
Aufgaben zur Festigkeitslehre für den Leichtbau

Markus Linke

Aufgaben zur Festigkeitslehre für den Leichtbau

Ein Übungsbuch zur
Technischen Mechanik

Markus Linke
Department Fahrzeugtechnik und Flugzeugbau
Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg, Deutschland

ISBN 978-3-662-56148-5 ISBN 978-3-662-56149-2 (eBook)
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-56149-2>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer-Verlag GmbH Deutschland 2018

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist Teil von Springer Nature

Die eingetragene Gesellschaft ist Springer-Verlag GmbH Deutschland

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Vorwort

Die erfolgreiche Anwendung der grundlegenden Beziehungen der Festigkeitslehre ist nicht einzig durch die Kenntnis der Theorie möglich. Sie erfordert auch die Einübung der mechanischen Zusammenhänge anhand von verschiedenen Fragestellungen. Wissen ist nicht Können! Erst durch das selbstständige Lösen von Aufgaben findet eine innere Modell- bzw. Konzeptbildung statt. Der Vergleich der aus den eigenen Konzepten resultierenden logischen Konsequenzen mit den erwartbaren Ergebnissen führt zum Kompetenzaufbau.

Dieses Übungs- und Arbeitsbuch stellt eine umfangreiche Aufgabensammlung mit Musterlösungen zur Festigkeitslehre im Leichtbau zur Verfügung, mit der selbstständig die sachgerechte Anwendung von mechanischen Zusammenhängen eingeübt werden kann.

Neben der so wichtigen Einübung der mechanischen Beziehungen wird in diesem Buch zudem großen Wert auf das Verständnis und die sachgerechte Anwendung des mathematischen Fundaments gelegt. Erst die Mathematik macht die Mechanik zu einer quantifizierbaren Wissenschaft und damit nutzbringend für den Ingenieur. Der Lehralltag an der Hochschule zeigt aber, dass die erforderliche Mathematik häufig nur lückenhaft vorausgesetzt werden kann. Aus diesem Grunde werden in den Musterlösungen die mathematischen Lösungsschritte vollständig nachvollziehbar für Studierende im Grundstudium von Ingenieurstudiengängen dargestellt.

Das Buch wendet sich insbesondere an Ingenieurstudierende der Fachrichtungen Flugzeugbau und Fahrzeugtechnik sowie an Studierende anderer Studiengänge mit der Vertiefung Leichtbau oder Höhere Festigkeitslehre. Darüber hinaus kann es hilfreich für Ingenieurinnen und Ingenieure in der Praxis zur Auffrischung ihrer Leichtbaukenntnisse sein.

Das Schreiben eines Lehr- oder Übungsbuches ist größtenteils Privatvergnügen. Für das aufgebrachte Verständnis und die liebe Unterstützung möchte ich mich bei meiner Familie Vivian und Mats Ferdinand sehr herzlich bedanken.

Hamburg

Markus Linke
Dezember 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Grundlagen der klassischen Festigkeitslehre	3
2.1	Grundlegende Beziehungen	3
2.2	Aufgaben	8
	A2.1– Beherrschende Beziehungen an Stäben	8
	A2.2– Hauptspannungen und Gestaltänderungsenergiehypothese ...	9
	A2.3– Abhängigkeit der Werkstoffkonstanten bei Isotropie	10
	A2.4– Schnittreaktionen beim Mehrfeldbalken	11
2.3	Musterlösungen	12
	L2.1– Beherrschende Beziehungen an Stäben	12
	L2.2– Hauptspannungen und Gestaltänderungsenergiehypothese ...	14
	L2.3– Abhängigkeit der Werkstoffkonstanten bei Isotropie	15
	L2.4– Schnittreaktionen beim Mehrfeldbalken	18
3	Biegung	23
3.1	Grundlegende Beziehungen	23
3.2	Aufgaben	29
	A3.1– Flächenmomente 2. Grades eines Dreieck-Profiles	29
	A3.2– Flächenmomente eines dünnwandigen Kreisbogens	30
	A3.3– Flächenmomente eines dünnwandigen C-Profiles	31
	A3.4– Flächenmomente eines dünnwandigen T-Profiles	32
	A3.5– Hauptflächenmomente und Normalspannungen	32
	A3.6– Hauptflächenmomente und Spannungsnulllinie beim Z-Profil	34
	A3.7– Flächenmomente und Normalspannungen beim Kastenträger	35
	A3.8– Biegelinie von Einfeldbalken bei gerader Biegung	35
	A3.9– Biegelinie eines statisch unbestimmten Einfeldbalkens	36
	A3.10– Biegelinie eines Mehrfeldbalkens bei gerader Biegung	37
3.3	Musterlösungen	38
	L3.1– Flächenmomente 2. Grades eines Dreieck-Profiles	38
	L3.2– Flächenmomente eines dünnwandigen Kreisbogens	46

