
BA KOMPAKT

Reihenherausgeber

Martin Kornmeier, Duale Hochschule Baden-Württemberg, Mannheim

Gründungsherausgeber

Martin Kornmeier, Duale Hochschule Baden-Württemberg, Mannheim

Willy Schneider, Duale Hochschule Baden-Württemberg, Mannheim

Die Bücher der Reihe BA KOMPAKT sind zugeschnitten auf das Bachelor-Studium im Studienbereich Wirtschaft an den Dualen Hochschulen und Berufsakademien. Sie erfüllen vollständig die im Curriculum zur Erlangung des Bachelor festgelegten Anforderungen (Lerninhalt, Lernmethoden, Konzeption und Ablauf der Veranstaltungen).

Die Reihe BA KOMPAKT zeichnet sich aus durch:

- Fokussierung auf die elementaren Lernziele
- Starker Praxisbezug durch konkrete Beispiele
- Einbindung von Fallstudien für Einzel- und Gruppenarbeit
- Unmittelbare Anwendbarkeit des vermittelten Wissens durch Tipps und Hintergrundinformationen
- Übersichtliche, anschauliche Darstellung durch zahlreiche Kästen, Abbildungen und Tabellen
- Kontrollfragen zur Prüfung des Lernerfolgs

Weitere Bände in dieser Reihe <http://www.springer.com/series/7570>

Thomas Holey • Armin Wiedemann

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

4. korrigierte und ergänzte Auflage

Thomas Holey
Mannheim, Deutschland

Armin Wiedemann
Duale Hochschule Baden-Württemberg
Mannheim, Deutschland

ISSN 1864-0354

BA KOMPAKT

ISBN 978-3-662-48142-4

ISBN 978-3-662-48143-1 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-48143-1

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007, 2009, 2013, 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften. Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Lektorat: Stefanie Brich/Margit Schlomski

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Berlin Heidelberg ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
(www.springer.com)

Für Jutta, Andrea, Kathrin und Hannes

Vorwort zur vierten Auflage

In der vierten Auflage wurden Fehler, die Abbildungen in Kapitel 6 betrafen, korrigiert.

Das Interesse an Übungsaufgaben ist nach wie vor groß. Dementsprechend haben wir weitere Übungsaufgaben hinzugenommen. Der Hinweis zur URL der Verlagsseite, auf der ausführliche Lösungen zu den Aufgaben zugänglich sind, findet sich nun direkt im Übungsteil der einzelnen Kapitel. Die Literaturangaben wurden weiterhin aktualisiert.

Waibstadt, Neustadt/Weinstr.
Juli 2015

*Thomas Holey
Armin Wiedemann*

Vorwort zur dritten Auflage

Mit der dritten Auflage sind wir dem Wunsch einiger Leser nachgekommen, ein Kapitel mit Lösungen zu den Übungsaufgaben aufzunehmen. In diesem Kapitel sind die Lösungen zu allen Übungsaufgaben angegeben, teilweise wird der Lösungsweg kurz skizziert. Ausführliche Lösungswege zu den Übungsaufgaben können weiterhin über die Webseite des Verlages zum Buch abgerufen werden. Die Literaturangaben wurden überarbeitet.

Waibstadt, Neustadt/Weinstr.
Oktober 2012

*Thomas Holey
Armin Wiedemann*

Vorwort zur zweiten Auflage

In der zweiten, korrigierten und überarbeiteten Auflage haben wir zahlreiche Anregungen von Dozenten und Studierenden aufgenommen, die das Buch für Vorlesungen und Übungen einsetzen. Wir sind dem Wunsch nachgekommen, weitere Übungsaufgaben zur Verfügung zu stellen. So sind nach jedem Kapitel einige grundlegende Übungsaufgaben hinzugekommen sowie weitere Aufgaben aus dem Bereich betriebswirtschaftlicher Anwendungen. Die Lösungen der Aufgaben sind wieder über den entsprechenden Link des Springer-Verlags abrufbar.

Unser Dank gilt allen, die uns Hinweise gegeben und Vorschläge für die zweite Auflage gemacht haben. Insbesondere bedanken wir uns bei Frau Dipl. Math. Eva Schmitt-Leiß und Herrn Prof. Dr. Klaus Gläser für hilfreiche Diskussionen.

