

Allgemeine Untersuchungen

über die

unendliche Reihe

$$1 + \frac{\alpha\beta}{1\cdot\gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1\cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)} x^2 + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{1\cdot 2 \cdot \dots \cdot 3 \cdot \gamma(\gamma+1)(\gamma+2)} x^3 + \text{u. s. w.}$$

von

Carl Friedrich Gauss.

Mit Einschluss der nachgelassenen Fortsetzung
aus dem Lateinischen übersetzt

von

Dr. Heinrich Simon.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1888

ISBN 978-3-662-38740-5
DOI 10.1007/978-3-662-39627-8

ISBN 978-3-662-39627-8 (eBook)

V o r w o r t.



Die stattlichen Gesamt-Ausgaben, die von den Werken fast aller grossen Mathematiker seit *Lagrange* veranstaltet worden sind, haben eine zwiefache Bedeutung. Sie sollen einerseits ein würdiges Denkmal jener erlauchten Geister sein, andererseits aber die Schöpfungen derselben der lernenden Nachwelt zugänglicher machen, als dies bei den Originalen der Fall ist, die teils in periodischen Schriften zerstreut, teils selten geworden sind. Nun ist nicht zu verkennen, dass der letztere Zweck nur in beschränktem Maasse erreicht werden kann. Denn Umfang und Ausstattung der Gesamt-Ausgaben bringen es mit sich, dass — im prosaischesten Sinne — die Mittel, durch die man zu diesen Quellen steigt, denen, die daselbst zu schöpfen begehren, nur selten zu Gebote stehen. Darum dürfen *Einzelausgaben*, wie die vorliegende, wohl eine freundliche Aufnahme seitens des mathematischen Publikums erhoffen. Was die gewählten *Gauss*schen Abhandlungen betrifft, so gelten auch von ihnen Herrn *Kummers* Worte¹⁾: „Unter allen seinen . . . grösseren und kleineren Werken ist keines, welches nicht in dem betreffenden Fache einen wesentlichen Fortschritt durch neue Methoden und neue Resultate begründete; sie sind Meisterwerke, welche denjenigen Charakter der Klassicität an sich tragen, welcher dafür bürgt, dass sie für alle Zeiten, nicht bloss als Monumente der geschichtlichen Entwicklung der Wissenschaft

¹⁾ Festrede, gehalten am 3. Aug. 1869 in der Aula der Friedr.-Wilh.-Universität. Berlin 1869 S. 8.

erhalten, sondern auch von den künftigen Generationen der Mathematiker aller Nationen, als Grundlage jedes tiefer eingehenden Studiums und als reiche Fundgrube fruchtbarer Ideen werden benutzt und mit Fleiss studirt werden.“ In der That haben die *Disquisitiones generales circa seriem infinitam* eine ganze Literatur nach sich gezogen, in welcher Namen wie *Kummer*, *Weierstrass* und *Riemann* glänzen.

Gauss selbst hat unter dem eben angeführten Titel nur den ersten Teil seiner Untersuchungen veröffentlicht¹⁾; in seinem Nachlass fand sich indessen eine Fortsetzung vor, die in die *Gauss'schen Werke* aufgenommen wurde²⁾. Wie der Herausgeber, Herr *Schering*, mittheilt³⁾, trägt die gesammte Abhandlung in der Handschrift den Titel „Disquisitiones generales circa functiones a serie infinita $1 + \frac{\alpha\beta}{1.\gamma} x + \text{etc. pendentes auctore Carolo Friderico Gauss societati regiae traditae Nov. 1811.$ “ Bei der Veröffentlichung des ersten Theils vermehrte *Gauss* die ursprünglich vorhandenen 27 Artikel auf 37, wobei die Zahl der numerirten Gleichungen von 65 auf 79 stieg. Herr *Schering* hat demgemäss die entsprechenden Nummern im zweiten Teil so geändert, dass sie sich an die des ersten anschliessen und diese Aenderung auch bei den vorkommenden Citaten berücksichtigt.

Die vorliegende Uebersetzung weicht von dem Text der *Werke* nur darin ab, dass der zweite Teil der Arbeit als solcher bezeichnet und noch die Ueberschrift „Vierter Abschnitt“ hinzugefügt wurde, entsprechend der Andeutung des Verfassers im Schlusssatz des Art. 3. Ausserdem ist eine Reihe von Druckfehlern, meist in den Rechnungen, berichtigt worden⁴⁾. Dem Wortlaute

¹⁾ Im 2. Bande der „*Commentationes societatis regiae scientiarum Gottingensis recentiores.*“ Gottingae 1813.

²⁾ *Carl Friedrich Gauss Werke.* Herausgegeben von der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Band III. 1866. 2. Aufl. 1876.

³⁾ *Gauss, Werke* III. 230.

⁴⁾ Eine genaue Nachweisung derselben s. in *Schlömilch's Ztschr. f. Math. u. Phys.* XXXII (1887) *Hist.-lit. Abt.* S. 99. — Mittheilungen von Druckfehlern, die sich in die vorliegende Ausgabe eingeschlichen haben sollten, wolle man freundlichst an die Verlagshandlung gelangen lassen.

nach schliesst sich die Uebersetzung dem Urbild möglichst treu an, selbst wo etwa ungebräuchlich gewordene Wendungen die Versuchung zu kleinen Abweichungen nahe legten. Es sollte dadurch auch der historische Reiz der Arbeit nach Möglichkeit gewahrt werden. Aus demselben Grunde ist in dem als Einleitung vorgedruckten *Gauss*schen Bericht über den Inhalt des ersten Theils die Orthographie des Verfassers unverändert beibehalten worden.

Die Anmerkungen des Uebersetzers sind überwiegend literarischen und historischen Inhalts; nur in wenigen Fällen erschien es angemessen, Zusätze zum Text zu geben. Da die Noten, vom Text getrennt, am Schluss des Heftes stehen, so wird hoffentlich auch solchen Lesern genügt sein, die das *Gauss*sche Werk ungestört durch fremde Zuthat geniessen wollen.

Berlin, im Oktober 1887.

H. S.

Inhalt.



	Seite
<i>Gauss'</i> Selbstanzeige des ersten Theils	1
Allgemeine Untersuchungen über die unendliche Reihe u. s. w.	8

Erster Teil.

Art. 1—6. Einleitung	9
„ 7—11. Erster Abschnitt. Beziehungen zwischen benachbarten Functionen	15
„ 12—14. Zweiter Abschnitt. Kettenbrüche	20
„ 15—37. Dritter Abschnitt. Von der Summe der Reihe, wenn man das vierte Element = 1 setzt, wobei zugleich einige andere transcendente Functionen abgehandelt werden	26

Zweiter Teil.

Art. 38—57. Vierter Abschnitt. Bestimmung unserer Reihe durch eine Differentialgleichung zweiter Ordnung	55
Anmerkungen des Uebersetzers	81

