

Ingenieur-Mathematik
Zweiter Band

Ingenieur-Mathematik

Von

Dr. Robert Sauer

Professor an der Technischen Hochschule
München

Zweiter Band

Differentialgleichungen und Funktionentheorie

Mit 95 Abbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1961

ISBN 978-3-662-42597-8
DOI 10.1007/978-3-662-42596-1

ISBN 978-3-662-42596-1 (eBook)

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten
Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es auch nicht gestattet,
dieses Buch oder Teile daraus auf photomechanischem Wege
(Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen
© by Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1961
Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag OHG., Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1961

Meinem lieben Kollegen

Josef Lense

zu seinem 70. Geburtstag

in freundschaftlicher Verbundenheit gewidmet

Vorwort

Wie bereits im Vorwort zum ersten Band der „Ingenieur-Mathematik“ angekündigt war, befaßt sich der hier vorliegende zweite Band im wesentlichen mit Differentialgleichungen und Funktionentheorie sowie den Integralsätzen der Vektoranalysis. Er entspricht also im großen und ganzen dem Stoff, der in den mathematischen Kursvorlesungen der Technischen Hochschulen im dritten und vierten Semester für die Studierenden der Ingenieurwissenschaften und der Physik gebracht wird.

Der Abschnitt über Differentialgleichungen beschränkt sich fast ganz auf gewöhnliche Differentialgleichungen, und zwar vornehmlich auf lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten. Hierbei wird ausführlich auf lineare Schwingungsprobleme eingegangen und außerdem eine kurze Einführung in die Theorie der FOURIER-Reihen gebracht. Einfachste Beispiele liefern Ausblicke auf Probleme bei partiellen Differentialgleichungen (Wellengleichung und Potentialgleichung) sowie auf Rand- und Eigenwertaufgaben.

Der Abschnitt über Funktionentheorie bringt die einfachsten Grundbegriffe der allgemeinen Theorie und hierauf eine ausführliche Diskussion praktisch wichtiger konformer Abbildungen. Außerdem wird die Auswertung von Integralen auf dem Weg über das Komplexe an mehreren Beispielen vorgeführt.

In den Abschnitten über Vektoranalysis und über Funktionentheorie wird immer wieder versucht, die grundlegenden mathematischen Begriffe und Beziehungen in der Strömungslehre und Elektrostatik physikalisch zu veranschaulichen.

Die allgemeinen Leitgedanken, die für die Abfassung des ersten Bandes maßgebend waren und sich bewährt zu haben scheinen, blieben auch für den zweiten Band maßgebend. Es wurde auch hier versucht, ohne Einbuße an mathematischer Strenge der aufs Anschauliche gerichteten Denk- und Sprechweise der Ingenieure und Naturwissenschaftler Rechnung zu tragen. Wie im ersten Band sind viele Beweise in einen Anhang verlegt worden. Numerischen Methoden ist wiederum ein breiter Raum zugewiesen. Auf die Einbeziehung von Übungsaufgaben wurde aus denselben Gründen wie beim ersten Band verzichtet.

Allen meinen Mitarbeitern, insbesondere den Herren Privatdozent Dr. D. SUSCHOWK, Dr. H. J. STETTER, Dipl.-Phys. H. HUBER und Dipl.-Math. R. BULIRSCH, danke ich herzlichst für die unermüdliche und wertvolle Hilfe, die sie mir durch eine kritische Durchsicht des Manuskripts, durch die mühevollte Anfertigung der zahlreichen und vielfach komplizierten Figuren und schließlich durch die gewissenhafte Erledigung der Korrekturen und die Herstellung des Sachverzeichnisses in freundlichster Weise zuteil werden ließen. Desgleichen schulde ich meinem Kollegen Prof. Dr. J. LENSE für viele gute Ratschläge aufrichtigen Dank.

Besonderer Dank gebührt dem Verlag, der auch diesen zweiten Band in gewohnter vorzüglicher Ausstattung erscheinen läßt und auf alle meine Wünsche mit freundlichem Verständnis eingegangen ist.

München, 17. Oktober 1960

Robert Sauer

Inhaltsverzeichnis

III. Kapitel

Vektoranalysis	1
§ 35. Gradient, Divergenz und Rotation	1
§ 36. Übergang zu Zylinder- und Kugelkoordinaten	6
§ 37. Wirbelfreie und quellenfreie Vektorfelder	8

IV. Kapitel

Differentialgleichungen	12
§ 38. Geometrische Deutung der gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung und Existenzsatz	13
§ 39. Graphische und numerische Integrationsverfahren für die gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung	16
§ 40. Elementar integrierbare Klassen von gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung	23
§ 41. Kurvenscharen, singuläre Integrale	31
§ 42. Gewöhnliche Differentialgleichungen höherer Ordnung und Systeme von Differentialgleichungen	37
§ 43. Theorie der linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen n -ter Ordnung	44
§ 44. Lineare gewöhnliche Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	51
§ 45. Anwendung auf Schwingungsprobleme	58
§ 46. FOURIER-Reihen	64
§ 47. Rand- und Eigenwertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen	76
§ 48. Anfangswertprobleme bei partiellen Differentialgleichungen	82

V. Kapitel

Funktionentheorie	88
§ 49. Differentialquotient und Integral	88
§ 50. Konforme Abbildung	94
§ 51. Lineare Funktion	101
§ 52. Logarithmus, Exponentialfunktion und Potenzfunktion	111
§ 53. Kreis- und Hyperbelfunktionen	117
§ 54. Anwendungen in Aerodynamik und Elektrotechnik	121
§ 55. CAUCHYSche Integralformel	126
§ 56. Darstellung analytischer Funktionen durch Potenzreihen	129
§ 57. Singuläre Stellen	138
§ 58. Residuensatz, Auswertung uneigentlicher Integrale im Komplexen	143
§ 59. Ausblick auf weitere Begriffe und Sätze der Funktionentheorie	150
§ 60. Polygonabbildung nach SCHWARZ und CHRISTOFFEL	154
§ 61. Potentialgleichung	160
Anhang	167
Sachverzeichnis	177