Waibstadt, Neustadt/Weinstr.
August 2009

Thomas Holey
Armin Wiedemann

Vorwort zur ersten Auflage

Quantitative Methoden stellen eine wichtige Grundlage in nahe zu allen wirtschaftswissenschaftlichen Disziplinen dar. Dementsprechend finden sich mathematische Einführungsvorlesungen in den Rahmenstudienplänen dieser Studiengänge wieder.

Das vorliegende Buch *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler* in der Reihe BA-Kompakt orientiert sich sehr stark am Rahmenstudienplan für den Studienbereich Wirtschaft an Berufsakademien in Baden-Württemberg. In der Stoffauswahl haben wir uns bemüht, die wichtigsten Themen für Studierende der Betriebswirtschaftslehre und der Wirtschaftsinformatik aufzunehmen. Einen breiten Raum nimmt die Darstellung mathematischer Grundlagen ein, die häufig auch Gegenstand der gymnasialen Oberstufe sind: Funktionen einer Veränderlichen, Differential- und Integralrechnung. Dem Dozenten ist mit dem Buch die Möglichkeit gegeben, je nach Kenntnisstand der Studierenden

diese Grundlagen sehr zügig zu wiederholen und sich mehr auf die Anwendungen zu konzentrieren. Falls es sinnvoller und notwendiger erscheint, mehr Zeit für die Grundlagen zu verwenden, kann man sich bei der Behandlung von Funktionen mit mehreren Veränderlichen auf den Sonderfall zweier Variabler beschränken. Dann werden auch in der Linearen Algebra die Konzepte Determinate und Eigenwert einer Matrix nicht benötigt.

Auf diese Weise entsteht eine gewisse Flexibilität, ohne dass Themenbereiche des Rahmenstudienplans vollständig ausgelassen werden. Im ersten Kapitel werden einige Grundlagen aufgeführt, die zum 'Handwerkszeug' gehören sollten. Dem Studierenden ist mit einem kurzen Selbsttest die Möglichkeit gegeben, zu prüfen, inwieweit er diese Techniken beherrscht.

Wir bedanken uns bei Frau Prof. Dr. Irene Rößler und Herrn Prof. Dr. Frank Hubert für viele hilfreiche Diskussionen und Anregungen. Den Herausgebern, Herrn Prof. Dr. Martin Kornmeier und Herrn Prof. Dr. Willy Schneider danken wir für die Aufnahme des Buches in die Reihe BA-Kompakt. Unser Dank gilt beim Springer-Verlag Frau Katharina Wetzel-Vandai sowie Frau Gabriele Keidel, die uns bei redaktionellen Fragen stets hilfreich unterstützt haben.

Schließlich wollen wir noch darauf hinweisen, dass ein Foliensatz als Vorlesungsgrundlage und die Lösungen zu den Übungen zum Download beim Verlag unter der URL

<http://www.springer.com/978-3-7908-1973-1>

zur Verfügung stehen. Die Lösungen zum Test sind im Anhang zu finden.

Waibstadt, Neustadt/Weinstr.
Juni 2007

Thomas Holey
Armin Wiedemann

Inhaltsverzeichnis

1	Elementare Grundlagen	1
1.1	Elementares aus der Aussagenlogik	1
1.2	Mengenlehre	4
1.3	Arithmetische Grundoperationen	9
1.4	Gleichungen	13
1.5	Trigonometrie.....	18
1.6	Test	19
2	Funktionen	21
2.1	Definition und Darstellung von Funktionen	21
2.2	Einige elementare Funktionen	24
2.2.1	Lineare Funktion	24
2.2.2	Quadratische Funktion	26
2.2.3	Ganze rationale Funktionen oder Polynome	27
2.2.4	Potenzfunktion	27
2.2.5	Gebrochen rationale Funktionen.....	28
2.2.6	Hyperbelfunktion.....	29
2.2.7	Wurzelfunktion	30
2.2.8	Exponentialfunktion	31
2.2.9	Logarithmusfunktion.....	33
2.2.10	Trigonometrische Funktionen	34
2.2.11	Abschnittsweise definierte Funktionen.....	37
2.3	Die Umkehrfunktion	39
2.4	Verkettung von Funktionen	43
2.5	Eigenschaften von Funktionen	45
2.5.1	Beschränktheit	46
2.5.2	Monotonie.....	46
2.5.3	Symmetrie.....	47
2.5.4	Injektivität, Surjektivität und Bijektivität	49
2.6	Einige ökonomische Funktionen	51
2.6.1	Nachfragefunktion	51
2.6.2	Angebotsfunktion	53
2.6.3	Erlösfunktion	53
2.6.4	Produktionsfunktionen	53
2.6.5	Kostenfunktion	56
2.7	Grenzwerte von Funktionen	56
2.7.1	Der Grenzwertbegriff	56
2.7.2	Die Cauchy-Definition des Grenzwerts von Funktionen	59

