

Skalierung der physikalischen Gesetze und mathematischen Modellierung

Hermann Sandmaier

Skalierung der physikalischen Gesetze und mathematischen Modellierung

Mit Anwendungen aus der Mechanik,
Thermodynamik, Hydrodynamik und
Elektrodynamik

 Springer Spektrum

Hermann Sandmaier
Stuttgart, Deutschland

ISBN 978-3-662-59672-2 ISBN 978-3-662-59673-9 (eBook)
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-59673-9>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2019

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Andreas Rüdinger

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Vorwort

Nichts ist stetiger als der Wandel, der in nahezu allen Bereichen des menschlichen Lebens deutliche Änderungen bewirkte und weiterhin bewirken wird. Rückwirkend betrachtet bietet es sich an, die industrielle Entwicklung in vier Stufen von der Industrie 1.0 bis zur Industrie 4.0 einzuteilen. Um ca. 1800 fand die erste Massenproduktion statt, wodurch die industrielle Revolution begann. Angetrieben wurden die Produktionsanlagen damals durch Wasser- oder Dampfkraft. Die Einführung der Elektrizität als Antriebskraft führte zum Ende des 1900 Jahrhunderts zur zweiten industriellen Revolution. Die dritte Revolution startete ab den 1970er Jahren, bei der eine weitere Automatisierung durch die Mikroelektronik und die Informationstechnik im Fokus stand. Statt der großen Rechenmaschinen hielten Personal-Computer in allen Bereichen, wie beispielsweise in der industriellen Fertigung, im Haushalt und im Büro, Einzug. Derzeit befinden wir uns in der vierten industriellen Revolution. In der als Industrie 4.0 bezeichneten Phase wird der Fokus auf die zunehmende Digitalisierung früherer analoger Techniken und der Integration Cyber-physischer Systeme gesetzt. In diesen Systemen sind mechanische Komponenten über Netzwerke und moderne Informationstechnik miteinander verbunden. Bei jeder industriellen Revolution entstanden neue innovative Produkte mit vorher nicht bekannten Eigenschaften bzw. Leistungen. Häufig hat sich dabei auch die Größe der Produkte bzw. Maschinen geändert.

Während die ersten beiden industriellen Revolutionen dadurch gekennzeichnet waren, dass sie vergleichsweise klobige bzw. große Maschinen und Geräte hervorbrachten, basiert der Erfolg der letzten beiden industriellen Revolutionen weitgehend auf der kontinuierlichen Miniaturisierung einzelner Bauelemente und Systeme. Diese Schlüsselkomponenten führen auch in größeren Maschinen und Produkten zu deren Verbesserung bzw. Steigerung ihrer Performance. Eine Schlüsseltechnologie der dritten und vierten industriellen Revolution war und ist die Halbleitertechnologie. Der Zwang zur ständigen Miniaturisierung der Halbleiterbauelemente und der elektronischen Systeme hat die Entwicklung dieser Technologie maßgeblich vorangetrieben. Mit dem Aufkommen der Mikrosystemtechnik wurden die mikroelektronischen Schaltungen mit mikromechanischen, mikrofluidischen oder mikrooptischen Komponenten zu komplexen Systemen kombiniert. In diesen Mikrosystemen wirken Sensoren, Aktoren und die Signalverarbeitung zusammen. Auch diese komplexen Systeme unterliegen dem ständigen Zwang zur weiteren Miniaturisierung. In den Systemen weisen nicht nur die elektronischen Schaltungen sondern auch die mechanischen oder optischen Teilkomponenten heute zum Teil Abmessungen im Nanometerbereich auf. Diese Systeme werden deshalb auch als Nanosysteme bezeichnet.

Durch die fortschreitende industrielle Revolution werden einerseits immer leistungsfähigere und größere Systeme und Maschinen entwickelt, deren Teilsysteme andererseits

aus immer kleineren Strukturen und Abmessungen bestehen. Diese neuen, in ihrer Größe geänderten Bauelemente, Maschinen bzw. Systeme weisen aber im Vergleich zu den vorhandenen Produkten häufig veränderte Eigenschaften auf. Insbesondere können beim Übergang in den Mikro- bzw. Nanobereich vollkommen unerwartete und nicht bekannte Eigenschaften und Wirkungen auftreten. Diese Änderungen können für das geplante System vorteilhaft sein und zu dessen Verbesserung genutzt werden, oder die Funktionsweise des geplanten Systems ist mit den aus der Makrowelt bekannten Prinzipien nicht mehr realisierbar. Möglicherweise kann aber durch den Einsatz eines anderen physikalischen Prinzips bzw. einen Wechsel des Materials das miniaturisierte System doch realisiert und sogar verbessert werden.

Um aufwendige und teure Simulationen bzw. Realisierungen von Prototypen zu vermeiden, setzt man heute die Methoden der Ähnlichkeitstheorie ein. Damit lassen sich schnell und mit geringem Aufwand Kenntnisse über das Verhalten und die Funktionsfähigkeit eines in seiner Größe geänderten Systems ermitteln. Zur Anwendung kommende Methoden der Ähnlichkeitstheorie sind die Dimensionsanalyse und die Skalierung mit Skalierungsansätzen. Sie stellen sehr effiziente Werkzeuge dar, um allgemein gültige Aussagen über das Verhalten der für die Systeme relevanten physikalischen Größen bei einer Änderung ihrer geometrischen Abmessungen bzw. bei einem Materialwechsel zu erhalten.

