
Springer-Lehrbuch



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Florian Scheck

Theoretische Physik 3

Klassische Feldtheorie

Von der Elektrodynamik
zu den Eichtheorien

Mit 39 Abbildungen und 3 Tabellen



Springer

Professor Dr. Florian Scheck

Fachbereich Physik, Institut für Physik
Johannes Gutenberg-Universität, Staudingerweg 7
55099 Mainz
e-mail: scheck@thep.physik.uni-mainz.de

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-540-42276-1 **ISBN 978-3-662-10434-7 (eBook)**

DOI 10.1007/978-3-662-10434-7

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

springer.de

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2004

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 2004.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von Jedermann benutzt werden dürften.

Herstellung, Datenkonvertierung, Umbruch in L^AT_EX 2_ε: LE-T_EX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig
Einbandgestaltung: *design & production* GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier SPIN: 10979662 56/3141/YL - 5 4 3 2 1

Vorwort

zur Theoretischen Physik

Mit diesem mehrbändigen Werk lege ich ein Lehrbuch der Theoretischen Physik vor, das dem an vielen deutschsprachigen Universitäten eingeführten Aufbau der Vorlesungen folgt: die Mechanik und die nicht-relativistische Quantenmechanik, die in Geist, Zielsetzung und Methodik nahe verwandt sind, stehen nebeneinander und stellen die Grundlagen für das Hauptstudium bereit, die eine für die klassischen Gebiete, die andere für Wahlfach- und Spezialvorlesungen. Die klassische Elektrodynamik und Feldtheorie und die relativistische Quantenmechanik leiten zu Systemen mit unendlich vielen Freiheitsgraden über und legen das Fundament für die Theorie der Vielteilchensysteme, die Quantenfeldtheorie und die Eichtheorien. Dazwischen steht die Theorie der Wärme und die wegen ihrer Allgemeinheit in einem gewissen Sinn alles übergreifende Statistische Mechanik.

Als Studentin, als Student lernt man in einem Zeitraum von drei Jahren fünf große und wunderschöne Gebiete, deren Entwicklung im modernen Sinne vor bald 400 Jahren begann und deren vielleicht dichteste Periode die Zeit von etwas mehr als einem Jahrhundert von 1830, dem Beginn der Elektrodynamik, bis ca. 1950, der vorläufigen Vollendung der Quantenfeldtheorie, umfasst. Man sei nicht enttäuscht, wenn der Fortgang in den sich anschließenden Gebieten der modernen Forschung sehr viel langsamer ist, diese oft auch sehr technisch geworden sind, und genieße den ersten Rundgang durch ein großartiges Gebäude menschlichen Wissens, das für fast alle Bereiche der Naturwissenschaften grundlegend ist.

Die Lehrbuchliteratur in Theoretischer Physik hinkt in der Regel der aktuellen Fachliteratur und der Entwicklung der Mathematik um einiges nach. Abgesehen vom historischen Interesse gibt es keinen stichhaltigen Grund, den Umwegen in der ursprünglichen Entwicklung einer Theorie zu folgen, wenn es aus heutigem Verständnis direkte Zugänge gibt. Es sollte doch vielmehr so sein, dass die großen Entdeckungen in der Physik der zweiten Hälfte des zwanzigsten Jahrhunderts sich auch in der Darstellung der Grundlagen widerspiegeln und dazu führen, dass wir die Akzente anders setzen und die Landmarken anders definieren als beispielsweise die Generation meiner akademischen Lehrer um 1960. Auch sollten neue und wichtige mathematische Methoden und Erkenntnisse mindestens dort eingesetzt und verwendet werden, wo sie dazu beitragen, tiefere Zusammenhänge klarer hervortreten zu lassen und gemeinsame Züge scheinbar verschiedener Theorien erkennbar zu machen. Ich verwende in diesem Lehrbuch in einem ausgewogenen Maß moderne mathematische Techniken und traditionelle, physikalisch-

