
MATHEMATICA kompakt

Hans Benker

MATHEMATICA kompakt

Mathematische Problemlösungen
für Ingenieure, Mathematiker
und Naturwissenschaftler

Hans Benker
Halle-Wittenberg, Deutschland

ISBN 978-3-662-49610-7 ISBN 978-3-662-49611-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-49611-4

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist Teil von Springer Nature
Die eingetragene Gesellschaft ist Springer-Verlag GmbH Berlin Heidelberg
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Vorwort

Im heutigen Computerzeitalter werden mathematische Probleme meistens nicht mehr per Hand berechnet, wie in vielen Mathematiklehrbüchern praktiziert ist.

Man setzt verstärkt Mathematik- und Tabellenkalkulationsprogramme ein, um anfallende mathematische Berechnungen mit einem vertretbaren Aufwand unter Verwendung von Computern bewältigen zu können.

Das vorliegende Buch berücksichtigt diese Entwicklung, indem es durchgehend das *Mathematikprogramm* (Computeralgebraprogramm) MATHEMATICA einsetzt:

- Im Buch wird die neue Version 10 von MATHEMATICA berücksichtigt, die auf PCs unter WINDOWS (oder LINUX) läuft ebenso wie auf APPLE-Computern:
 - Die auf einem zur Verfügung stehenden Computer installierte Version ist aus der Hilfe von MATHEMATICA ersichtlich.
 - MATHEMATICA 10 ist *abwärts kompatibel* zu früheren Versionen, wie z. B. 9 und 8. Dies bedeutet, dass Änderungen in neuen Versionen von MATHEMATICA hauptsächlich die Effektivität und nur geringfügig die Benutzeroberfläche betreffen, während sich die Vorgehensweise nicht ändert.
 - MATHEMATICA besitzt die klassische WINDOWS-Benutzeroberfläche mit einer *Menüleiste* aber keinen *Symbolleisten*.

- MATHEMATICA gehört neben MAPLE zu den am weitesten entwickelten Computeralgebraprogrammen, in die zusätzlich effektive numerische Algorithmen (Näherungsmethoden) aufgenommen wurden:

Da sich zahlreiche in Anwendungen auftretende (vor allem nichtlineare) mathematische Probleme nicht exakt mit Methoden der Computeralgebra berechnen lassen, ist MATHEMATICA deshalb aufgrund der integrierten numerischen Algorithmen auch für Ingenieure und Naturwissenschaftler ein wesentliches Berechnungsprogramm.

Das vorliegende *Buch* ist in *drei Teile* aufgeteilt:

- I. Der *erste Teil* des Buches (Kap.1-10) gibt eine kurze Einführung in MATHEMATICA. Es wird ein Überblick über Aufbau und Arbeitsweise von MATHEMATICA und die integrierte Programmiersprache gegeben, so dass auch Einsteiger in der Lage sind, MATHEMATICA effektiv einzusetzen.
- II. Der *zweite Teil* des Buches (Kap.11-21) gibt eine Einführung in *Grundgebiete* der Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler (Ingenieurmathematik) wie u.a. Gleichungen, Differential- und Integralrechnung, wobei Berechnungen mit MATHEMATICA im Vordergrund stehen.
- III. Im *dritten Teil* des Buches (Kap.22-26) werden wichtige *Spezialgebiete* der Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler (Ingenieurmathematik) wie Differentialgleichungen, Transformationen, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik vorgestellt, wobei ebenfalls Berechnungen mit MATHEMATICA im Vordergrund stehen.

Das vorliegende *Buch* lässt sich folgendermaßen *charakterisieren*:

- Da das Buch [33] von St. Wolfram in Englischer Sprache einen Umfang von über 1400 Seiten hat, ist es natürlich beim vorliegenden Buch mit einem Umfang von $\frac{1}{4}$ nicht möglich, auf alle Einzelheiten einzugehen. Das vorliegende Buch enthält jedoch die wichtigen Details, so dass Anwender unter Verwendung der Hilfe von MATHEMATICA in der Lage sind, anfallende mathematische Berechnungen ohne Probleme durchzuführen.