Nach einer Einführung in die Ähnlichkeitstheorie werden in diesem Buch die Dimensionsanalyse und die grundlegende Vorgehensweise bei der Methode mit Skalierungsansätzen vorgestellt. Im nächsten Kapitel wird auf die Skalierung mathematischer Größen, Operationen, Operatoren, Methoden, etc. eingegangen, bevor in den weiteren Kapiteln die Skalierung physikalischer Gebiete, wie der Mechanik, der Schwingungen und Wellen, der Fluidik, der Thermodynamik und des Elektromagnetismus ausführlich behandelt wird.

Das Buch wendet sich vorzugsweise an Studierende und Absolventen der Ingenieurwissenschaften und der Physik. Es bietet aber auch Ingenieuren und Physikern in der Industrie wertvolle Anregungen bei der Entwicklung innovativer Produkte.

Für die freundliche Unterstützung bei der Durchsicht des Manuskripts und die hilfreichen Diskussionen danke ich ganz besonders Herrn Dr.-Ing. Joachim Sägebarth, Herrn M.Sc. Sebastian Hummel und Herrn M.Sc. Michael Haub. Dem Springer-Verlag gilt mein Dank für die hervorragende Zusammenarbeit.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----|
| Vorwort | V |
| 1 Einführung | 1 |
| 2 Ähnlichkeitstheorie | 7 |
| 2.1 Dimensionsanalyse | 9 |
| 2.2 Methode mit Skalierungsansätzen | 16 |
| 2.3 Zusammenfassung | 21 |
| 3 Mathematik | 23 |
| 3.1 Skalare Größen | 26 |
| 3.2 Vektoren | 26 |
| 3.3 Tensoren höherer Stufe | 29 |
| 3.4 Addition | 30 |
| 3.5 Multiplikation | 31 |
| 3.6 Komplexe Zahlen | 34 |
| 3.7 Funktionen | 36 |
| 3.8 Ableitungen | 38 |
| 3.9 Nabla-Operator | 41 |
| 3.10 Gradient | 41 |
| 3.11 Divergenz | 42 |
| 3.12 Rotation | 43 |
| 3.13 Laplace-Operator | 44 |
| 3.14 Totales Differential | 45 |
| 3.15 Integrale | 45 |
| 3.16 Integralsätze | 48 |
| 3.17 Taylorreihe | 49 |
| 3.18 Fourier-Reihe | 50 |
| 3.19 Gleichungen und Gleichungssysteme | 51 |
| 3.20 Fourier-Transformation | 54 |
| 3.21 Laplace-Transformation | 57 |
| 3.22 Zusammenfassung | 62 |
| 4 Mechanik | 65 |
| 4.1 Massenpunkte und starre Körper | 65 |
| 4.2 Erhaltungssätze | 78 |
| 4.3 Bewegte Bezugssysteme | 85 |
| 4.4 Gravitationswechselwirkung | 87 |
| 4.5 Elastomechanik | 90 |
| 4.6 Oberflächeneigenschaften von Körpern | 107 |
| 4.6.1 Adhäsion | 107 |

| | |
|--|-----|
| 4.6.2 Reibung | 108 |
| 4.6.3 Verschleiß | 111 |
| 4.7 Zusammenfassung | 111 |
| 5 Schwingungen und Wellen | 117 |
| 5.1 Schwingungen | 117 |
| 5.2 Wellen | 125 |
| 5.3 Zusammenfassung | 129 |
| 6 Fluidik | 133 |
| 6.1 Hydrostatik | 134 |
| 6.2 Reynolds-Transport-Theorem | 137 |
| 6.3 Kontinuitätsgleichung | 139 |
| 6.4 Hydrodynamik | 142 |
| 6.4.1 Bernoulli-Gleichung | 143 |
| 6.4.2 Potentialströmung | 145 |
| 6.4.3 Newtons 2. Axiom für ein Kontrollvolumen | 146 |
| 6.4.4 Navier-Stokes-Gleichungen | 148 |
| 6.5 Oberflächeneigenschaften | 165 |
| 6.6 Diffusion | 170 |
| 6.7 Zusammenfassung | 175 |
| 7 Thermodynamik | 181 |
| 7.1 Thermodynamische Grundlagen | 181 |
| 7.2 Hauptsätze der Thermodynamik | 188 |
| 7.3 Wärmetransport | 198 |
| 7.3.1 Wärmeleitung | 198 |
| 7.3.2 Konvektion | 204 |
| 7.3.3 Wärmestrahlung | 209 |
| 7.3.4 Wärmeübergang | 211 |
| 7.3.5 Wärmeleitung und Wärmeübergang | 213 |
| 7.4 Zusammenfassung | 216 |
| 8 Elektrizität und Magnetismus | 221 |
| 8.1 Grundgleichungen | 221 |
| 8.2 Elektrostatik | 235 |
| 8.3 Piezoelektrizität | 246 |
| 8.4 Magnetostatik | 247 |
| 8.5 Elektrische Ströme | 253 |
| 8.6 Elektromagnetische Schwingungen | 263 |
| 8.7 Elektromagnetische Wellen | 269 |
| 8.8 Zusammenfassung | 275 |
| Index | 283 |