intuitive Methoden, die ersteren vor allem dort, wo sie die Theorie präzise fassen, sie effizienter formulierbar und letzten Endes einfacher und transparenter machen – ohne wie ich hoffe in die trockene Axiomatisierung und Algebraisierung zu verfallen, die manche neueren Monographien der Mathematik so schwer leserlich machen; außerdem möchte ich dem Leser, der Leserin helfen, die Brücke zur aktuellen physikalischen Fachliteratur und zur Mathematischen Physik zu schlagen. Die traditionellen, manchmal etwas vage formulierten physikalischen Zugänge andererseits sind für das veranschaulichende Verständnis der Phänomene unverzichtbar, außerdem spiegeln sie noch immer etwas von der Ideen- und Vorstellungswelt der großen Pioniere unserer Wissenschaft wider und tragen auch auf diese Weise zum Verständnis der Entwicklung der Physik und deren innerer Logik bei. Diese Bemerkung wird spätestens dann klar werden, wenn man zum ersten Mal vor einer Gleichung verharrt, die mit raffinierten Argumenten und eleganter Mathematik aufgestellt ist, die aber nicht zu einem *spricht* und verrät, wie sie zu interpretieren sei. Dieser Aspekt der *Interpretation* – und das sei auch den Mathematikern und Mathematikerinnen klar gesagt – ist vielleicht der schwierigste bei der Aufstellung einer physikalischen Theorie.

Jeder der vorliegenden Bände enthält wesentlich mehr Material als man in einer z.B. vierstündigen Vorlesung in einem Semester vortragen kann. Das bietet den Dozenten die Möglichkeit zur Auswahl dessen, was sie oder er in ihrer/seiner Vorlesung ausarbeiten möchte und, bei Wiederholungen, den Aufbau der Vorlesung zu variieren. Für die Studierenden, die ja ohnehin lernen müssen, mit Büchern und Originalliteratur zu arbeiten, bietet sich die Möglichkeit, Themen oder ganze Bereiche je nach Neigung und Interesse zu vertiefen. Ich habe den Aufbau fast ohne Ausnahme „selbsttragend“ konzipiert, so dass man alle Entwicklungen bis ins Detail nachvollziehen und nachrechnen kann. Die Bücher sind daher auch für das Selbststudium geeignet und „verführen“ Sie, wie ich hoffe, auch als gestandene Wissenschaftler und Wissenschaftlerinnen dazu, dies und jenes noch einmal nachzulesen oder neu zu lernen.

Bücher gehen heute nicht mehr, wie noch vor anderthalb Jahrzehnten, durch die klassischen Stadien: handschriftliche Version, erste Abschrift, Korrektur derselben, Erfassung im Verlag, erneute Korrektur etc., die zwar mehrere Iterationen des Korrekturlesens zuließen, aber stets auch die Gefahr bargen, neue Druckfehler einzuschmuggeln. Der Verlag hat ab Band 2 die von mir in LaTeX geschriebenen Dateien (Text und Formeln) direkt übernommen und bearbeitet. Auch bei der siebten Auflage von Band 1, der vom Fotosatz in LaTeX konvertiert wurde, habe ich direkt an den Dateien gearbeitet. So hoffe ich, dass wir dem Druckfehlerteufel wenig Gelegenheit zu Schabernak geboten haben. Über die verbliebenen, nachträglich entdeckten Druckfehler berichte ich, soweit sie mir bekannt werden, auf einer Webseite, die über den Hinweis *Buchveröffentlichungen/book publications*

auf meiner homepage zugänglich ist. Die letztere erreicht man über <http://wwwthep.physik.uni-mainz.de>

Den Anfang hatte die zuerst 1988 erschienene, seither kontinuierlich weiterentwickelte *Mechanik* gemacht. Ich würde mich sehr freuen, wenn auch die anderen Bände sich so rasch etablieren würden und dieselbe starke Resonanz fänden wie dieser erste Band. Dass die ganze Reihe überhaupt zustande kommt, daran hat auch Herr Dr. Hans J. Kölsch vom Springer-Verlag durch seinen Rat und seine Ermutigung seinen Anteil, wofür ich ihm an dieser Stelle herzlich danke.

