

Produktion und Logistik

Geschäftsführender Herausgeber

Horst Tempelmeier, Universität zu Köln

Herausgeber

Wolfgang Domschke, Technische Hochschule Darmstadt

Andreas Drexl, Universität Kiel

Bernhard Fleischmann, Universität Augsburg

Hans-Otto Günther, Technische Universität Berlin

Hartmut Stadler, Technische Hochschule Darmstadt



Produktion und Logistik

Production and Logistics

- M. Gietz
**Computergestützte Tourenplanung
mit zeitkritischen Restriktionen**
1994. XIV/267 Seiten
ISBN 3-7908-0808-3
- F. Salewski
**Hierarchische
Personaleinsatzplanung in
Wirtschaftsprüfungsgesellschaften**
1995. XII/205 Seiten
ISBN 3-7908-0832-6
- M. C. Derstroff
**Mehrstufige Losgrößenplanung mit
Kapazitätsbeschränkungen**
1995. XI/223 Seiten
ISBN 3-7908-0841-5
- U. Weingarten
**Ressourceneinsatzplanung bei
Werkstattproduktion**
1995. X/206 Seiten
ISBN 3-7908-0885-7
- R. Leisten
**Iterative Aggregation
und mehrstufige Entscheidungsmodelle**
1996. XXII/352 Seiten
ISBN 3-7908-0890-3

- E. Pesch
Learning in Automated Manufacturing
1994. XIV/258 pages
ISBN 3-7908-0792-3
- R. Kolisch
**Project Scheduling under Resource
Constraints**
1995. X/212 pages
ISBN 3-7908-0829-6
- A. Scholl
**Balancing and Sequencing of Assembly
Lines**
1995. XVI/306 pages
ISBN 3-7908-0881-4
- D. C. Mattfeld
Evolutionary Search and the Job Shop
1996. X/152 pages
ISBN 3-7908-0917-9
- A. Kimms
Multi-Level Lot Sizing and Scheduling
1997. XIV/355 pages
ISBN 3-7908-0967-5

Thomas Gau

Lösungsverfahren für das Standardproblem eindimensionalen Zuschneidens

Mit 8 Abbildungen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg GmbH

Dr. Thomas Gau
Adolfstr. 59
D-38102 Braunschweig

ISBN 978-3-7908-1007-3

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Gau, Thomas: Lösungsverfahren für das Standardproblem eindimensionalen Zuschneidens/Thomas Gau.

(Produktion und Logistik)

ISBN 978-3-7908-1007-3

ISBN 978-3-662-12398-0 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-12398-0

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1997

Ursprünglich erschienen bei Physica-Verlag Heidelberg 1997

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen.

Umschlaggestaltung: Erich Kirchner, Heidelberg

SPIN 10571671

88/2202-5 4 3 2 1 0 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

Vorwort

Industrielle Zuschneideprobleme stellen ein klassisches Anwendungsfeld des Operations Research dar. Das Standardproblem eindimensionalen Zuschneidens wurde bereits im Jahr 1939 von dem russischen Mathematiker KANTOROVICH in einem Vortrag formuliert, der heute als einer der Ursprünge des Fachs angesehen wird. Seither ist eine Vielzahl von Veröffentlichungen zum Thema „Zuschnittplanung“ erschienen, wobei gerade in den letzten Jahren die Anzahl der Publikationen erheblich zugenommen hat. Den größten Teil dieser Arbeiten machen Fallstudien aus, in denen es um Zuschneideprobleme geht, die durch sehr spezielle Gegebenheiten und Restriktionen charakterisiert sind. Theoretische oder grundlegende methodische Arbeiten finden sich dagegen kaum. Aus diesem Umstand zu folgern, daß die wesentlichen Probleme der Zuschnittplanung gelöst seien, wäre jedoch ein Fehlschluß.

