



Tomas Gal (Hrsg.)

Grundlagen des Operations Research

2 Graphen und Netzwerke
Netzplantechnik, Transportprobleme
Ganzzahlige Optimierung

Mit Beiträgen von
R. E. Burkard, K. Neumann, D. Ohse

Zweite, unveränderte Auflage

Mit 238 Abbildungen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg GmbH

Professor Dr. Rainer E. Burkard, Institut für Mathematik,
Technische Universität Graz, Kopernikusgasse 24,
A-8010 Graz, Österreich

Professor Dr. Klaus Neumann, Universität Karlsruhe, Institut
für Wirtschaftstheorie und Operations Research, Kaiserstraße 12,
D-7500 Karlsruhe

Professor Dr. Dietrich Ohse, Fachbereich Wirtschafts-
wissenschaften, Johann Wolfgang Goethe-Universität,
Mertonstraße 17, D-6000 Frankfurt am Main 11

ISBN 978-3-540-50911-0

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Grundlagen des Operations-Research / Tomas Gal (Hrsg.).

NE: Gal, Tomas [Hrsg.]

2. Mit Beitr. von R. E. Burkard . . . – 2., unveränd. Aufl. – 1989

ISBN 978-3-540-50911-0 ISBN 978-3-662-11924-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-11924-2

NE: Burkard, Rainer E. [Mitverf.]

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der Fassung vom 24. Juni 1985 zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1989

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1989

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Vorwort

Operations Research (im weiteren abgekürzt OR) ist ein komplexes, interdisziplinäres Fachgebiet. Alle seine Spezialgebiete beschäftigen sich mit der Lösung von Entscheidungsproblemen in der Realität. Dabei werden je nach Problemstellung adäquate Modelle und Methoden angewendet, die zur Informationsgewinnung, Problemstrukturierung, exakten oder näherungsweise Berechnungen, bzw. besseren Transparenz der Realität beitragen. Diese Anwendungen bilden jedoch nicht das einzige Objekt des OR. Vielmehr wird im Rahmen des OR auch die relevante Theorie erforscht, deren Ergebnisse ihrerseits weitere Anwendungsmöglichkeiten eröffnen. Beide erwähnten Aspekte, d.h. die Beschreibung von Methoden und entsprechenden Grundlagen der Theorien sind in diesem Buch enthalten.

Das vorliegende Buch basiert auf dem Kurs für OR für Studenten der Wirtschaftswissenschaften an der Fernuniversität Hagen. Erfahrungen mit diesem Kurs haben den Autoren die Möglichkeit geboten, den Kurs für dieses Buch zu überarbeiten. Man kann es inhaltlich in 4 größere Gebiete einteilen:

- mathematische Optimierung
- Netzwerke
- stochastische Modelle und
- Spiel-, Modell- und Systemtheorie.

Zu den einzelnen Gebieten gehören:

Mathematische Optimierung:	Kap. 3 - Lineare Optimierung
	Kap. 4 - Nichtlineare Optimierung
	Kap. 5 - Mehrfache Zielsetzungen
	Kap. 8 - Transportprobleme
	Kap. 9 - Ganzzahlige Optimierung
	Kap. 11 - Dynamische Optimierung
Netzwerke:	Kap. 6 - Graphentheorie und Netzflußprobleme
	Kap. 7 - Netzplantechnik
Stochastische Modelle:	Kap. 12 - Lagerhaltung
	Kap. 13 - Warteschlangen
	Kap. 14 - Simulation

Spiel-, Modell- und Systemtheorie: Kap. 1 - Zum Wesen des OR
Kap. 2 - OR als modellgestützte Entscheidungsvorbereitung
Kap. 10 - Spieltheorie

Außer den genannten Kapiteln ist auch das Kapitel 15: "Unscharfe Entscheidungen" Bestandteil des Buches. Das Kapitel 15 beschäftigt sich mit einem der jüngsten Forschungsgebiete des OR, nämlich mit Entscheidungen bei unscharfen Aussagen.

