

Springer-Lehrbuch

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Physics and Astronomy  **ONLINE LIBRARY**
<http://www.springer.de>

Grundkurs Theoretische Physik

Band 1

Klassische Mechanik

6. Auflage

ISBN: 3-540-42115-7

Band 2

Analytische Mechanik

5. Auflage

ISBN: 3-540-42112-2

Band 3

Elektrodynamik

6. Auflage

ISBN: 3-540-42113-0

Band 4

Spezielle Relativitätstheorie, Thermodynamik

5. Auflage

ISBN: 3-540-42116-5

Band 5/1

Quantenmechanik – Grundlagen

5. Auflage

ISBN: 3-540-42114-9

Band 5/2

Quantenmechanik – Methoden und Anwendungen

4. Auflage

ISBN: 3-540-42111-4

Band 6

Statistische Physik

4. Auflage

ISBN: 3-540-41918-7

Band 7

Viel-Teilchen-Theorie

5. Auflage

ISBN: 3-540-42020-7

Wolfgang Nolting

Grundkurs Theoretische Physik 7

Viel-Teilchen-Theorie

Fünfte, neu bearbeitete Auflage
mit 162 Abbildungen
und 109 Aufgaben mit vollständigen Lösungen



Springer

Professor Wolfgang Nolting

Institut für Physik

Humboldt-Universität zu Berlin

Invalidenstr. 110

10115 Berlin

Deutschland

nolting@physik.hu-berlin.de

Umschlagabbildung: siehe Seite 327

Die 4. Auflage des Buches erschien im Verlag Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Nolting, Wolfgang: Grundkurs theoretische Physik / Wolfgang Nolting.

7. Viel-Teilchen-Theorie. – 5., neu bearb. Aufl. – 2002 (Springer-Lehrbuch)

ISBN 978-3-540-42020-0 ISBN 978-3-662-07562-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-07562-3

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

<http://www.springer.de>

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002

Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 2002

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Satz: Johannes Küster · typoma · www.typoma.com

Einbandgestaltung: *design & production* GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier SPIN: 10956519 56/3141/mf - 5 4 3 2 1 0

Allgemeines Vorwort

Die sieben Bände der Reihe „*Grundkurs Theoretische Physik*“ sind als direkte Begleiter zum Hochschulstudium Physik gedacht. Sie sollen in kompakter Form das wichtigste theoretisch-physikalische Rüstzeug vermitteln, auf dem aufgebaut werden kann, um anspruchsvollere Themen und Probleme im fortgeschrittenen Studium und in der physikalischen Forschung bewältigen zu können. Die Konzeption ist so angelegt, daß der erste Teil des Kurses,

Klassische Mechanik (Band 1)

Analytische Mechanik (Band 2)

Elektrodynamik (Band 3)

Spezielle Relativitätstheorie, Thermodynamik (Band 4)

als Theorieteil eines „*Integrierten Kurses*“ aus Experimentalphysik und Theoretischer Physik, wie er inzwischen an zahlreichen deutschen Universitäten vom ersten Semester an angeboten wird, zu verstehen ist. Die Darstellung ist deshalb bewußt ausführlich, manchmal sicher auf Kosten einer gewissen Eleganz, und in sich abgeschlossen gehalten, so daß der Kurs auch zum Selbststudium ohne Sekundärliteratur geeignet ist. Es wird nichts vorausgesetzt, was nicht an früherer Stelle der Reihe behandelt worden ist. Dies gilt insbesondere auch für die benötigte Mathematik, die vollständig so weit entwickelt wird, daß mit ihr theoretisch-physikalische Probleme bereits vom Studienbeginn an gelöst werden können. Dabei werden die mathematischen Einschübe immer dann eingefügt, wenn sie für das weitere Vorgehen im Programm der Theoretischen Physik unverzichtbar werden. Es versteht sich von selbst, daß in einem solchen Konzept nicht alle mathematischen Theorien mit absoluter Strenge bewiesen und abgeleitet werden können. Da muß bisweilen ein Verweis auf entsprechende mathematische Vorlesungen und vertiefende Lehrbuchliteratur erlaubt sein. Ich habe mich aber trotzdem um eine halbwegs abgerundete Darstellung bemüht, so daß die mathematischen Techniken nicht nur angewendet werden können, sondern dem Leser zumindest auch plausibel erscheinen.