Bereits in bezug auf den einfachsten Problemtyp, das Standardproblem eindimensionalen Zuschneidens, läßt sich ein gewisses Methodendefizit aufzeigen. Bei diesem Problem geht es darum, eine Menge identischer Objekte (Standardlängen) so in kleinere Objekte (Auftragslängen) zu zerlegen, daß eine gegebene Nachfrage nach Auftragslängen mit einer möglichst geringen Anzahl von Standardlängen befriedigt wird. Derartige Planungsprobleme treten etwa bei der Papierherstellung, der Stahlerzeugung oder der Fensterherstellung auf. Aufgrund relativ großer Bedarfe der einzelnen Auftragslängen lassen sich die geeigneten Zerlegungsvorschriften (Schnittmuster) in der Regel mehrfach anwenden. Es fehlt jedoch an zuverlässigen Lösungsmethoden, die ganzzahlige Werte für diese Anwendungshäufigkeiten liefern. Herkömmliche Optimierungsmethoden stellen lediglich reellwertige, nicht zwangsläufig auch ganzzahlige Lösungen bereit. Rundungsverfahren verfehlen üblicherweise das Optimum und führen zu erheblichen Übereinsätzen an wertvollem Material.

Hier setzt nun die vorliegende Arbeit an. Der Verfasser entwickelt einen heuristischen Lösungsansatz, der sich als horizontale Dekomposition des Gesamtproblems interpretieren läßt: Die nicht-ganzzahlige Lösung des in bezug auf die Ganzzahligkeitsrestriktionen für die Anwendungshäufigkeiten relaxierten Standardproblems wird abgerundet und das daraus resultierende, im Umfang gegenüber dem Ausgangsproblem erheblich reduzierte Residualproblem separat gelöst. Der Autor schlägt hierzu drei Verfahrensvarianten vor. Diese drei Varianten sowie eine Adaption des Verfahrens von STADTLER (1990) erweisen sich im Hinblick auf die Lösungsqualität als teilweise komplementär. Da die Rechenzeiten kaum ins Gewicht fallen, bietet es sich

an, bei realen Problemen sämtliche Verfahren gleichzeitig anzuwenden. Dem Verfasser gelingt es damit, von 12.000 untersuchten Testproblemen 11.959 optimal zu lösen. Bei den verbleibenden 41 Problemen sind die optimalen Zielwerte nicht bekannt, jedoch weicht bei keinem dieser Probleme der Zielwert um mehr als eine Einheit vom optimalen Zielwert ab.

Dieses beeindruckende Ergebnis erreicht der Verfasser u.a. durch eine konsequente Auswertung von in der Literatur zwar vorhandenen, bei der Entwicklung von Lösungsverfahren aber bisher nicht beachteten Erkenntnissen zur „Integrality Gap“, d.h. der Differenz zwischen dem Zielwert der optimalen Lösung des ganzzahligen Ausgangsproblems und dem Zielwert des zugehörigen kontinuierlich relaxierten Problems. Zwar ist die ursprünglich für das Standardproblem eindimensionalen Zuschneidens vermutete allgemeine Integer-Round-Up-Eigenschaft seit längerer Zeit widerlegt, die Ergebnisse der Testrechnungen zeigen jedoch, daß Probleme, auf die diese Eigenschaft nicht zutrifft, äußerst selten sind.

Überhaupt ist an der vorliegenden Arbeit bemerkenswert, wie bisher isoliert verfügbare Erkenntnisse aufgegriffen, in einen übergeordneten Zusammenhang eingeordnet und den Erfordernissen der Arbeit entsprechend ergänzt werden. Hierzu gehört etwa der Vergleich des traditionellen Complete-Cut-Ansatzes mit dem auf DYCKHOFF und RAO zurückgehenden One-Cut-Ansatz zur Abbildung von Zuschneideproblemen in linearen Optimierungsmodellen. Wohl zum ersten Mal ist hier überzeugend der Nachweis der Überlegenheit des One-Cut-Ansatzes unter Modellierungsaspekten geführt. Ebenso wird das schon klassische Verfahren zur Lösung des kontinuierlich relaxierten Standardproblems, das Spaltengenerierungsverfahren von GILMORE und GOMORY aus den Jahren 1961 und 1963, nicht nur einfach übernommen, sondern es werden dessen Bausteine herausgearbeitet und im Hinblick auf alternative, aus heutiger Sicht geeigneterer Methoden untersucht. Der Verfasser kann damit die - auch im internationalen Vergleich - aktuell beste Implementierung des Spaltengenerierungsverfahrens vorlegen.

Die vorliegende Arbeit stellt nicht nur eine Bereicherung in methodischer Hinsicht dar, sondern arbeitet auch grundsätzlich den Stand der Technik auf dem Gebiet der eindimensionalen Zuschnittplanung heraus. Ihr sei entsprechend sowohl unter Wissenschaftlern als auch unter Praktikern, die auf diesem Gebiet arbeiten, eine weite Verbreitung gewünscht.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Abteilung Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Operations Research und Statistik der Technischen Universität Braunschweig.