Mainz, Mai 2002

Florian Scheck

Vorwort zu Band 3

Der traditionelle Aufbau der klassischen Elektrodynamik in vielen Vorlesungen und Lehrbüchern beginnt mit einer ausführlichen Behandlung von Elektrostatik, Magnetostatik und stationären Strömen, und wendet sich erst dann den vollen, zeitabhängigen Maxwell'schen Gleichungen in deren lokaler Form und einer Reihe von klassischen Anwendungen aus Nachrichtentechnik und Optik zu. In diesem Band schlage ich einen etwas anderen Weg ein: Ausgehend von den Maxwell'schen Gleichungen in integraler Form, d. h. von der phänomenologischen, experimentell erwiesenen Basis der Elektrodynamik, werden die lokalen Gleichungen aufgestellt und von Anfang an in ihrer vollen, zeit- und raumabhängigen Form diskutiert. Statische oder stationäre Verhältnisse erscheinen als Spezialfälle, bei denen die Maxwell'schen Gleichungen in zwei unabhängige Gruppen zerfallen und daher bis zu einem gewissen Grad entkoppelt werden.

Großes Gewicht lege ich auf die Symmetrien der Maxwell'schen Gleichungen und insbesondere auf ihre Kovarianz unter Lorentz-Transformationen. Ihre Einbettung in den Rahmen der klassischen Feldtheorie mittels einer Lagrangedichte und über das Hamilton'sche Extremalprinzip ist ein zentrales Thema des Buches. Damit erleben die allgemeinen Prinzipien, die in der Mechanik entwickelt wurden, eine vertiefte und verallgemeinernde Anwendung, die als Modell und Vorbild für jede klassische Feldtheorie dient. Auch die Notwendigkeit, bei den raum- und zeitabhängigen Feldern der Maxwell-Theorie den traditionellen Rahmen der Tensoranalysis im \mathbb{R}^3 auf den äußeren Kalkül über \mathbb{R}^4 zu erweitern, habe ich hoffentlich klar genug dargestellt. Die ehrwürdige Vektor- und Tensoranalysis, die auf dreidimensionale, Euklidische Räume zugeschnitten ist, reicht nicht aus und muss auf höhere Dimensionen und auf Minkowski-Signatur verallgemeinert werden. So wie das äußere Produkt die Verallgemeinerung des Kreuzprodukts im \mathbb{R}^3 ist, so liefert die Cartan'sche äußere Ableitung die natürliche Verallgemeinerung der Rotation des \mathbb{R}^3 , und fasst zugleich die vertrauten Operationen Gradient und Divergenz mit der (verallgemeinerten) Rotation zusammen.

Unter den Anwendungen gebe ich wenige ausgewählte und wie mir scheint besonders charakteristische Beispiele, darunter eine hoffentlich klare Diskussion von Polarisation elektromagnetischer Wellen. Hier mehr zu tun, hieße eine Reihe von gut eingeführten und bewährten Lehrbüchern der deutschen und der internationalen Literatur, von Cl. Schäfer, A. Sommerfeld, R. Becker und F. Sauter, L. D. Landau und E. M. Lifshits, bis zu J. D. Jacksons Klassiker zu verdoppeln. Zudem

meine ich, dass man heute mehr Gewicht auf neuere Anwendungen, von optischen Pinzetten über bildgebende Verfahren bis zur Laserphysik und der modernen Quantenoptik legen sollte – zu viel, um in einem Band wie diesem den angemessenen Platz zu finden.

Statt dessen verfolge ich im fünften Kapitel – als *Novum* – eine andere, heute sehr wichtige Richtung: die Konstruktion von nicht-Abel'schen Eichtheorien. Solche sog. Yang Mills-Theorien¹ sind für unser heutiges Verständnis der fundamentalen Wechselwirkungen der Natur wesentlich und unverzichtbar. Obwohl solche Theorien, die die Grundlage des sog. Standardmodells der Elementarteilchenphysik bilden, tief in die *quantisierte* Feldtheorie hinein führen, sind ihr Aufbau und ihre wesentlichen Züge rein *klassischer* Natur, solange man nur die Strahlung, d. h. das Analogon der Maxwell-Felder und klassische skalare Felder betrachtet, die fermionischen Materiebausteine aber außer Acht lässt. Nicht-Abel'sche Eichtheorien werden getreulich nach dem Vorbild der Maxwell-Theorie konstruiert und weisen viele Ähnlichkeiten, aber auch physikalisch bedeutsame Unterschiede zu dieser auf. Sogar das Phänomen der spontanen Symmetriebrechung, das vor dem Ausuferen zu zahlreicher masseloser Felder rettet, ist im Wesentlichen auf klassischer Ebene definiert. Angesichts der universalen Bedeutung von Eichtheorien in unserem Verständnis der fundamentalen Wechselwirkungen wäre es schade, wenn man diesen Schritt nicht vollziehen würde, der sich auf natürliche Weise an die Maxwell'sche Theorie anschließt.