Die mathematischen Einschübe werden natürlich vor allem in den ersten Bänden der Reihe notwendig, die den Stoff bis zum Physik-Vordiplom beinhalten. Im zweiten Teil des Kurses, der sich mit den modernen Disziplinen der Theoretischen Physik befaßt,

Quantenmechanik: Grundlagen (Band 5,1)

Quantenmechanik: Methoden und Anwendungen (Band 5,2)

sind sie weitgehend überflüssig geworden, insbesondere auch deswegen, weil im Physik-Studium inzwischen die Mathematik-Ausbildung Anschluß gefunden hat. Der frühe Beginn der Theorie-Ausbildung bereits im ersten Semester gestattet es, die *Grundlagen der Quantenmechanik* schon vor dem Vordiplom zu behandeln. Der Stoff der letzten drei Bände kann natürlich nicht mehr Bestandteil eines „*Integrierten Kurses*“ sein, sondern wird wohl überall in reinen Theorie-Vorlesungen vermittelt. Das gilt insbesondere für die „*Viel-Teilchen-Theorie*“, die bisweilen auch unter anderen Bezeichnungen wie „*Höhere Quantenmechanik*“ etwa im achten Fachsemester angeboten wird. Hier werden neue, über den Stoff des Grundstudiums hinausgehende Methoden und Konzepte diskutiert, die insbesondere für korrelierte Systeme aus vielen Teilchen entwickelt wurden und für den erfolgreichen Übergang zu wissenschaftlichem Arbeiten (Diplom, Promotion) und für das Lesen von Forschungsliteratur inzwischen unentbehrlich geworden sind.

In allen Bänden der Reihe „*Grundkurs Theoretische Physik*“ sollen zahlreiche Übungsaufgaben dazu dienen, den erlernten Stoff durch konkrete Anwendungen zu vertiefen und richtig einzusetzen. Eigenständige Versuche, abstrakte Konzepte der Theoretischen Physik zur Lösung realer Probleme aufzubereiten, sind absolut unverzichtbar für den Lernenden. Ausführliche Lösungsanleitungen helfen bei größeren Schwierigkeiten und testen eigene Versuche, sollten aber nicht dazu verleiten, „*aus Bequemlichkeit*“ eigene Anstrengungen zu unterlassen. Nach jedem größeren Kapitel sind Kontrollfragen angefügt, die dem Selbsttest dienen und für Prüfungsvorbereitungen nützlich sein können.

Ich möchte nicht vergessen, an dieser Stelle allen denen zu danken, die in irgendeiner Weise zum Gelingen dieser Buchreihe beigetragen haben. Die einzelnen Bände sind letztlich auf der Grundlage von Vorlesungen entstanden, die ich an den Universitäten in Münster, Würzburg, Osnabrück, Valladolid (Spanien), Warangal (Indien) sowie in Berlin gehalten habe. Das Interesse und die konstruktive Kritik der Studenten bedeuteten für mich entscheidende Motivation, die Mühe der Erstellung eines doch recht umfangreichen Manuskripts als sinnvoll anzusehen. In der Folgezeit habe ich von zahlreichen Kollegen wertvolle Verbesserungsvorschläge erhalten, die dazu geführt haben, das Konzept und die Ausführung der Reihe weiter auszubauen und aufzuwerten.

Die ersten Auflagen dieser Buchreihe sind im Verlag Zimmermann-Neufang entstanden. Ich kann mich an eine sehr faire und stets erfreuliche Zusammenarbeit erinnern. Danach erschien die Reihe bei Vieweg. Die Übernahme der Reihe durch den Springer-Verlag im Januar 2001 hat dann zu weiteren professionellen Verbesserungen im Erscheinungsbild des „*Grundkurs Theoretische Physik*“ geführt. Herrn Dr. Kölsch und seinem Team bin ich schon jetzt für viele Vorschläge und Anregungen sehr dankbar. Meine Manuskripte scheinen in guten Händen zu liegen.