Berichtigungen zu Bd. I

- S. 21, letzte Zeile: statt $\frac{\pi}{2} - x = \text{arc cot } y$ **lies** $\frac{\pi}{2} - x = \text{arc tan } y$.
- S. 26, Mitte: statt $= x - 1$ mit Rest 0. **lies** $= x + 2$ mit Rest 0.
- S. 52, Gl. (5.15): statt $= a_{11} a_{12} - a_{12}^2 = D$. **lies** $= a_{11} a_{22} - a_{12}^2 = D$.
- S. 52, Gl. (5.16): statt $= a_{12} \cos 2\varphi$ **lies** $= 2 a_{12} \cos 2\varphi$.
- S. 52, 18. Z. v. o.: statt Die neuen Koeffizienten a'_{11} und a'_{12} **lies** Die neuen Koeffizienten a'_{11} und a'_{22} .
- S. 55, 14. Z. v. o.: statt $= 2 a_{12} x' y' + a_{33}$ **lies** $= 2 a_{12} x' y' + a'_{33}$.
- S. 58, nach Satz (6.2): statt vgl. [8] **lies** vgl. [6].
- S. 70, 9. u. 8. Z. v. u.: statt zwischen $+\frac{\pi}{2}$ und $-\frac{\pi}{2}$ hin und her **lies** zwischen $+\frac{\pi}{4}$ und $-\frac{\pi}{4}$ hin und her.
- S. 85, Tabelle, letzte Zahl der Spalte y : statt 0,141 **lies** 0,841.
- S. 116, 2. Z. nach Gl. (12.29): statt $4ac \neq b^2$ **lies** $ac \neq b^2$.
- S. 117, Gl. (12.31): statt $\int \cot x =$ **lies** $\int \cot x dx =$
statt $\int \coth x =$ **lies** $\int \coth x dx =$.
- S. 127, 2. Z. v. u.: statt Satz (6.4) **lies** Satz (6.5).
- S. 138, 8. Z. v. o.: statt Reihe für $\ln x$ **lies** Reihe für $\ln(1+x)$.
- S. 144, letzte Zeile: statt $\frac{1}{2p^2-1}$ **lies** $\left(\frac{1}{2p^2-1}\right)^5$.
- S. 149, Gl. (17.10) 2. Z.: statt $|z_2 \pm z_2|$ **lies** $|z_1 \pm z_2|$.
- S. 151, 14. Z. v. o.: statt $z = -\frac{p}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{-}$ **lies** $z = -\frac{p}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-}$.
- S. 158, Gl. (18.9) 1. Z.: statt $ac - b^2 \neq 0$ **lies** $4ac - b^2 \neq 0$.
- S. 168, Gl. (19.20) 2. Z.: statt $= x \pm \varrho \frac{dx}{ds}$ **lies** $= y \pm \varrho \frac{dx}{ds}$.
- S. 169, 5. Z. v. o.: statt Krümmungsradius **lies** Krümmungskreis.
- S. 177, 3. Z. v. u.: statt $= \frac{1}{a} \sqrt{1+a^2} e$ **lies** $= \frac{1}{a} \sqrt{1+a^2} e^{a\varphi}$.
- S. 221, 1. Z. nach Gl. (25.24): statt auf beiden Ebenen **lies** auf den Normalen beider Ebenen.
- S. 225, 3. Z. v. o.: statt $+ 2 a'_{21} y' + a'_{44} = 0$. **lies** $+ 2 a'_{24} y' + a'_{44} = 0$.
- S. 232, 9. Z. v. u.: statt $f_{xy} = f_{yx} = -\frac{1}{y^2}$ **lies** $f_{xy} = f_{yx} = -\frac{1}{y^2}$.
- S. 232, 3. Z. v. u.: statt $f_{xy} = f_{xy}$ **lies** $f_{xy} = f_{yx}$.
- S. 237, 2. Z. nach den Gln. (28.10): statt $f_y f y$ **lies** $f_y dy$.

S. 257, 7. Z. v. u.: statt $x'^2 + y'^2 + z' = 1$ lies $x'^2 + y'^2 + z'^2 = 1$.

S. 264, Gl. (32.13): statt $\int_{u^2=0}^{u^2=b} e^{-u^2} d(u^2)$ lies $\int_{u^2=0}^{u^2=b^2} e^{-u^2} d(u^2)$

S. 264, 2. Z. v. u.: statt $0 \leq x \leq 0$ lies $0 \leq x \leq b$.

S. 271, Gl. (33.18): statt $\mathbf{r} = \dots$ lies $\dot{\mathbf{r}} = \dots$.

S. 272, 14. Z. v. o.: statt Gl. (27.11) lies Gl. (27.10).

S. 273, Gl. (33.25): statt $\int_{(\tilde{B})}$ lies $\iint_{(\tilde{B})}$.

S. 277, Gl. (34.17): Die Gleichung ist zu ersetzen durch:

$$J_z = \int_{(\tilde{B})} (x^2 + y^2) d\Omega = \int_{z=c_1}^{c_2} \int_{v=0}^{2\pi} r^2(z) r(z) dv ds = 2\pi \int_{z=c_1}^{c_2} r^3(z) \sqrt{1 + r'^2(z)} dz.$$

S. 277, Gl. (34.18): statt $u^2 u dv dz$ lies $u^2 u du dv dz$.