

# Theorie und Berechnung vollwandiger Bogenträger

bei Berücksichtigung des Einflusses  
der Systemverformung

Von

Dr.-Ing. Bernhard Fritz

Mit 75 Textabbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH  
1934

ISBN 978-3-662-35802-3      ISBN 978-3-662-36632-5 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-36632-5

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1934 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg  
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1934.

## Vorwort.

Eine der wichtigsten Voraussetzungen für den Fortschritt auf dem Gebiete der Bautechnik, der in den letzten Jahrzehnten zu beachten war, ist die Entwicklung der Materialforschung und die Veredelung der Baustoffe. Die damit gegebene Möglichkeit, größere Materialbeanspruchungen zuzulassen, bringt naturgemäß auch eine Vergrößerung der Verformungen der Tragsysteme mit sich. Im Gegensatz zu der Mehrzahl der Bauwerke, bei welchen eine solche Vergrößerung der Verformung praktisch keine weiteren Folgen hat, kann sich diese bei den Bogenträgern unter Umständen sehr ungünstig auswirken. Eine ähnliche Beeinflussung ist auch bei den Hängebrücken festzustellen. Durch die Verwendung hochwertigen Kabelstahles wurden bei diesem Tragsystem die Voraussetzungen dazu schon etwas früher erfüllt und dementsprechend auch schon eher rechnerisch berücksichtigt.

Die in der vorliegenden Schrift entwickelte „Theorie und Berechnung der vollwandigen Bogenträger bei Berücksichtigung des Einflusses der elastischen Systemverformungen“ stellt einen Versuch dar, eine genügend genaue und allgemeine Methode für jene Fälle zu finden, in welchen die bisher gebräuchlichen Berechnungsweisen, welche die Systemverformungen nicht berücksichtigen, versagen oder zumindest zu ungenaue und zu günstige Ergebnisse liefern.

Es wird zunächst eine kurze Übersicht über die auf diesem Gebiet schon erschienene einschlägige Literatur gegeben, welche später durch eine kritische Besprechung und zahlenmäßig vergleichende Auswertung im einzelnen ergänzt wird. Der erste Teil bringt dann im wesentlichen eine für beliebige Belastungsfälle brauchbare, genauere Berechnungstheorie für alle Bogenarten, welche den Systemverformungen Rechnung trägt. Im zweiten Teil werden neue Wege und Maßnahmen vorgeschlagen, um die durch den Einfluß der Systemverformung oder auch sonstige Ursachen bedingten Zusatzspannungen zu vermindern. Dazu wird eine neuartige, auf anderen Voraussetzungen aufbauende Berechnungstheorie der Bogenträger vorgeschlagen. Der als Anhang beigefügte dritte Teil geht auf die praktischen Forderungen einer verfeinerten Berechnungsmethode ein und zeigt neue Möglichkeiten und Verbesserungen auf dem Gebiete der Bogenmontage und Ausrüstung.

Die Versuche an Bogenmodellen wurden in der „Versuchsanstalt für Holz, Stein und Eisen“ in Karlsruhe i. B. durchgeführt. Herrn Prof. Dr.-Ing. G a b e r, welcher mir dazu die Möglichkeit geboten hat, möchte ich an dieser Stelle sowohl dafür, als auch für die vielseitigen Anregungen, die ich in gemeinsamen Besprechungen mit ihm erhielt, meinen besten Dank aussprechen.

Ebenso möchte ich das entgegenkommende Interesse und die Sorgfalt der Verlagsbuchhandlung Julius Springer anerkennend erwähnen, welche sie auf die Herstellung des Buches verwendet hat.

Dortmund, im Juli 1934.