	L3.3– Flächenmomente eines dünnwandigen C-Profiles	48
	L3.4– Flächenmomente eines dünnwandigen T-Profiles	52
	L3.5– Hauptflächenmomente und Normalspannungen	53
	L3.6– Hauptflächenmomente und Spannungsnulllinie beim Z-Profil	58
	L3.7– Flächenmomente und Normalspannungen beim Kastenträger	61
	L3.8– Biegelinie von Einfeldbalken bei gerader Biegung	62
	L3.9– Biegelinie eines statisch unbestimmten Einfeldbalkens	70
	L3.10– Biegelinie eines Mehrfeldbalkens bei gerader Biegung	74
4	Querkraftschub	79
	4.1 Grundlegende Beziehungen	79
	4.2 Aufgaben	82
	A4.1– Schubfluss und Schubspannung im T-Profil	82
	A4.2– Schubfluss und Schubmittelpunkt beim C-Profil	83
	A4.3– Schubmittelpunkt beim offenen Profil	84
	A4.4– Schubmittelpunkt beim Einzeller	85
	A4.5– Schubmittelpunkt beim zweizelligen Profil	86
	A4.6– Schubkorrekturfaktor beim U-Profil	87
	A4.7– Schubkorrekturfaktor beim T-Profil	87
	A4.8– Schubmittelpunkt und Schubkorrekturfaktor beim Einzeller	89
	A4.9– Beidseitig gelenkig gelagerter schubweicher Balken	90
	A4.10– Querkraftschubeinfluss beim Flügel	91
	4.3 Musterlösungen	92
	L4.1– Schubfluss und Schubspannung im T-Profil	92
	L4.2– Schubfluss und Schubmittelpunkt beim C-Profil	96
	L4.3– Schubmittelpunkt beim offenen Profil	100
	L4.4– Schubmittelpunkt beim Einzeller	103
	L4.5– Schubmittelpunkt beim Zweizeller	108
	L4.6– Schubkorrekturfaktor beim U-Profil	114
	L4.7– Schubkorrekturfaktor beim T-Profil	115
	L4.8– Schubmittelpunkt und Schubkorrekturfaktor beim Einzeller	117
	L4.9– Beidseitig gelenkig gelagerter schubweicher Balken	122
	L4.10– Querkraftschubeinfluss beim Flügel	124
5	Torsion	127
	5.1 Grundlegende Beziehungen	127
	5.2 Aufgaben	134
	A5.1– St. Venantsche Torsion eines Einzellers	134
	A5.2– Einzeller mit veränderlicher Wandstärke	135
	A5.3– Statisch unbestimmter Träger mit Kreisringprofil	136
	A5.4– Vergleich eines Einzellers mit einem dreizelligen Träger	136
	A5.5– Einzeller aus zwei Materialien	137
	A5.6– Dreizeller aus zwei Materialien	138
	A5.7– Verwölbung eines geschlitzten dünnwandigen Rohres	139
	A5.8– Verwölbung und Wölbwiderstand beim Z-Profil	140

	A5.9– Verwölbung und Wölbwiderstand beim U-Profil	141
	A5.10– Verwölbung und Wölbwiderstand eines Einzellers	142
	A5.11– Verwölbung und Wölbwiderstand eines Flügelkastens	142
	A5.12– Vergleich von St. Venantscher Torsion mit Wölbkrafttorsion	143
	A5.13– Gabelgelagerter Träger mit Kragarm	144
	A5.14– Verformungen und Wölbspannungen eines Flügelkastens . .	145
5.3	Musterlösungen	146
	L5.1– St. Venantsche Torsion eines Einzellers	146
	L5.2– Einzeller mit veränderlicher Wandstärke	148
	L5.3– Statisch unbestimmter Träger mit Kreisringprofil	150
	L5.4– Vergleich eines Einzellers mit einem dreizelligen Träger	152
	L5.5– Einzeller aus zwei Materialien	155
	L5.6– Dreizeller aus zwei Materialien	156
	L5.7– Verwölbung eines geschlitzten dünnwandigen Rohres	158
	L5.8– Verwölbung und Wölbwiderstand beim Z-Profil	160
	L5.9– Verwölbung und Wölbwiderstand beim U-Profil	163
	L5.10– Verwölbung und Wölbwiderstand eines Einzellers	166
	L5.11– Verwölbung und Wölbwiderstand eines Flügelkastens	170
	L5.12– Vergleich von St. Venantscher Torsion mit Wölbkrafttorsion	174
	L5.13– Gabelgelagerter Träger mit Kragarm	179
	L5.14– Verformungen und Wölbspannungen eines Flügelkastens . . .	183
6	Stabilität schlanker Strukturen	191
6.1	Grundlegende Beziehungen	191
6.2	Aufgaben	193
	A6.1– Knicken einer Flügelstütze	194
	A6.2– Gestänge zur Ruderansteuerung	194
	A6.3– Eulerknicken und freie Knicklänge	195
	A6.4– Biegeknicken eines Durchlaufträgers	196
	A6.5– Biegeknicken bei Imperfektion	197
	A6.6– Biegedrillknicken eines T-Profiles	198
	A6.7– Biegedrillknicken beim L-Profil	198
	A6.8– Stabilitätsversagen bei Druck- und Querkraftbelastung	199
6.3	Musterlösungen	200
	L6.1– Knicken einer Flügelstütze	200
	L6.2– Gestänge zur Ruderansteuerung	201
	L6.3– Eulerknicken und freie Knicklänge	203
	L6.4– Biegeknicken eines Durchlaufträgers	206
	L6.5– Biegeknicken bei Imperfektion	211
	L6.6– Biegedrillknicken eines T-Profiles	217
	L6.7– Biegedrillknicken beim L-Profil	219
	L6.8– Stabilitätsversagen bei Druck- und Querkraftbelastung	221