- Da MATHEMATICA nicht ohne mathematische Grundkenntnisse anwendbar ist, werden Grundlagen und Probleme der Ingenieurmathematik anschaulich besprochen, d.h. Theorie und numerische Methoden (Näherungsmethoden) werden nur soweit dargestellt, wie es für Anwendungen erforderlich ist. Dies bedeutet, dass auf Beweise und ausführliche theoretische Abhandlungen verzichtet wird, dafür aber notwendige Grundlagen, Formeln und Methoden anschaulich an Beispielen unter Einsatz von MATHEMATICA erläutert und illustriert werden:
Damit sind auch Einsteiger in der Lage, mathematische Probleme mittels MATHEMATICA problemlos zu berechnen.
- Das Buch lässt sich auch als Nachschlagewerk bei mathematischen Unklarheiten und bei der Aufstellung mathematischer Modelle für Naturwissenschaft und Technik verwenden.
- In den entsprechenden Kapiteln ist erörtert, wann zur Berechnung auf *spezielle Programmsysteme* zurückgegriffen werden muss. Dies resultiert aus dem Sachverhalt, dass MATHEMATICA als allgemeines Mathematikprogramm (mit Computeralgebra- und Numerikmethoden) konzipiert ist und somit vor allem für hochdimensionale und/oder nichtlineare Probleme natürliche Grenzen gesetzt sind.

Das vorliegende Buch ist aus Lehrveranstaltungen und Computerpraktika entstanden, die der Autor an der Universität Halle gehalten hat, und wendet sich sowohl an *Studenten, Dozenten und Professoren* der

Mathematik, Ingenieurmathematik, Technik- und Naturwissenschaften

von Fachhochschulen und Universitäten als auch in der *Praxis* tätige

Mathematiker, Ingenieure und Naturwissenschaftler.








Da die behandelten und mit MATHEMATICA berechneten mathematischen Probleme nicht nur zu den Grundlagen der Ingenieurmathematik gehören, kann das vorliegende Buch auch von *Wirtschaftswissenschaftlern* konsultiert werden, um MATHEMATICA erfolgreich einzusetzen.



Im Folgenden werden Hinweise zur *Gestaltung* des *Buches* gegeben:

- In *Kursivdruck* sind wichtige Begriffe geschrieben.
- In **Fettdruck** sind geschrieben:
 - *Überschriften* und Namen von *Abbildungen, Beispielen, Listen, Vektoren* und *Matrizen*,
 - *Dialogfenster/Dialogboxen* von MATHEMATICA,
 - *Internetadressen*,
 - *Menüs* und *Untermenüs* in Notebooks von MATHEMATICA,
 - *Inputs In[...]* und *Outputs Out[...]* in MATHEMATICA-Notebooks,
 - *Dateiendungen*,
 - In MATHEMATICA integrierte (vordefinierte) *Funktionen (Built-in Functions)* und *Kommandos*, die wir als MATHEMATICA-Funktionen bzw. MATHEMATICA-Kommandos (Befehle) bezeichnen,
 - In MATHEMATICA integrierte (vordefinierte) *Konstanten*, die wir als MATHEMATICA-Konstanten bezeichnen,

- *Befehle* (Schlüsselworte) der in MATHEMATICA integrierten *Programmiersprache*.
- In GROSSBUCHSTABEN sind geschrieben:
Datei-, Operator-, Programm-, Tasten- und Verzeichnisnamen.
- *Abbildungen* und *Beispiele* werden in jedem Kapitel mit 1 beginnend durchnummeriert, wobei die Kapitelnummer vorangestellt ist. So bezeichnen z.B. **Abb. 4.5** und **Beisp.2.8** die Abbildung 5 aus Kapitel 4 bzw. das Beispiel 8 aus Kapitel 2.
- Bei Hinweisen auf bestimmte *Bücher* des *Literaturverzeichnisses* wird deren Nummern in eckige Klammern [...] eingeschlossen.
- *Bemerkungen* beginnen mit dem Pfeil

 und enden mit dem Symbol
 ◆
 wenn sie vom folgenden Text abzugrenzen sind.
- Eine *Folge* von *Menüs* und *Untermenüs* (*Menüfolge*) für durchzuführende Aktivitäten (Berechnungen) in Notebooks von MATHEMATICA wird durch Pfeile ⇒ getrennt.
- *Tasten* werden mit Rahmen angezeigt, wie z.B.  für SHIFT und  für ENTER (EINGABE). Für *Tastenkombinationen* werden diese Tasten hintereinandergeschrieben, wie z.B.   für SHIFT+ENTER, die für die Auslösung der Arbeit von MATHEMATICA im aktuellen Notebook zu drücken sind.

