

Springer-Lehrbuch



Klaus Jänich

Topologie

Dritte Auflage

Mit 181 Abbildungen

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Prof. Dr. Klaus Jänich
Naturwissenschaftliche Fakultät I – Mathematik
Universitätsstraße 31, 8400 Regensburg

Illustrationen vom Verfasser
Schreibarbeiten Karola Riepl

Die zweite Auflage erschien 1987
in der Reihe *Hochschultext*

Mathematics Subject Classification (1979): 54-01, 54B10, 54B15, 54C35,
54C40, 54D18, 54E50, 54E60, 55Q05, 57M10, 04-01, 04A25, 04A30

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Jänich, Klaus: Topologie / Klaus Jänich. [Ill. vom Verf.]. – 3. Aufl. – Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo; Hong Kong; Barcelona: Springer 1990 (Springer-Lehrbuch)

ISBN 978-3-540-52913-2 ISBN 978-3-662-10578-8 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-10578-8

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1980, 1987, 1990

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1990.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

2144/3140-543210 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

Vorwort zur dritten Auflage

Ich freue mich, mein Buch nach zwei Auflagen als Hochschultext nun in der Springer-Lehrbuch-Reihe zu sehen. Es sei auch weiterhin allen Lesern empfohlen, die sich für eine kurze Informationsreise durch die Topologie meiner wort- und bilderreichen Führung anvertrauen mögen.

Regensburg, im August 1990

Klaus Jänich

Vorwort zur zweiten Auflage

Das Buch ist jetzt, was die Verbesserung von Versehen angeht, ebenso gut wie die englische Ausgabe von 1984, ja sogar noch ein bißchen besser. Ich danke allen, die mir durch freundliche Hinweise dabei geholfen haben.

Regensburg, im März 1987

Klaus Jänich

Vorwort zur ersten Auflage

Das Buch behandelt ungefähr den Teil der Mengentheoretischen Topologie, den ein Student, der sich nicht gerade auf dieses Gebiet spezialisieren will, denn doch beherrschen sollte. Das wäre ja nun nicht gar viel und würde, lakonisch mitgeteilt, nur ein schmales Heft füllen. Auf Lakonismus ist es aber hier nicht abgesehen, sondern auf eine lebendige Vorstellung der Ideen, auf Anschauung im direkten und im höheren Sinne.

Ich denke, daß das Buch sowohl für jüngere als auch für fortgeschrittenere Leser brauchbar sein kann, wenn auch unter jeweils verschiedenen Aspekten. Eigentlich geschrieben ist es aber für mittlere Semester, für Studenten, die ihre Zwischenexamina hinter sich haben und nun beginnen, etwas freier umherzuschauen.

Herrn B. Sagraloff schulde ich Dank für einen freundlichen Hinweis zum funktionalanalytischen Teil; und ich danke Th. Bröcker dafür, daß er sein Letztes Kapitel Mengenlehre in mein Buch gestiftet hat.

Regensburg, im April 1980

Klaus Jänich

Inhaltsverzeichnis

EINLEITUNG

§1 Vom Wesen der Mengentheoretischen Topologie	1
§2 Alter und Herkunft	2

KAPITEL I: DIE GRUNDBEGRIFFE

§1 Der Begriff des topologischen Raumes	6
§2 Metrische Räume	9
§3 Unterräume, Summen und Produkte	11
§4 Basen und Subbasen	13
§5 Stetige Abbildungen	14
§6 Zusammenhang	16
§7 Das Hausdorffsche Trennungssaxiom	19
§8 Kompaktheit	21

KAPITEL II: TOPOLOGISCHE VEKTORRÄUME

§1 Der Begriff des topologischen Vektorraumes	28
§2 Endlichdimensionale Vektorräume	29
§3 Hilberträume	30
§4 Banachräume	31
§5 Fréchet-Räume	31
§6 Lokalkonvexe topologische Vektorräume	33
§7 Ein paar Beispiele	34

KAPITEL III: DIE QUOTIENTENTOPOLOGIE

§1 Der Begriff des Quotientenraumes	36
§2 Quotienten und Abbildungen	37
§3 Eigenschaften von Quotientenräumen	38
§4 Beispiele: Homogene Räume	40
§5 Beispiele: Orbiträume	43
§6 Beispiele: Zusammenschlagen eines Teilraumes zu einem Punkt ..	46
§7 Beispiele: Zusammenkleben von topologischen Räumen	50

KAPITEL IV: VERVOLLSTÄNDIGUNG METRISCHER RÄUME

§1 Die Vervollständigung eines metrischen Raumes	58
§2 Vervollständigung von Abbildungen	62
§3 Vervollständigung normierter Räume	64

KAPITEL V: HOMOTOPIE

§1 Homotope Abbildungen	68
§2 Homotopieäquivalenz	70
§3 Beispiele	72
§4 Kategorien	76
§5 Funktoren	80
§6 Was ist Algebraische Topologie?	81
§7 Wozu Homotopie?	86

KAPITEL VI: DIE BEIDEN ABZÄHLBARKEITSAXIOME

§1 Erstes und Zweites Abzählbarkeitsaxiom	90
§2 Unendliche Produkte	92
§3 Die Rolle der Abzählbarkeitsaxiome	94

KAPITEL VII: CW-KOMPLEXE

§1 Simpliziale Komplexe	100
§2 Zellenzerlegungen	107
§3 Der Begriff des CW-Komplexes	109
§4 Unterkomplexe	112
§5 Das Anheften von Zellen	113
§6 Die größere Flexibilität der CW-Komplexe	115
§7 Ja, aber ...?	117

KAPITEL VIII: KONSTRUKTION VON STETIGEN FUNKTIONEN AUF TOPOLOGISCHEN RÄUMEN

§1 Das Urysohnsche Lemma	121
§2 Der Beweis des Urysohnschen Lemmas	126
§3 Das Tietzesche Erweiterungslemma	129
§4 Zerlegungen der Eins und Schnitte in Vektorraumbündeln	132
§5 Parakompaktheit	140

KAPITEL IX: ÜBERLAGERUNGEN

§1 Topologische Räume über X	144
§2 Der Begriff der Überlagerung	147
§3 Das Hochheben von Wegen	150
§4 Einleitung zur Klassifikation der Überlagerungen	155
§5 Fundamentalgruppe und Hochhebeverhalten	159
§6 Die Klassifikation der Überlagerungen	162
§7 Deckbewegungsgruppe und universelle Überlagerung	168
§8 Von der Rolle der Überlagerungen in der Mathematik	176

KAPITEL X: DER SATZ VON TYCHONOFF

§1 Ein unplausibler Satz?	180
§2 Vom Nutzen des Satzes von Tychonoff	183
§3 Der Beweis	188

LETZTES KAPITEL: MENGENLEHRE (von Th. Bröcker)	192
--	-----

LITERATURVERZEICHNIS	198
----------------------------	-----

SYMBOLVERZEICHNIS	200
-------------------------	-----

REGISTER	204
----------------	-----