Vorwort zu Band 7

Die Zielsetzung des „Grundkurs Theoretische Physik“ ist bereits im Allgemeinen Vorwort erläutert worden. Er ist als direkter Begleiter des Grundstudiums Physik gedacht und soll dem Studenten in möglichst direkter und kompakter Form das theoretisch physikalische Rüstzeug vermitteln, das unbedingt vonnöten ist, um anspruchsvollere Aufgaben und Themen des fortgeschrittenen Studiums bzw. der Forschung bewältigen zu können. Die Darstellung wurde deshalb auch in diesem siebten Band bewußt ausführlich und in sich geschlossen angelegt, um Selbststudium ohne Sekundärliteratur zu ermöglichen.

Eine gewisse Sonderstellung nimmt dieser siebte und letzte Band ein, der die Quantentheorie der Viel-Teilchen-Systeme zum Inhalt hat. Aufbauend auf dem Grundwissen zur Quantenmechanik (Band 5) und zur Statistischen Physik (Band 6) werden moderne Verfahren zur Beschreibung von wechselwirkenden Viel-Teilchen-Systemen entwickelt und auf verschiedene reale Probleme, vornehmlich aus dem Bereich der Festkörperphysik, angewendet. Nach gründlichem Durcharbeiten dieses Bandes sollte das Lesen entsprechender Forschungsliteratur keine prinzipiellen Schwierigkeiten mehr bezüglich der verwendeten Begriffe, Techniken und Schlußweisen bereiten.

Die uns umgebende Welt besteht aus vielen, miteinander wechselwirkenden Partikeln, deren Beschreibung im Prinzip die Lösung einer entsprechenden Anzahl von gekoppelten quantenmechanischen Bewegungsgleichungen (Schrödinger-Gleichungen) erfordert, was allerdings nur in Ausnahmefällen mathematisch streng durchführbar ist. Die Konzepte der elementaren Quantenmechanik und der Quantenstatistik sind deshalb in der uns bislang bekannten Form nicht direkt verwendbar. Sie bedürfen einer Erweiterung und Umstrukturierung, die man als Viel-Teilchen-Theorie bezeichnet.

Zunächst haben wir nach Möglichkeiten zu suchen, reale Viel-Teilchen-Probleme mathematisch korrekt und dennoch überschaubar zu formulieren. Setzen sich die betrachteten Systeme aus unterscheidbaren Teilchen zusammen, so ergibt sich deren Beschreibung unmittelbar aus den allgemeinen Postulaten der elementaren Quantenmechanik. Interessanter sind jedoch die Systeme identischer Teilchen, deren N -Teilchen-Wellenfunktionen ganz spezielle Symmetrieforderungen erfüllen müssen. Das erforderliche Arbeiten mit (anti-)symmetrisierten Wellenfunktionen stellt sich allerdings als außerordentlich mühsam heraus. Eine erste spürbare Vereinfachung bedeutet in diesem

Zusammenhang der Formalismus der zweiten Quantisierung, den wir bereits in Band 5, Teil 2 kennengelernt haben, der eine recht elegante Beschreibung ermöglicht, allerdings natürlich noch keine wirkliche Lösung des Problems darstellt. Der in den Grundvorlesungen in der Regel mit mathematisch streng zu bearbeitenden Problemstellungen konfrontierte Student hat sich mit dem Gedanken abzufinden, daß realistische Viel-Teilchen-Probleme so gut wie nie exakt behandelt werden können. Um trotzdem die zentrale Aufgabe des Theoretikers erfüllen zu können, Experimente zu beschreiben und zu erklären, müssen deshalb Zugeständnisse gemacht werden. Dies bedeutet in einem ersten Schritt den Aufbau eines theoretischen Modells, das sich als Karikatur der realen Welt verstehen lässt, indem unwesentliche Details unterdrückt werden und nur das Wesentliche herausgestellt wird. Das Auffinden eines solchen theoretischen Modells muß als wirklich nicht-triviale Aufgabe des Physikers aufgefasst werden. Kapitel 2 befaßt sich deshalb ausführlich mit der Formulierung und Begründung wichtiger Standardmodelle der theoretischen Physik. Zu deren Darstellung wird durchweg der Formalismus der 2. Quantisierung aus Kapitel 1 benutzt.