Für die *Unterstützung* bei der Erstellung des Buches möchte ich *danken*:

- Frau Hestermann-Beyerle und Frau Kollmar-Thoni vom Verlag Springer-Vieweg für die Aufnahme des Buchtitels in das Verlagsprogramm und die Unterstützung bei der Erstellung des Manuskripts.
- Meiner Gattin Doris, die großes Verständnis für meine Arbeit an den Abenden und Wochenenden aufgebracht hat.
- Meiner Tochter Uta für Hilfen bei Computerfragen.

Über Fragen, Hinweise, Anregungen und Verbesserungsvorschläge würde sich der Autor freuen. Sie können an folgende E-Mail-Adresse gesendet werden:

hans.benker@mathematik.uni-halle.de

Halle, Frühjahr 2016

Hans Benker

Inhaltsverzeichnis

TEIL I: Einführung in MATHEMATICA

1	Einleitung.....	1
1.1	Mathematische Berechnungen mit dem Computer.....	1
1.1.1	Anwendung der Computeralgebra.....	2
1.1.2	Anwendung der Numerischen Mathematik (Numerik).....	4
1.1.3	Computerprogramme für mathematische Berechnungen (Mathematikprogramme).....	4
1.1.4	Computerprogramme für Tabellenkalkulation (Tabellekalkulationsprogramme).....	5
1.2	Mathematikprogramm (Computeralgebraprogramm, Computeralgebrasystem) MATHEMATICA.....	5
1.2.1	Entwicklung durch WOLFRAM RESEARCH.....	6
1.2.2	Einsatzgebiete und Fähigkeiten.....	6
1.2.3	Suchmaschine WOLFRAM ALPHA.....	7
1.3	Weitere Mathematikprogramme.....	8
1.3.1	MAPLE.....	9
1.3.2	MATHCAD.....	9
1.3.3	MATLAB.....	10
1.3.4	MuPAD.....	11
1.4	Tabellekalkulationsprogramme.....	11
1.4.1	Fähigkeiten für mathematische Berechnungen.....	11
1.4.2	EXCEL.....	12
2	Hilfen für MATHEMATICA.....	13
2.1	Einführung.....	13
2.2	Hilfemenü von MATHEMATICA.....	13
2.3	Fehlermeldungen von MATHEMATICA.....	14
2.3.1	Eingabefehler.....	14
2.3.2	Berechnungsfehler.....	14
2.4	MATHEMATICA im Internet.....	15
3	Aufbau (Struktur) von MATHEMATICA.....	17
3.1	Einführung.....	17
3.2	Begrüpfungsfenster von MATHEMATICA.....	17
3.3	Notebook (Bedienoberfläche/Benutzeroberfläche) von MATHEMATICA.....	19
3.3.1	Menüleiste des Notebooks (Notebook-Menüs).....	20
3.3.2	Ein- und Ausgaben (Ein- und Ausgabezellen) im Notebook.....	20
3.3.3	Korrekturen im Notebook.....	23
3.4	Kern (Kernel) von MATHEMATICA.....	23
3.5	Erweiterungspakete (Packages) für MATHEMATICA.....	23
3.6	MATHEMATICA als Programmiersprache.....	24
3.7	Datenstrukturen in MATHEMATICA.....	24
4	Arbeit mit MATHEMATICA.....	25
4.1	Einführung.....	25
4.2	Interaktive Arbeit mit MATHEMATICA.....	25
4.3	Mathematische Berechnungen mit MATHEMATICA.....	25
4.3.1	Exakte (symbolische) Berechnungen (Computeralgebra-Anwendung)....	26
4.3.2	Numerische (näherungsweise) Berechnungen (Numerik-Anwendung)....	26
4.3.3	Eingabe durchzuführender Berechnungen in ein Notebook.....	27