7	Arbeits- und Energiemethoden	223
7.1	Grundlegende Beziehungen	223
7.2	Aufgaben	228
	A7.1– Mehrfach statisch unbestimmter Balken	229
	A7.2– Schnittreaktionen im statisch unbestimmten Rahmen	229
	A7.3– Verschiebungsgrößen im Flügel eines Sportflugzeugs	230
	A7.4– Statisch unbestimmter Flügel eines Sportflugzeugs	231
	A7.5– Biegemomentenverlauf in einem Höhenruder	232
	A7.6– Torsion eines Zweizellers	234
	A7.7– Querkraftschub und Torsion beim zweizelligen Träger	234
7.3	Musterlösungen	236
	L7.1– Mehrfach statisch unbestimmter Balken	236
	L7.2– Schnittreaktionen im statisch unbestimmten Rahmen	238
	L7.3– Verschiebungsgrößen im Flügel eines Sportflugzeugs	247
	L7.4– Statisch unbestimmter Flügel eines Sportflugzeugs	254
	L7.5– Biegemomentenverlauf in einem Höhenruder	258
	L7.6– Torsion eines Zweizellers	263
	L7.7– Querkraftschub und Torsion beim zweizelligen Träger	266
8	Schubwand- und Schubfeldträger	271
8.1	Grundlegende Beziehungen	271
	8.1.1 Schubwandmodellierung	271
	8.1.2 Schubfeldmodellierung	272
8.2	Aufgaben	275
	A8.1– Offener Schubwandträger mit vier Gurten	275
	A8.2– Schubmittelpunkt beim sechsgurtigen Einzeller	276
	A8.3– Querkraftschub und Torsion beim viergurtigen Einzeller	277
	A8.4– Querkraftschub und Torsion beim mehrzelligen Träger	278
	A8.5– Schubwandträger unter kombinierter Beanspruchung	279
	A8.6– Querkraftschub, Torsion und Absenkung beim Mehrzeller	280
	A8.7– Gelenkig gelagerter Biegeträger als Schubfeldträger	281
	A8.8– Kragarm als Schubfeldträger	282
	A8.9– Statisch unbestimmter Schubfeldträger	283
	A8.10– Kragarm als Schubwand- und Schubfeldträger	284
8.3	Musterlösungen	285
	L8.1– Offener Schubwandträger mit vier Gurten	285
	L8.2– Schubmittelpunkt beim sechsgurtigen Einzeller	290
	L8.3– Querkraftschub und Torsion beim viergurtigen Einzeller	293
	L8.4– Querkraftschub und Torsion beim mehrzelligen Träger	298
	L8.5– Schubwandträger unter kombinierter Beanspruchung	304
	L8.6– Querkraftschub, Torsion und Absenkung beim Mehrzeller	308
	L8.7– Gelenkig gelagerter Biegeträger als Schubfeldträger	317
	L8.8– Kragarm als Schubfeldträger	320
	L8.9– Statisch unbestimmter Schubfeldträger	332
	L8.10– Kragarm als Schubwand- und Schubfeldträger	339

9	Mathematische Formeln und Ergänzungen	347
9.1	Gleitkommaarithmetik	347
9.2	Cardanische Formeln zur Nullstellenberechnung bei kubischen Gleichungen	348
9.2.1	Nullstellenberechnung zur Aufgabe 3.10	353
9.2.2	Nullstellenberechnung zur Aufgabe 6.7	354
9.3	Numerische Nullstellensuche - Sekantenverfahren	356
9.3.1	Nullstellenberechnung zur Aufgabe 6.3	358
9.3.2	Nullstellenberechnung zur Aufgabe 6.4	360
9.4	Mathematische Ergänzungen	361
9.4.1	Bestimmung der Integrationskonstanten in Aufgabe 5.13	361
9.4.2	Ermittlung der Integrationskonstanten in Aufgabe 5.14	363
9.4.3	Berechnung der Determinante der Koeffizientenmatrix in Aufgabe 6.3	368
9.4.4	Ermittlung der oberen Dreiecksmatrix in Aufgabe 6.3	368
9.4.5	Berechnung der Determinante der Koeffizientenmatrix in Aufgabe 6.4	369
9.4.6	Ermittlung der oberen Dreiecksmatrix in Aufgabe 6.4	369
9.4.7	Bestimmung der strengen Monotonie des Normalkraftverlaufs in Aufgabe 8.8	370
9.4.8	Integraltafel - Koppeltafel	372
	Literatur	373