In Vorbereitung ist Kapitel 16: "EDV-Einsatz für OR-Probleme", das mit einer Diskette versehen sein wird, um die Inhalte der einzelnen Kapitel 1 - 15 auch mit Hilfe der EDV zu üben.

Das Gebiet der *mathematischen Optimierung* beschäftigt sich mit der Bestimmung einer optimalen Lösung unter Nebenbedingungen. Es handelt sich hierbei um mathematische Entscheidungsmodelle, die einen Ausschnitt der Realität beschreiben. Je nachdem, ob die Beziehungen im Modell linear oder nichtlinear sind, wird das entsprechende Modell zu den *linearen* oder *nichtlinearen Optimierungsmodellen* gerechnet. Falls man nur an oder zumindest teilweise an ganzzahligen Ergebnissen interessiert ist, so spricht man von *ganzzahliger Optimierung*. Es gibt eine Klasse von Modellen, die verschiedene Fälle von Zuordnungen beschreiben; das klassische Modell ist das sog. *Transportmodell*. Mathematische Optimierungsmodelle, die sich mit optimalen Entscheidungen bei mehreren Zielsetzungen befassen, gehören zum Gebiet der *mehrfachen Zielsetzung*. Modelle, die stufenweise Prozesse beschreiben, konstituieren die Klasse der *dynamischen Optimierungsmodelle*.

Das Gebiet der Netzwerke behandelt Modelle, die auf den Grundlagen der *Graphentheorie* aufgebaut sind. Dazu gehören hauptsächlich zwei Gebiete, nämlich die *Netzflußprobleme* und die *Netzplantechnik*.

Die Bestimmung von Losgrößen, Bestellterminen, Sicherheitsbeständen in Lagern, die Ermittlung der Anzahl von Bedienungskanälen, der Schlängellänge sind einige ausgewählte Begriffe der *Lagerhaltungs- und Warteschlangenmodelle*, die beide mit stochastischen Größen arbeiten. Auch die *Simulation*, die mit Hilfe von Computern reale Prozesse simuliert, gehört zu Modellen, die mit Zufallsvariablen zu tun haben.

Die *Spieltheorie* bildet eine selbständige Einheit. Sie modelliert reale Situationen, die vergleichbar mit konkurrierenden Spielsituationen sind, analysiert sie und macht Entscheidungsvorschläge.

Fragen der Art "wieviel" mit der Antwort "etwa" bilden den Hintergrund von *unscharfen Entscheidungen*. Dieses junge Forschungsgebiet versucht mathematische Optimierungsmodelle auch dann zu lösen, wenn ein Teil oder alle relevanten Angaben weder genau, noch statistisch belegbar sind.

Wie bereits erwähnt, ist OR eine komplexe wissenschaftliche Disziplin, die aus einer Reihe Spezialgebieten besteht. Um dem Leser womöglich das Beste zu liefern, ist jedes Spezialgebiet von einzelnen herausragenden, auch international anerkannten Fachleuten auf diesem Gebiet geschrieben. Jeder Autor hat kompetent eine Auswahl der wichtigsten Grundlagen seines Spezialfaches ausgewählt und in seinem Kapitel beschrieben. Verständlicherweise ist dadurch der Stil der einzelnen Kapitel nicht ganz einheitlich.

Symbole und Terminologie sind jedoch durchgehend einheitlich gehalten. Zu jedem Kapitel ist sicherheitshalber ein *Symbolverzeichnis* hinzugefügt, denn außer den gemeinsamen Symbolen (wie z. B. x_j für Variable) gibt es in den einzelnen Kapiteln auch spezifische Bezeichnungen.

In jedem Kapitel sind illustrative Beispiele aufgeführt, die eine reale ökonomische Situation stark vereinfacht als Hintergrund haben. Es ist nämlich praktisch unmöglich, auf den relativ wenigen zur Verfügung stehenden Seiten auch noch echte reale Beispiele mit hunderten oder tausenden von Variablen und/oder ebensovielen oder mehreren Nebenbedingungen oder Restriktionen zu bringen. Es ist beabsichtigt, mit der Zeit eine spezielle Publikation zu schreiben, in der computergestützte Lösungen von Fallstudien zu den einzelnen, in diesem Buch vorgestellten Bereichen beschrieben werden.