4.3.4	Fähigkeiten für symbolische und numerische Berechnungen.....	27
4.3.5	Vorgehensweise bei Berechnungen.....	28
4.4	Programmiermöglichkeiten mit MATHEMATICA.....	30
4.5	Text in MATHEMATICA.....	31
4.5.1	Zeichenketten (Zeichenfolgen).....	31
4.5.2	Texteingabe.....	32
4.5.3	Textausgabe.....	33
5	Zahlen.....	35
5.1	Einführung.....	35
5.2	Reelle Zahlen.....	35
5.2.1	Ganze Zahlen und Brüche ganzer Zahlen in MATHEMATICA.....	36
5.2.2	Endliche Dezimalzahlen in MATHEMATICA.....	37
5.2.3	Rechenoperationen und Berechnungen mit MATHEMATICA.....	37
5.3	Komplexe Zahlen.....	39
5.3.1	Darstellung in MATHEMATICA.....	39
5.3.2	Rechenoperationen in MATHEMATICA.....	39
5.4	Umwandlung von Zahlen in MATHEMATICA.....	41
6	Konstanten.....	43
6.1	Einführung.....	43
6.2	MATHEMATICA-Konstanten.....	43
7	Variablen.....	45
7.1	Einführung.....	45
7.2	Variablen in MATHEMATICA.....	45
7.2.1	Variablennamen.....	45
7.2.2	Eigenschaften von Variablen.....	46
7.3	Variablenarten in MATHEMATICA.....	47
7.3.1	Einfache und indizierte Variablen.....	47
7.3.2	Symbolische und numerische Variablen.....	48
7.3.3	Lokale und globale Variablen.....	49
8	Listen in MATHEMATICA.....	51
8.1	Einführung.....	51
8.2	Arten von Listen.....	51
8.3	Ein- und zweidimensionale Listen.....	53
8.4	Zugriff auf Listenelemente.....	54
8.5	Rechenoperationen mit Listen.....	55
8.6	Eingabe und Ausgabe (Import und Export) von Listen (Dateien).....	57
9	Funktionen, Kommandos und Anweisungen (Befehle) in MATHEMATICA.....	61
9.1	Einführung.....	61
9.2	MATHEMATICA-Funktionen.....	61
9.2.1	Funktionen der Mathematik (mathematische Funktionen).....	63
9.2.2	Funktionen zur Berechnung mathematischer Probleme.....	63
9.3	MATHEMATICA-Kommandos.....	63
9.4	MATHEMATICA-Anweisungen (MATHEMATICA-Befehle).....	63

10 Programmierung mit MATHEMATICA..... 65

- 10.1 Einführung..... 65
- 10.2 Operatoren der prozeduralen Programmierung in MATHEMATICA..... 65
 - 10.2.1 Arithmetische Operatoren..... 65
 - 10.2.2 Vergleichsoperatoren und Vergleichsausdrücke..... 66
 - 10.2.3 Logische Operatoren und logische Ausdrücke..... 66
- 10.3 Anweisungen (Befehle) der prozeduralen Programmierung in MATHEMATICA..... 67
 - 10.3.1 Zuweisungen (Zuweisungsanweisungen)..... 67
 - 10.3.2 Verzweigungen (Verzweigungsanweisungen)..... 69
 - 10.3.3 Schleifen (Laufanweisungen)..... 70
- 10.4 Prozedurale Programme mit MATHEMATICA..... 73
 - 10.4.1 Programmstruktur..... 74
 - 10.4.2 Funktionsprogramme (Funktionsdefinitionen)..... 74
 - 10.4.3 Programmierfehler..... 75

TEIL II: Anwendung von MATHEMATICA in Grundgebieten der Mathematik (Ingenieurmathematik)