Vieles von dem, was in diesen Band aufgenommen wurde, habe ich in zahlreichen Vorlesungen erprobt, die ich an der Johannes Gutenberg-Universität im Laufe der Jahre gehalten habe. Ich danke daher an dieser Stelle den Studenten und Studentinnen, die diese Vorlesungen gehört haben, sowie den getreuen Assistenten und Assistentinnen, die viele Übungsgruppen und Seminare mit Eifer und Engagement betreut haben, für kritische Fragen, Kommentare und viele Anregungen.

Besonders erwähnen möchte ich Mario Paschke, der immer wieder originelle Ideen in die Diskussion warf und auf interessante, manchmal zu Unrecht vergessene Literatur aufmerksam machte, sowie Nikolaos Papadopoulos und Rainer Häußling, die Teile des Entwurfs gelesen und wichtige oder nachdenkliche Anregungen gegeben haben.

Die Zusammenarbeit mit dem Springer-Verlag in Heidelberg und mit der LE-TeX GbR in Leipzig war dieses Mal schon geradezu routiniert und wie bei den drei anderen Bänden ausgezeichnet. Hierfür danke ich besonders Herrn Dr. Thorsten Schneider bei Springer und Herrn Uwe Matrisch bei LE-TeX.

Mainz und Friedrichskoog, August 2003

Florian Scheck

¹ Erste Ideen hierzu wurden von Oskar Klein, *Z. Physik* **37** (1926) 895, und der Überlieferung nach von Wolfgang Pauli entwickelt.

Inhaltsverzeichnis

1. Die Maxwell'schen Gleichungen

1.1	Gradient, Rotation und Divergenz	1
1.2	Die Integralsätze im Fall des \mathbb{R}^3	7
1.3	Maxwell'sche Gleichungen in integraler Form	10
1.3.1	Das Induktionsgesetz	10
1.3.2	Das Gauß'sche Gesetz	12
1.3.3	Gesetz von Biot und Savart	14
1.3.4	Die Lorentz-Kraft	15
1.3.5	Die Kontinuitätsgleichung	16
1.4	Die Maxwell'schen Gleichungen in lokaler Form	20
1.4.1	Induktions- und Gauß'sches Gesetz	20
1.4.2	Lokale Form des Biot-Savart Gesetzes	21
1.4.3	Lokale Gleichungen in allen Maßsystemen	23
1.4.4	Die Frage der physikalischen Einheiten	24
1.4.5	Die elektromagnetischen Gleichungen im SI-System	26
1.4.6	Das Gauß'sche Maßsystem	28
1.5	Skalare Potentiale und Vektorpotentiale	33
1.5.1	Einige Formeln aus der Vektoranalysis	33
1.5.2	Konstruktion eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln	38
1.5.3	Skalare Potentiale und Vektorpotentiale	40
1.6	Phänomenologie der Maxwell'schen Gleichungen	44
1.6.1	Die Grundgleichungen und ihre Interpretation	44
1.6.2	Zusammenhang der Verschiebung mit dem elektrischen Feld	47
1.6.3	Zusammenhang zwischen Induktions- und magnetischem Feld	50
1.7	Statische elektrische Zustände	53
1.7.1	Poisson- und Laplace-Gleichung	53
1.7.2	Flächenladungen, Dipole und Dipolschichten	59
1.7.3	Typische Randwertprobleme	62
1.7.4	Multipolentwicklung von Potentialen	66
1.8	Stationäre Ströme und statische magnetische Zustände	78
1.8.1	Poisson-Gleichung und Vektorpotential	79
1.8.2	Magnetische Dipoldichte und magnetisches Moment	80
1.8.3	Felder von magnetischen und elektrischen Dipolen	83
1.8.4	Energie und Energiedichte	87
1.8.5	Ströme und Leitfähigkeit	90

