br>bei den arithmetischen Grundoperationen ..... | 74  |
| B Literatur zur Fehleranalyse .....  | 89  |
| C Sonstige Literatur .....   | 97  |
| Sachwortverzeichnis .....  | 100 |

## Vorwort

Jerome Bruner's wieder und wieder zitierte Feststellung: "Any idea or problem or body of knowledge can be presented in a form simple enough so that any particular learner can understand it in a recognizable form." (J. S. Bruner: *Toward a theory of instruction*. Cambridge 1966, S. 44) hat eine weitaus weniger bedachte Folge für die Einschätzung von Schülerfehlern, nicht nur im Mathematikunterricht. Das Problem der Entwicklung des Denkens wird nämlich damit auf die geeignete *inhaltliche* Auffüllung, Strukturierung und Ausdifferenzierung eines grundsätzlich vorhanden gedachten Denkvermögens, einer von vornherein verfügbaren Fähigkeit zu intelligenter Informationsverarbeitung und zu intelligentem Handeln verschoben, und das heißt etwas weg vom Abwarten auf das Sichereignen bestimmter Entwicklungsvoraussetzungen und auf die Vollendung bestimmter Entwicklungsstufen. Bruner postuliert damit eine Wechselwirkung zwischen inhaltlichem Angebot, inneren und äußeren Aktivitäten des Schülers und der physiologischen Entwicklung organischer Dispositionen. Fehler, die ein Schüler macht, sind aus dieser Sicht niemals nur in individuellen Anpassungsschwierigkeiten zu suchen oder in organischen Dispositionsmängeln, sondern prinzipiell ebenso und zunächst in Defiziten des inhaltlichen Lernangebotes oder allgemeiner: in den spezifischen Bedingungen der jeweils konkret gegebenen Lehr-Lern-Situationen. Schlicht gesagt: Ein Lehrer ist dann ein guter Lehrer, wenn er den Schülerfehler auch als „seinen“ Fehler akzeptiert und entsprechend in beide Richtungen – beim Schüler und bei sich – aufarbeitet.

Es ist das schwierige Problem der inneren Differenzierung im Mathematikunterricht, besonders in dem Übergangsabschnitt des 5. und 6. Schuljahres, das zu solchen Überlegungen geführt hat. Die Arbeitsgruppe F 1 am Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld hat sich über Jahre hinweg analytisch und konstruktiv-praktisch mit verschiedenen Dimensionen dieses Problembereiches beschäftigt (siehe dazu z. B. die Publikationen in der Schriftenreihe des IDM, besonders die Hefte 4, 5, 10, 17 und 18 sowie Materialien und Studien, Bände 2, 3 und 8). Aus den Vorarbeiten ist ein von der Stiftung Volkswagenwerk gefördertes Forschungs- und Entwicklungsprojekt zur „Differenzierung im Mathematikunterricht der Orientierungsstufe“ – kurz: DIMO-Projekt – hervorgegangen. Zunehmende Aufmerksamkeit gewannen in diesem Rahmen Schülerfehler (in einem sehr allgemeinen Sinne) im Mathematikunterricht, und zwar nicht nur wegen ihrer so oft entscheidenden Beziehung zu Selektionsentscheidungen und zur Formierung des Lehrerurteils über den Schüler, sondern insbesondere im Blick auf ihre mögliche Verursachung und Behebung – wenn nicht gar rechtzeitige oder vorbeugende Vermeidung – im Sinne des von der Kultusministerkonferenz 1972 beschlossene aber bei weitem bisher nicht zureichend eingelösten Auftrages zur Förderung der Schüler in diesem Brückenabschnitt unseres Schulsystems.

Herr Radatz hat sich im Kontext dieser Arbeitsgruppe am IDM des Themas Schülerfehler angenommen und sich darin spezialisiert. Er hat es weiterentwickelt über umfangreiche eigene Untersuchungen und Schulversuche, mit (die Möglichkeiten des Zentralinstitutes IDM nutzenden) sehr umfangreichen Literaturaufarbeitungen und -analysen und nicht zuletzt mit wesentlichen neuen eigenen Ansätzen zu einem ungewöhnlichen Überblick verarbeitet. Das Ergebnis präsentiert das vorliegende Buch, zu dem noch ergänzend eine ausführliche Literaturdokumentation und ein Satz Unterrichts- und Arbeitsmaterial für Lehrer und Schüler zur konstruktiven Bearbeitung der diagnostizierten Schwierigkeiten gehören. Ich bin zuversichtlich darin, daß das Buch für Lehrer und für Didaktiker einen beträchtlichen Informationsgewinn bietet und daher in verschiedene Richtungen Anregungen und eine – hoffentlich umfassende – handlungsorientierte Wirkung entfalten wird.

Heinrich Bauersfeld

März 1979



## Benny

(12 Jahre alt, 6. Schuljahr)

*I:* Wie würdest du  $\frac{2}{10}$  als Dezimalzahl schreiben?

*B:* Eins Komma Zwei (schreibt 1,2).

*I:* Und  $\frac{5}{10}$ ?

*B:* 1,5

*I:* und  $\frac{4}{11}$ ?

*B:* 1,5

*I:* Nun, macht es etwas aus, wenn wir dieses  $\left(\frac{4}{11}\right)$  ändern und sagen, das ist  $\frac{11}{4}$ ?

*B:* Es würde insgesamt nichts ändern; es würde dasselbe sein ... 1,5.

*I:* Wie kann das sein?  $\frac{4}{11}$  ist dasselbe wie  $\frac{11}{4}$ ?

*B:* Ja ... weil da oben eine Zahl ist. So mußt du die Zehn herunterlassen ... da oben wegnehmen; sie nach unten auf den Boden stellen ( zeigt wie  $\frac{11}{4}$  zu  $\frac{1}{14}$  wird ). Dann ist da eine Eins und eine Vier. So ist es wirklich  $\frac{1}{14}$ . Dann mußt du die Zahlen addieren, das gibt 5; dann die Zehn ... also 1,5.

...

*I:* Wie würdest du 0,5 als gewöhnliche Bruchzahl schreiben?

*B:* 0,5 ... das kann  $\frac{3}{2}$  oder  $\frac{2}{3}$  sein oder irgendetwas, solange als Antwort 5 herauskommt, weil du sie ja addieren mußt.

(aus Erlwanger 1973; S. 7; übers. d. V.)