Mein Dank gilt zunächst Herrn Prof. Dr. Gerhard Wäscher, der den Anstoß gab für eine intensivere Auseinandersetzung mit der Thematik des eindimensionalen Zuschneidens und der die Entstehung dieser Arbeit kritisch begleitete. Meine besondere Anerkennung möchte ich ihm an dieser Stelle für seine nachhaltige Unterstützung und Förderung aussprechen, die es mir ermöglichten, vorläufige Ergebnisse der Arbeit auf nationalen wie internationalen Tagungen vortragen und vorstellen zu können. Des weiteren danke ich Herrn Prof. Dr. Stefan Voß für die Übernahme des Korreferats.

Meine Kolleginnen und Kollegen am Institut für Wirtschaftswissenschaften der Technischen Universität Braunschweig haben mit ihrer steten Diskussions- und Hilfsbereitschaft wesentliche Voraussetzungen für das Gelingen dieser Arbeit geschaffen. Vor allem möchte ich dabei die gute Zusammenarbeit mit Hildegard Foerster, Dr. Carsten Düerkop und Jürgen Merker als den Mitarbeitern unserer (früheren) Abteilung herausstellen. Für die organisatorische Hilfe und allgemeine Unterstützung gilt mein Dank Renate Bennhard als der Sekretärin unserer Abteilung sowie den studentischen Hilfskräften, namentlich Martina Gade für die sorgfältige Durchsicht des Manuskripts sowie Klaus Koch und Lars Hildebrand für die programmtechnische Unterstützung.

Das Anfertigen einer solchen Arbeit über einen Zeitraum von mehreren Jahren führt den Autor zwangsläufig über Höhen und Tiefen, vor allem in der Anfangsphase der Bearbeitung. Das während dieser Zeit erfahrene Verständnis und die Geduld der mir nahe stehenden Personen waren dabei sehr wichtig und hilfreich, nochmals Danke hierfür!

Ein abschließender, spezieller Dank gilt Kristina Oeding für die große Unterstützung, die sie mir und meiner Arbeit in den beiden letzten Jahren entgegengebracht hat; sie hat damit entscheidend zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen.

Braunschweig, im Januar 1997

Thomas Gau

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Gegenstand und Zielsetzung der Arbeit	2
1.2	Vorgehensweise und Aufbau	4
2	Das Standardproblem	7
2.1	Problemformulierung und Typologisierung	7
2.2	Eindimensionale Schnittmuster	10
2.2.1	Differenzierung hinsichtlich der Restlänge	10
2.2.2	Differenzierung hinsichtlich der Anzahl der Schnitte	12
2.2.3	Konvexe Dominanz	13
2.3	Modellierung als lineares Programm	15
2.3.1	Klassische Modellierung: Complete-Cut Ansatz	15
2.3.2	Alternative Modellierung 1: One-Cut Ansatz	16
2.3.3	Alternative Modellierung 2: Itemorientierter Ansatz	19
2.4	Verwandte Probleme	21
2.5	Problemkomplexität	24
2.6	Relaxierung der Ganzzahligkeitsbedingungen	25
2.7	Integer Round Up (IRU) Eigenschaft	27
2.7.1	Definition der IRU-Eigenschaft und der modifizierten IRU-Eigenschaft	28
2.7.2	Gegenbeispiele zur IRU-Eigenschaft	29
2.7.3	Gültigkeit der IRU- und der MIRU-Eigenschaft	31