11 Mathematische Funktionen..... 77

- 11.1 Einführung..... 77
- 11.2 Funktionen in der Mathematik..... 77
 - 11.2.1 Elementare mathematische Funktionen..... 78
 - 11.2.2 Höhere mathematische Funktionen..... 78
- 11.3 Mathematische Funktionen in MATHEMATICA..... 78
 - 11.3.1 Integrierte (vordefinierte) Funktionen..... 79
 - 11.3.2 Definition mathematischer Funktionen..... 80
- 11.4 Approximation mathematischer Funktionen..... 81
 - 11.4.1 Einführung..... 81
 - 11.4.2 Interpolation..... 83
 - 11.4.3 Quadratmittelapproximation (Methode der kleinsten Quadrate)..... 83
- 11.5 Approximation mathematischer Funktionen mit MATHEMATICA..... 85
 - 11.5.1 Interpolation mit MATHEMATICA..... 85
 - 11.5.2 Quadratmittelapproximation mit MATHEMATICA..... 86

12 Punkte, Kurven und Flächen und ihre grafischen Darstellungen..... 89

- 12.1 Einführung..... 89
- 12.2 Anwendung von MATHEMATICA..... 89
- 12.3 Punkte..... 90
 - 12.3.1 Punkte im zweidimensionalen und dreidimensionalen Raum..... 90
 - 12.3.2 Grafische Darstellungen mit MATHEMATICA..... 90
- 12.4 Ebene Kurven..... 92
 - 12.4.1 Analytische Darstellungen..... 92
 - 12.4.2 Grafische Darstellungen mit MATHEMATICA..... 93
- 12.5 Kurvendiskussionen mit MATHEMATICA..... 95
- 12.6 Raumkurven..... 96

12.6.1 Analytische Darstellungen.....	96
12.6.2 Grafische Darstellungen mit MATHEMATICA.....	96
12.7 Flächen.....	97
12.7.1 Analytische Darstellungen im dreidimensionalen Raum.....	97
12.7.2 Grafische Darstellungen mit MATHEMATICA.....	97
13 Umformung und Berechnung mathematischer Ausdrücke.....	101
13.1 Einführung.....	101
13.2 Mathematische Ausdrücke.....	101
13.3 Mathematische Ausdrücke in MATHEMATICA.....	102
13.4 Umformung mathematischer Ausdrücke mit MATHEMATICA.....	103
13.4.1 Vereinfachung algebraischer Ausdrücke.....	103
13.4.2 Multiplizieren und Potenzieren mathematischer Ausdrücke.....	104
13.4.3 Faktorisierung ganzrationaler Ausdrücke.....	104
13.4.4 Partialbruchzerlegung gebrochenrationaler Ausdrücke.....	105
13.4.5 Umformung trigonometrischer Ausdrücke.....	107
13.4.6 Weitere Umformungen.....	108
13.5 Berechnung mathematischer Ausdrücke mit MATHEMATICA.....	108
14 Kombinatorik.....	111
14.1 Einführung.....	111
14.2 Fakultät und Binomialkoeffizient in MATHEMATICA.....	111
14.3 Permutationen, Variationen und Kombinationen mit MATHEMATICA.....	112
15 Matrizen, Vektoren und Determinanten.....	115
15.1 Matrizen.....	115
15.2 Vektoren.....	115
15.3 Matrizen und Vektoren in MATHEMATICA.....	116
15.3.1 Eingabe von Matrizen und Vektoren.....	116
15.3.2 Erzeugung von Matrizen.....	118
15.3.3 Zugriff auf Matrixelemente und Vektorkomponenten.....	119
15.3.4 Einlesen und Ausgabe von Matrizen und Vektoren.....	121
15.4 MATHEMATICA-Matrixfunktionen.....	121
15.5 Determinanten.....	122
15.5.1 Einführung.....	122
15.5.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	123
15.6 Eigenwertaufgaben für Matrizen.....	124
15.6.1 Aufgabenstellung.....	124
15.6.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	125
16 Rechenoperationen für Matrizen und Vektoren.....	127
16.1 Rechenoperationen für Matrizen und Anwendung von MATHEMATICA.....	127
16.1.1 Transponieren.....	127
16.1.2 Addition und Subtraktion.....	128
16.1.3 Multiplikation.....	128
16.1.4 Inversion.....	129
16.2 Produkte von Vektoren und Berechnung mit MATHEMATICA.....	131