**Der Verfasser.**

# Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung und allgemeiner Überblick . . . . .	I
--	---

## Erster Teil.

### **Aufstellung einer Berechnungstheorie für vollwandige Bogenträger unter Berücksichtigung des Einflusses der elastischen Systemverformungen.**

I. Der Dreigelenkbogen . . . . .	5
1. Allgemeine Beziehungen zwischen Formänderungen und Verschiebungen am gekrümmten, vollwandigen Träger . . . . .	5
2. Die Gleichung der lotrechten Verschiebungsordinaten $\eta$ . . . . .	7
3. Die Bestimmung des Horizontalschubes $H$ aus der Arbeitsgleichung . . . . .	10
a) Die Arbeit der äußeren Kräfte . . . . .	10
b) Die Arbeit der inneren Kräfte . . . . .	10
$\alpha$ ) Die Arbeit der Momente . . . . .	10
$\beta$ ) Die Arbeit der Normalkräfte . . . . .	11
c) Die vollständige Arbeitsgleichung. . . . .	11
4. Anwendung und Zahlenbeispiele . . . . .	14
a) Zahlenbeispiel 1 . . . . .	14
b) Zahlenbeispiel 2 . . . . .	16
5. Die Berechnungsmethode von Engesser . . . . .	17
6. Die genauere Theorie der Bogenträger nach Melan . . . . .	22
7. Das Berechnungsverfahren mit schrittweiser Näherung . . . . .	26
8. Vergleichende Zusammenstellung und Besprechung der Zahlenergebnisse nach den verschiedenen Berechnungsmethoden . . . . .	27
II. Der Zweigelenkbogen . . . . .	28
1. Grundlegende Beziehungen . . . . .	28
2. Die Gleichung der lotrechten Verschiebungsordinaten $\eta$ . . . . .	29
3. Die Bestimmung des Horizontalschubes $H$ aus der Arbeitsgleichung . . . . .	31
a) Die Arbeit der äußeren Kräfte . . . . .	31
b) Die Arbeit der inneren Kräfte . . . . .	31
$\alpha$ ) Die Arbeit der Momente . . . . .	31
$\beta$ ) Die Arbeit der Normalkräfte . . . . .	32
c) Die vollständige Arbeitsgleichung. . . . .	32
4. Anwendung und Zahlenbeispiel . . . . .	34
5. Die genauere Theorie der Bogenträger mit Kämpfergelenken von Kasarnowsky . . . . .	36
a) Allgemeine Beziehungen. . . . .	36
b) Der Zweigelenkbogen mit unsymmetrischer, halbseitiger Verkehrsbelastung . . . . .	38
6. Vergleichende Zusammenstellung und Besprechung der Zahlenergebnisse nach den verschiedenen Berechnungsmethoden . . . . .	39
III. Der Eingelenkbogen . . . . .	41
1. Grundlegende Beziehungen . . . . .	41
2. Die Gleichung der lotrechten Verschiebungsordinaten $\eta$ . . . . .	42
3. Die Bestimmung des Horizontalschubes $H$ aus der Arbeitsgleichung . . . . .	45
a) Die Arbeit der äußeren Kräfte . . . . .	45

	Seite
b) Die Arbeit der inneren Kräfte . . . . .	45
$\alpha$ ) Die Arbeit der Momente . . . . .	46
$\beta$ ) Die Arbeit der Normalkräfte . . . . .	46
c) Die vollständige Arbeitsgleichung . . . . .	47
4. Anwendung und Zahlenbeispiel . . . . .	50
5. Vergleichende Zusammenstellung und Besprechung der Berechnungsergebnisse .	54
<b>IV. Der eingespannte gelenklose Bogen . . . . .</b>	<b>55</b>
1. Grundlegende Beziehungen . . . . .	55
2. Die Gleichung der lotrechten Verschiebungsordinaten $\eta$ . . . . .	55
3. Die Bestimmung des Horizontalschubes H aus der Arbeitsgleichung . . . . .	58
4. Anwendung und Zahlenbeispiel . . . . .	60
5. Vergleichende Zusammenstellung und Besprechung der Berechnungsergebnisse .	64
<b>V. Versuche an Bogenmodellen zur Ermittlung des Einflusses der Systemverformung . . . . .</b>	<b>65</b>
1. Zweck der Modellversuche . . . . .	65
2. Versuchsanordnung und Durchführung . . . . .	66
3. Kontrolle der Versuchsergebnisse auf theoretischem Wege . . . . .	70
a) Die Aufstellung der Berechnungsgleichungen für den Dreigelenkbogen . . . .	70
b) Die Aufstellung der Berechnungsgleichungen für den Zweigelenkbogen . . . .	72
c) Die Aufstellung der Berechnungsgleichungen für den Eingelenkbogen . . . .	73
d) Die Aufstellung der Berechnungsgleichung für den eingespannten, gelenklosen Bogen . . . . .	74
e) Zahlenbeispiel . . . . .	75
4. Zusammenstellung und Vergleich der Ergebnisse von Versuch und Theorie . . . .	76

Zweiter Teil.