Jedes Kapitel beinhaltet auch Aufgaben für den Leser. Diese Aufgaben sollen dem Leser zum besseren und tieferen Verständnis der diskutierten Materie verhelfen und ihm auch die Möglichkeit einer Selbstkontrolle des Verständnisses liefern. Die Lösungen dieser Aufgaben sind am Ende des jeweiligen Teiles dieses Buches zusammengefaßt. Dabei spielt die Numerierung nicht nur der Aufgaben eine wesentliche Rolle: Die Abschnitte der Kapitel, die Beispiele, die Formeln, Abbildungen und Aufgaben sind so numeriert, daß als erste Zahl die des Kapitels ist, die zweite Zahl die des Abschnittes im Kapitel und die dritte Zahl die laufende Numerierung darstellt. So z. B. bedeutet "Beispiel 7.2.5" das fünfte Beispiel des zweiten Abschnittes im Kapitel 7.

Am Ende jedes einzelnen Kapitels ist ein Literaturverzeichnis zu finden, wobei die Hinweise auf die einzelnen Literaturstellen im Text mit dem Namen des Autors und dem Jahr der Erscheinung in Klammern gekennzeichnet ist. So z. B. HORST (1984) bedeutet den Hinweis auf die Arbeit HORST, R.: On the Interpretation of optimal Dual Solutions in Convex Programming. Jour. Oper. Res. Society 35, 327 - 335, 1984.

(Beispiel dem Kapitel 4 entnommen). Bei der Suche des zitierten Artikels hilft Ihnen jeder Bibliothekar aufgrund der Kürzel im Hinweis die richtige Zeitschrift zu finden. Hierbei bedeutet 35 den Jahrgang der Zeitschrift, 327 - 335 die Seitenzahlen, 1984 Jahr des Erscheinens.

Manche Autoren allerdings numerieren das Literaturverzeichnis durch und verweisen dann mit dem Namen des Autors auf die entsprechende laufende Nummer in eckigen Klammern (z. B. DOMSCHKE [6]; Beispiel aus Kapitel 6)

Diese Literatur soll dem speziell interessierten Leser die Möglichkeit geben, sein Wissen zu vertiefen.

Am Ende jedes Teiles dieses Buches ist ein Stichwortverzeichnis zu finden, das nach den jeweiligen Hauptwörtern organisiert ist. So z. B. zum Hauptwort Optimierung gibt es mehrere Hinweise:

Optimierung	15
- lineare	
- nichtlineare	
- bei mehrfacher Zielsetzung	
- usw.	

Um dieses Buch richtig zu verstehen, muß der Leser gewisse Grundkenntnisse der Mathematik haben¹⁾, auch wenn viele von den Grundbegriffen in den einzelnen Kapiteln kurz erklärt werden.

1 Denjenigen Lesern, die die notwendigen Grundlagen der Mathematik wiederholen möchten, können wir das Buch GAL et al.: Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Teil I und II, Springer 1984, mit der dazugehörigen Aufgabensammlung, GAL, T., GAL, J.: Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler - Aufgabensammlung, Springer 1986, empfehlen.

Um das umfangreiche Buch handlicher zu machen, haben wir es in drei Teile gegliedert:

Im ersten Teil haben wir allgemeine Begriffsbildungen in den Kapiteln

1: Zum Wesen des OR,

2: Operations Research als modellgestützte Entscheidungsvorbereitung
und Grundlagen der mathematischen Optimierung in den Kapiteln

3: Lineare Optimierung,

4: Nichtlineare Optimierung,

5: Optimierung bei mehrfacher Zielsetzung

zusammengefaßt.

Im Teil II sind graphentheoretische Aspekte und die Netzplantechnik in den Kapiteln

6: Graphentheorie,

7: Netzplantechnik

und spezielle Optimierungsprobleme in den Kapiteln

8: Transportprobleme,

9: Ganzzahlige Optimierung.