16.2.1	Produkte von Vektoren.....	131
16.2.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	132
17	Gleichungen und Ungleichungen.....	135
17.1	Einführung.....	135
17.1.1	Definition von Gleichungen.....	135
17.1.2	Arten von Gleichungen.....	135
17.1.3	Lösung von Gleichungen.....	136
17.2	Lineare Gleichungssysteme.....	136
17.2.1	Lösungstheorie.....	137
17.2.2	Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	137
17.3	Polynomgleichungen.....	142
17.3.1	Lösungstheorie.....	142
17.3.2	Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	143
17.4	Nichtlineare Gleichungssysteme.....	145
17.4.1	Allgemeine nichtlineare Gleichungssysteme.....	145
17.4.2	Lösungsmethoden.....	146
17.4.3	Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	146
17.5	Ungleichungen.....	148
18	Differentialrechnung.....	149
18.1	Einführung.....	149
18.2	Ableitungen.....	149
18.2.1	Ableitungen für Funktionen von n Variablen.....	149
18.2.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	150
18.3	Taylorentwicklung.....	152
18.3.1	Einführung.....	152
18.3.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	153
18.4	Grenzwerte.....	154
18.4.1	Einführung.....	154
18.4.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	154
19	Integralrechnung.....	157
19.1	Einführung.....	157
19.2	Unbestimmte Integrale.....	158
19.2.1	Definition.....	158
19.2.2	Exakte Berechnung mit MATHEMATICA.....	158
19.2.3	Numerische (näherungsweise) Berechnung mit MATHEMATICA.....	160
19.3	Bestimmte Integrale.....	161
19.3.1	Definition.....	161
19.3.2	Exakte Berechnung mit MATHEMATICA.....	162
19.3.3	Numerische (näherungsweise) Berechnung mit MATHEMATICA.....	163
19.4	Uneigentliche Integrale.....	164
19.4.1	Einführung.....	165
19.4.2	Berechnung mit MATHEMATICA.....	165
19.5	Mehrfache Integrale.....	166

20 Reihen (Summen) und Produkte.....	169
20.1 Einführung.....	169
20.2 Endliche Reihen (Summen) und Produkte.....	169
20.2.1 Endliche Reihen (Summen).....	169
20.2.2 Berechnung endlicher Zahlenreihen mit MATHEMATICA.....	169
20.2.3 Endliche Produkte.....	171
20.2.4 Berechnung endlicher Zahlenprodukte mit MATHEMATICA.....	171
20.3 Unendliche Reihen und Produkte.....	173
20.3.1 Unendliche Reihen.....	173
20.3.2 Berechnung unendlicher Zahlenreihen mit MATHEMATICA.....	174
20.3.3 Unendliche Produkte.....	175
20.3.4 Berechnung unendlicher Zahlenprodukte mit MATHEMATICA.....	176
20.4 Funktionenreihen.....	176
20.4.1 Potenzreihen mit MATHEMATICA.....	176
20.4.2 Fourierreihen.....	177
20.4.3 Fourierreihen mit MATHEMATICA.....	177
21 Vektoranalysis.....	179
21.1 Einführung.....	179
21.2 Skalar- und Vektorfelder.....	179
21.2.1 Eigenschaften.....	179
21.2.2 Anwendung von MATHEMATICA.....	179
21.3 Gradient, Rotation und Divergenz.....	182
21.3.1 Eigenschaften.....	182
21.3.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	183
21.4 Berechnung von Kurven- und Oberflächenintegralen mit MATHEMATICA..	185
TEIL III: Anwendung von MATHEMATICA in Spezialgebieten der Mathematik (Ingenieurmathematik)	
22 Differenzgleichungen und Differentialgleichungen.....	187
22.1 Einführung.....	187
22.2 Differenzgleichungen.....	188
22.2.1 Problemstellung.....	189
22.2.2 Lineare Differenzgleichungen.....	190
22.2.3 Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	191
22.3 Differentialgleichungen.....	192
22.3.1 Problemstellung.....	192
22.3.2 Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	194
22.4 Gewöhnliche Differentialgleichungen.....	194
22.4.1 Problemstellung.....	194
22.4.2 Anfangs- und Randwertprobleme.....	195
22.4.3 Lineare Differentialgleichungen.....	196
22.4.4 Exakte Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	198
22.4.5 Numerische Lösungsberechnung mit MATHEMATICA.....	201
22.5 Partielle Differentialgleichungen.....	202