2.7.3	Grenzwertbetrachtungen einiger elementarer Funktionen	61
2.7.4	Rechenregeln für Grenzwerte	63
2.7.5	Beispiele für Grenzwertbetrachtungen	63
2.8	Stetigkeit von Funktionen	69
2.9	Übungen	73
3	Differentialrechnung	79
3.1	Der Ableitungsbegriff	79
3.2	Ableitungen elementarer Funktionen	83
3.3	Ableitungsregeln	87
3.4	Differenzierbarkeit	92
3.5	Höhere Ableitungen, Extremwerte und Wendepunkte	95
3.6	Anwendungen der Differentialrechnung	98
3.6.1	Regel von de L'Hospital	99
3.6.2	Nullstellenbestimmung mit dem Newton-Verfahren	101
3.6.3	Kurvendiskussion	108
3.6.4	Grenzfunktionen	113
3.6.5	Elastizität von Funktionen	114
3.7	Übungen	116
4	Integralrechnung	121
4.1	Das unbestimmte Integral	121
4.1.1	Stammfunktionen von elementaren Funktionen	122
4.1.2	Linearität des unbestimmten Integrals	123
4.2	Das bestimmte Integral	124
4.2.1	Eigenschaften des bestimmten Integrals	127
4.2.2	Wert eines Integrals	130
4.2.3	Fläche zwischen zwei Kurven	132
4.2.4	Uneigentliche Integrale	134
4.2.5	Partielle Integration	136
4.2.6	Integration durch Substitution	137
4.3	Anwendung der Integrationsrechnung	138
4.3.1	Bestimmung der ökonomischen Funktion aus der Grenzfunktion	138
4.3.2	Konsumentenrente	139
4.3.3	Produzentenrente	140
4.4	Übungen	141
5	Lineare Algebra	145
5.1	Vektoren	145
5.1.1	Definition von Vektoren	145
5.1.2	Die Linearkombination von Vektoren	148
5.1.3	Skalarprodukt zweier Vektoren	150

5.2	Matrizen	151
5.2.1	Definition einer Matrix	151
5.2.2	Addition von Matrizen	155
5.2.3	Multiplikation mit einem Skalar	156
5.2.4	Matrizenmultiplikation	157
5.2.5	Rechenregeln des Matrizenproduktes	160
5.2.6	Inverse Matrix	163
5.3	Lineare Gleichungssysteme	164
5.3.1	Grundlegende Betrachtungen	164
5.3.2	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme	167
5.3.3	Standardisierte Form von linearen Gleichungssystemen	174
5.3.4	Matrixinvertierung	175
5.3.5	Betriebswirtschaftliche Anwendungen	180
5.3.6	Eigenwerte einer Matrix	183
5.4	Übungen	185
6	Funktionen mit mehreren Veränderlichen	191
6.1	Einführung und Darstellung	191
6.2	Differentialrechnung für Funktionen mit mehreren Veränderlichen	196
6.2.1	Partielle Ableitung	196
6.2.2	Das totale Differential	199
6.3	Extremwerte von Funktionen mit mehreren Variablen	202
6.3.1	Extremwerte ohne Randbedingungen	202
6.3.2	Extremwerte mit Nebenbedingungen	210
6.4	Übungen	216
7	Finanzmathematik	219
7.1	Zinsrechnung	219
7.1.1	Einfache Verzinsung	219
7.1.2	Zinseszinsen	222
7.1.3	Rentenrechnung	223
7.1.4	Unterjährige Verzinsung	225
7.2	Tilgungsrechnung	228
7.3	Übungen	235
Anhang		237
A.1	Lösungen zum Test	237
A.2	Lösungen der Übungsaufgaben	245
Literaturverzeichnis		269
Index		273