Schließlich im Teil III sind einige Spezialgebiete behandelt in den Kapiteln

10: Spieltheorie,

11: Dynamische Optimierung,

12: Lagerhaltung,

13: Warteschlangentheorie,

14: Stochastik/Simulation

und

15: Die Formulierung und Lösung schlecht-strukturierter Entscheidungsprobleme.

Jedes Kapitel ist ziemlich selbsttragend. Das hat für den Leser den Vorteil, daß er das Buch auch als "OR-Nachschlagewerk" benutzen kann, indem man zur Beantwortung von Fragen, die in verschiedenen Zusammenhängen auftauchen, einfach das entsprechende Kapitel findet und dort nachliest.

Alle Autoren und der Herausgeber dieses Buches wünschen den Lesern recht viel Spaß beim Lesen und hoffen, daß sie im Buch viel Interessantes finden, daß sie dabei auf keine besonderen Schwierigkeiten stoßen, und daß sie darüber hinaus auch viele Anregungen für die Praxis mitnehmen.

Der Herausgeber dankt auch auf diesem öffentlichen Weg allen Mitautoren für die hervorragende Zusammenarbeit bei der Erstellung des Manuskriptes. Dem Verlag Springer, insbesondere Herrn Dr. W. Müller, gilt der Dank des Herausgebers für die Hilfe bei der Vorbereitung des Manuskriptes für die Veröffentlichung. Schließlich gilt der Dank des Herausgebers Frau I. Krause und Herrn A. Feldhaus, ohne deren Hilfe bei der Organisation der Erstellung des Manuskriptes dieses Buch nicht zustande gekommen wäre.

Hagen, im Mai 1986

Tomas Gal
Herausgeber

Vorwort zur zweiten Auflage

Die Autoren und der Herausgeber dieses 3-teiligen Werkes haben bereits seit längerer Zeit den Springer-Verlag gebeten, so bald als möglich eine zweite unveränderte Auflage auf den Markt zu bringen, die in broschierter Form für einen auch für Studenten leichter aufzubringenden Preis zu erwerben wäre. Diese zweite, im Inhalt unveränderte Auflage liegt nun dem Leser vor. Es ist eine erfreuliche Tatsache, daß sich dieses Werk bereits in seiner ersten Auflage als Standardwerk für die Grundlagen des Operations Research etabliert hat.

Hagen, im Januar 1989

Tomas Gal
Herausgeber

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Klaus Neumann:	
6 Graphen und Netzwerke	1
6.1 Grundbegriffe der Graphentheorie	7
6.2 Graphen und Computer	34
6.3 Minimalgerüste und kürzeste Wege	52
6.4 Flüsse in Netzwerken	82
Literaturverzeichnis	163
Klaus Neumann:	
7 Netzplantechnik	165
7.1 Projekte und Netzpläne	169
7.2 CPM	174
7.3 PERT	192
7.4 MPM	212
7.5 Kosten- und Kapazitätsplanung	231
Literaturverzeichnis	260
Dietrich Ohse:	
8 Transportprobleme	261
8.1 Einführung zu Transportproblemen	265
8.2 Primale Verfahren für das Transportproblem	279
8.3 Primal-Duale Verfahren für Transport-, Umlade- und Zuordnungsprobleme	314
8.4 Die Ungarische Methode: Ein duales Verfahren zur Lösung des Zuordnungsproblems	347
Literaturverzeichnis	359

Rainer E. Burkard:

9	Ganzzahlige Optimierung	361
9.1	Einführung in die ganzzahlige Optimierung	364
9.2	Branch und Bound Verfahren	382
9.3	Schnittebenenverfahren	403
9.4	Das Rucksackproblem	426
9.5	Einige spezielle Probleme der kombinatorischen Optimierung	429
9.6	Der Einsatz von elektronischen Rechenanlagen zur Lösung diskreter Optimierungsprobleme	442
	Literaturverzeichnis	444
	Lösungen zu den Aufgaben	445
	Sachwortverzeichnis	503