23 Transformationen.....	205
23.1 Einführung.....	205
23.2 Anwendung auf Differenzen- und Differentialgleichungen.....	205
23.3 z-Transformation.....	206
23.3.1 Problemstellung.....	206
23.3.2 z-Transformation mit MATHEMATICA.....	207
23.3.3 Lösung von Differenzgleichungen mit MATHEMATICA.....	208
23.4 Laplacetransformation.....	209
23.4.1 Problemstellung.....	209
23.4.2 Laplacetransformation mit MATHEMATICA.....	210
23.4.3 Lösung von Differentialgleichungen mit MATHEMATICA.....	211
23.5 Fouriertransformation.....	214
24 Optimierung.....	215
24.1 Einführung.....	215
24.2 Praktische Optimierung.....	215
24.3 Mathematische Optimierung.....	216
24.4 Optimierung mit MATHEMATICA.....	217
24.4.1 MATHEMATICA-Funktionen zur Optimierung.....	218
24.4.2 MATHEMATICA-Package Global Optimization	218
24.5 Minimum und Maximum.....	218
24.6 Extremwertprobleme.....	220
24.6.1 Problemstellung.....	220
24.6.2 Optimalitätsbedingungen für Probleme ohne Beschränkungen.....	221
24.6.3 Optimalitätsbedingungen für Probleme mit Beschränkungen.....	222
24.6.4 Berechnung mit MATHEMATICA.....	225
24.7 Lineare Optimierungsprobleme.....	228
24.7.1 Problemstellung.....	228
24.7.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	230
24.8 Nichtlineare Optimierungsprobleme.....	231
24.8.1 Problemstellung.....	231
24.8.2 Berechnung mit MATHEMATICA.....	232
25 Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	235
25.1 Einführung.....	235
25.2 Anwendung von MATHEMATICA.....	236
25.3 Wahrscheinlichkeit.....	236
25.4 Zufallsgrößen.....	237
25.5 Verteilungsfunktion.....	239
25.6 Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	241
25.6.1 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	241
25.6.2 Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen.....	243
25.6.3 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit MATHEMATICA.....	245
25.6.4 Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit MATHEMATICA.....	246
25.7 Parameter (Momente) von Zufallsgrößen.....	248
25.7.1 Erwartungswert (Mittelwert).....	248

25.7.2 Streuung (Varianz).....	249
25.7.3 Erwartungswert und Streuung mit MATHEMATICA.....	249
25.8 Zufallszahlen mit MATHEMATICA.....	249
25.8.1 Erzeugung von Zufallszahlen.....	250
25.8.2 Anwendung für stochastische Simulationen.....	251
26 Statistik.....	253
26.1 Einführung.....	253
26.2 Anwendung von MATHEMATICA.....	254
26.3 Grundgesamtheit und Stichprobe.....	254
26.4 Beschreibende Statistik.....	256
26.4.1 Urliste und Verteilungstafel.....	256
26.4.2 Grafische Darstellungen von Stichproben.....	258
26.4.3 Grafische Darstellungen eindimensionaler Stichproben mit MATHEMATICA.....	258
26.4.4 Statistische Maßzahlen.....	261
26.4.5 Statistische Maßzahlen für eindimensionale Stichproben.....	261
26.4.6 Statistische Maßzahlen für zweidimensionale Stichproben.....	262
26.4.7 Statistische Maßzahlen mit MATHEMATICA.....	262
26.5 Schließende (mathematische) Statistik.....	264
26.5.1 Schätztheorie.....	265
26.5.2 Schätztheorie mit MATHEMATICA.....	266
26.5.3 Testtheorie.....	268
26.5.4 Testtheorie mit MATHEMATICA.....	269
26.5.5 Korrelation und Regression.....	270
26.5.6 Korrelationsanalyse.....	270
26.5.7 Regressionsanalyse.....	271
26.5.8 Korrelation und Regression mit MATHEMATICA.....	272
Literaturverzeichnis.....	275
Sachwortverzeichnis.....	283