3	Methodik der Analyse und Beurteilung von Lösungsverfahren	35
3.1	Definitorische Abgrenzung heuristischer und exakter Lösungsverfahren	35
3.2	Grundsätzliche Überlegungen zum methodischen Vorgehen	37
3.3	Beurteilungskriterien	38
3.3.1	Kriterien für heuristische Lösungsverfahren	38
3.3.2	Kriterien für exakte Lösungsverfahren	40
3.4	Auswahl und Generieren von Testproblemen	40
3.4.1	In der Literatur dokumentierte Testprobleme	40
3.4.2	Problemgenerator CUTGEN1	42
3.4.2.1	Problemdeskriptoren	42
3.4.2.2	Generieren von Zufallszahlen	43
3.4.2.3	Bestimmung der Nachfragelängen	45
3.4.2.4	Bestimmung der Bedarfe	45
3.4.2.5	Numerisches Beispiel	46
4	Ansätze zur Lösung des relaxierten Standardproblems	49
4.1	Explizit vollständige Lösungsansätze	50
4.1.1	Complete-Cut Ansatz	50
4.1.2	One-Cut Ansatz	52
4.1.2.1	Bestimmung der „one-cuts“	53
4.1.2.2	Reduktionsregeln	56
4.1.2.2.1	Längenregel	56
4.1.2.2.2	Auftragsregel	58
4.1.2.2.3	Schnittregel	61
4.1.3	Modellgrößenvergleich: One-Cut vs. Complete-Cut Ansatz	62
4.2	Das spaltenerzeugende Verfahren als ein implizit vollständiger Lösungsansatz	69
4.2.1	Grundidee des spaltenerzeugenden Verfahrens	69
4.2.1.1	Anwendung des revidierten Simplexalgorithmus	71

4.2.1.2	Die Bestimmung neuer Basisvariablen als Rucksackproblem	73
4.2.2	Numerisches Beispiel	75
4.2.3	Darstellung von Implementationsalternativen	80
4.2.3.1	Lösung der linearen Gleichungssysteme	81
4.2.3.2	Bestimmung einer Ausgangslösung (Initialisierung)	87
4.2.3.3	Lösung der Rucksackprobleme	96
4.2.4	Konvergenz des spaltenerzeugenden Verfahrens	104
4.2.4.1	Allgemeine Überlegungen zur Pivotauswahl	104
4.2.4.2	Median-Methode	106
4.2.4.3	Abbruchkriterien und Fehlerabschätzung	111
4.2.5	Vergleich und Analyse alternativer Implementationen	115
4.2.5.1	Art und Umfang der Testprobleme	116
4.2.5.2	Initialisierung und Lösung der Rucksackprobleme	117
4.2.5.3	Median-Methode	127
4.2.6	Referenzimplementation CGREP und deren Anwendung auf Literatur- und Benchmarkprobleme	130
4.3	Vergleich des spaltenerzeugenden Verfahrens mit explizit vollständigen Lösungsansätzen	134
5	Ansätze zur Lösung des ganzzahligen Standardproblems	139
5.1	Exakte Lösungsverfahren	139
5.2	FFD-Heuristik zur Bestimmung ganzzahliger Lösungen des Standardproblems	146
5.3	Motivation der Auswahl und Implementation weiterer heuristischer Verfahren	148
5.4	Dekompositionsheuristiken	150
5.4.1	Theoretische Analyse	151
5.4.2	Algorithmische Konkretisierung alternativer Dekompositionsheuristiken	160
5.4.2.1	Dekompositionsheuristik DEC-1	162

5.4.2.2	Dekompositionsheuristik DEC-2 und DEC-3	163
5.4.2.3	Dekompositionsheuristik von STADTLER (DEC-4) . . .	165
5.4.3	Vergleichende Analyse der Dekompositionsansätze	168
5.4.3.1	Datensätze DS1, DS2 und DS3	170
5.4.3.2	Benchmark-Probleme	173
5.4.3.3	Mit CUTGEN1 generierte Probleme	175
5.4.3.3.1	Allgemeine Analyse	176
5.4.3.3.2	Detaillierte Analyse	181
6	Zusammenfassung und Ausblick	187
	Anhang	191
	Anhang A: Fortran-Implementation des Problemgenerators CUTGEN1 . .	191
	Anhang B: Ergebnisse für das spaltenerzeugende Verfahren	197
	Literaturverzeichnis	205
	Abbildungsverzeichnis	217
	Tabellenverzeichnis	219
	Tafelverzeichnis	221
	Symbolverzeichnis	223

Abkürzungen

1D-CSP	One-Dimensional Cutting Stock Problem
1D-CSPI	One-Dimensional Cutting Stock Problem Instance
BCSP	Binary Cutting Stock Problem
BPP	Bin-Packing Problem
CGREP	Column Generation Reference Procedure
DEC-„n“	Dekompositionsheuristik „n“
DS	Datensatz
FFD	First-Fit-Decreasing
HMBPP	High Multiplicity Bin-Packing Problem
IRU	Integer Round Up
MIRU	Modified Integer Round Up
RPE	Repeated-Pattern-Exhaustion
URP	Unbeschränktes Rucksackproblem