2. Symmetrien und Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen

2.1	Die Maxwell'schen Gleichungen im festen Bezugssystem	91
2.1.1	Drehungen und diskrete Raum-Zeittransformationen	92
2.1.2	Die Maxwell'schen Gleichungen und äußere Formen	96
2.2	Lorentz-Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen	109
2.2.1	Poincaré- und Lorentz-Gruppe	111

2.2.2	Relativistische Kinematik und Dynamik	114
2.2.3	Lorentz-Kraft und Feldstärkentensorfeld	117
2.2.4	Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen	119
2.2.5	Eichinvarianz und Potentiale	123
2.3	Felder einer gleichförmig bewegten Punktladung	126
2.4	Lorentz-invariante äußere Formen und die Maxwell'schen Gleichungen	130
2.4.1	Feldstärkentensor und Lorentz-Kraft	131
2.4.2	Differentialgleichungen für die Zweiformen ω_F und $\omega_{\mathcal{F}}$..	134
2.4.3	Potentiale und Eichtransformationen	136
2.4.4	Verhalten unter den diskreten Transformationen	138
2.4.5	* Kovariante Ableitung und Strukturgleichung	139
3.	Die Maxwell-Theorie als klassische Feldtheorie	
3.1	Lagrangefunktion und Symmetrien bei endlich vielen Freiheitsgraden	141
3.1.1	Satz von Noether bei strikter Invarianz	143
3.1.2	Verallgemeinerter Satz von Noether	143
3.2	Lagrangedichte und Bewegungsgleichungen für eine Feldtheorie	150
3.3	Lagrangedichte für das Maxwell-Feld mit Quellen	155
3.4	Symmetrien und Noether'sche Erhaltungsgrößen	161
3.4.1	Invarianz unter einparametrischen Gruppen	161
3.4.2	Eichtransformationen an der Lagrangedichte	163
3.4.3	Invarianz unter Translationen	167
3.4.4	Interpretation der Erhaltungssätze	170
3.5	Wellengleichung und Green-Funktionen	174
3.5.1	Lösungen in nichtkovarianter Form	175
3.5.2	Lösungen der Wellengleichung in kovarianter Form	179
3.6	Abstrahlung einer beschleunigten Ladung	183
4.	Einfache Anwendungen der Maxwell-Theorie	
4.1	Ebene Wellen im Vakuum und in homogenen, nichtleitenden Medien	189
4.1.1	Dispersionsrelation und harmonische Lösungen	189
4.1.2	Vollständig polarisierte elektromagnetische Wellen	195
4.1.3	Beschreibung der Polarisation	197
4.2	Einfache strahlende Quellen	201
4.2.1	Typische Dimensionen strahlender Quellen	202
4.2.2	Beschreibung durch Multipolstrahlung	204
4.2.3	Der Hertz'sche Dipol	208
4.3	Brechung harmonischer Wellen	213
4.3.1	Brechungsindex und Winkelrelationen	213
4.3.2	Dynamik der Brechung und der Reflexion	215
5.	Lokale Eichtheorien	
5.1	Klein-Gordon-Gleichung und massive Photonen	219
5.2	Die Bausteine der Maxwell-Theorie	223
5.3	Nicht-Abel'sche Eichtheorien	226
5.3.1	Die Strukturgruppe und ihre Lie-Algebra	227
5.3.2	Global invariante Lagrangedichten	233
5.3.3	Die Eichgruppe	234

5.3.4	Potentiale und kovariante Ableitung	235
5.3.5	Feldstärkentensor und Krümmung.....	238
5.3.6	Eichinvariante Lagrangedichten	241
5.3.7	Physikalische Interpretation	244
5.3.8	* Mehr über die Eichgruppe.....	247
5.4	Die U(2)-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkungen	251
5.4.1	Eine U(2)-Eichtheorie mit masselosen Eichfeldern.....	252
5.4.2	Spontane Symmetriebrechung.....	254
5.4.3	Anwendung auf die U(2)-Theorie.....	259
5.5	Epilog und Ausblick.....	263
Historische Anmerkungen: Vier Schritte der Vereinigung.....		267
Aufgaben		271
Literatur.....		277
Sachverzeichnis		279
Namenverzeichnis.....		281