**A. Die Einführung des überhöhten Dreigelenkbogens als Formgebungssystem der Bogenträger.**

1. Einleitende Betrachtungen . . . . .	78
2. Die Aufstellung einer Gleichung für die Überhöhungsordinaten $\eta_{\bar{u}}$ . . . . .	79
3. Zahlenbeispiel . . . . .	82
4. Schlußbetrachtung . . . . .	83

**B. Aufstellung der Theorie der Bogenträger mit elastisch verformbarer Bogenachse bei Einführung eines überhöhten Dreigelenkbogens als Formgebungssystem.**

<b>I. Der Dreigelenkbogen . . . . .</b>	<b>83</b>
1. Die Formgebung . . . . .	83
2. Die Gleichung der lotrechten Verschiebungsordinaten $\eta$ . . . . .	84
3. Die Bestimmung des Horizontalschubes H aus der Arbeitsgleichung . . . . .	86
a) Die Arbeit der äußeren Kräfte . . . . .	87
b) Die Arbeit der inneren Kräfte . . . . .	87
$\alpha$ ) Die Arbeit der Momente . . . . .	87
$\beta$ ) Die Arbeit der Normalkräfte . . . . .	87
4. Anwendung und Zahlenbeispiel . . . . .	91
<b>II. Der Zweigelenkbogen . . . . .</b>	<b>93</b>
1. Die Formgebung . . . . .	93
2. Die Gleichung der lotrechten Verschiebungsordinaten $\eta$ . . . . .	94
3. Die Bestimmung des Horizontalschubes H aus der Arbeitsgleichung . . . . .	96
a) Die Arbeit der äußeren Kräfte . . . . .	96
b) Die Arbeit der inneren Kräfte . . . . .	96
$\alpha$ ) Die Arbeit der Momente . . . . .	96
$\beta$ ) Die Arbeit der Normalkräfte . . . . .	97
4. Anwendung und Zahlenbeispiel . . . . .	100
<b>III. Der Eingelenkbogen . . . . .</b>	<b>102</b>
1. Die Formgebung . . . . .	102
2. Die Gleichung der lotrechten Verschiebungsordinaten $\eta$ . . . . .	104

	Seite
3. Die Bestimmung des Horizontalschubes $H$ aus der Arbeitsgleichung . . . . .	106
a) Die Arbeit der äußeren Kräfte . . . . .	107
b) Die Arbeit der inneren Kräfte . . . . .	107
4. Anwendung und Zahlenbeispiel . . . . .	111
IV. Der eingespannte, gelenklose Bogen . . . . .	115
1. Die Formgebung . . . . .	115
2. Die Gleichung der lotrechten Verschiebungsordinaten $\eta$ . . . . .	116
3. Die Bestimmung des Horizontalschubes $H$ aus der Arbeitsgleichung . . . . .	118
a) Die Arbeit der äußeren Kräfte . . . . .	119
b) Die Arbeit der inneren Kräfte . . . . .	119
4. Anwendung und Zahlenbeispiel . . . . .	122
 <b>C. Zusammenstellung der Ergebnisse und Schlußfolgerungen.</b> 	
I. Einleitende Betrachtungen . . . . .	126
II. Ergebnisse beim Dreigelenkbogen . . . . .	127
III. Ergebnisse beim Zweigelenkbogen . . . . .	130
IV. Ergebnisse beim Eingelenkbogen . . . . .	132
V. Ergebnisse beim eingespannten gelenklosen Bogen . . . . .	136
VI. Leitsätze für die Wahl eines zweckmäßigen Bogensystems . . . . .	139
 <b>A n h a n g.</b> 	
<b>Praktische Vorschläge für ein neues Formgebungs- und Ausrüstungsverfahren.</b> . . . . .	140
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	143