Unglücklicherweise läßt sich die reale Situation nur selten in der Weise karikieren, daß das resultierende Modell zum einen noch realistisch genug, zum anderen aber auch mathematisch streng behandelbar wäre. Man wird deshalb bei der Lösung des Modells zusätzliche Approximationen tolerieren müssen. Als ein mächtiges Verfahren hat sich in dieser Hinsicht die Methode der Greenschen Funktionen mit ihrem Quasiteilchen-Konzept herausgestellt. Die abstrakte Theorie wird in Kapitel 3 besprochen und dann in Kapitel 4 auf zahlreiche konkrete Probleme angewendet. Diagrammatische Lösungsmethoden werden ausführlich in den Kapiteln 5 und 6 erarbeitet. Sie zählen heute zum unverzichtbaren Repertoire des theoretischen Physikers. Zahlreiche Übungsaufgaben sollen auch und insbesondere in diesem Band helfen, den Formalismus zu üben und auf konkrete Fragestellungen anzuwenden.

Das vorliegende Buch ist letztlich aus diversen Spezialvorlesungen entstanden, die ich zum Thema Viel-Teilchen-Theorie an den Universitäten Würzburg, Münster, Osnabrück, Warangal (Indien), Valladolid (Spanien) und Berlin gehalten habe. Den Studenten bin ich für ihre konstruktive Kritik sehr dankbar. Ich bin mir im klaren darüber, daß der vorliegende Stoff nicht mehr unbedingt zum Grundstudium im Diplom Physik gehört. Ich glaube allerdings auch, daß er unverzichtbar für die Überleitung zur selbständigen Forschungstätigkeit des Theoretikers ist. Da die vorhandene Lehrbuchliteratur zum Thema Viel-Teilchen-Theorie in der Regel schon ein recht fortgeschrittenes Wissen und substantielle Erfahrung voraussetzt, könnte das vorliegende Buch für den „Anfänger“ vielleicht und hoffentlich ganz nützlich sein. Dem Springer-Verlag bin ich für die übereinstimmende Einschätzung sowie für die professionelle Zusammenarbeit sehr dankbar.

Inhaltsverzeichnis

1	Die Zweite Quantisierung	1
1.1	Identische Teilchen	3
1.2	„Kontinuierliche“ Fock-Darstellung	8
1.3	„Diskrete“ Fock-Darstellung	20
1.4	Aufgaben	27
1.5	Kontrollfragen	31
2	Viel-Teilchen-Modellsysteme	33
2.1	Kristallelektronen	35
2.1.1	Nicht-wechselwirkende Bloch-Elektronen	35
2.1.2	Jellium-Modell	40
2.1.3	Hubbard-Modell	50
2.1.4	Aufgaben	54
2.2	Gitterschwingungen	58
2.2.1	Harmonische Näherung	58
2.2.2	Phononengas	62
2.2.3	Aufgaben	67
2.3	Elektron-Phonon-Wechselwirkung	69
2.3.1	Hamilton-Operator	69
2.3.2	Effektive Elektron-Elektron-Wechselwirkung	73
2.3.3	Aufgaben	77
2.4	Spinwellen	79
2.4.1	Klassifikation der magnetischen Festkörper	79
2.4.2	Modellvorstellungen	82
2.4.3	Magnonen	85
2.4.4	Spinwellennäherung	89
2.4.5	Aufgaben	91
2.5	Kontrollfragen	93
3	Green-Funktionen	97
3.1	Vorbereitungen	97
3.1.1	Bilder	97
3.1.2	Linear-Response-Theorie	104
3.1.3	Magnetische Suszeptibilität	107

3.1.4	Elektrische Leitfähigkeit	109
3.1.5	Dielektrizitätsfunktion	111
3.1.6	Aufgaben	114
3.2	Zweizeitige Green-Funktionen	116
3.2.1	Bewegungsgleichungen	116
3.2.2	Spektraldarstellungen	120
3.2.3	Spektraltheorem	124
3.2.4	Exakte Relationen	127
3.2.5	Kramers-Kronig-Relationen	130
3.2.6	Aufgaben	131
3.3	Erste Anwendungen	133
3.3.1	Nicht-wechselwirkende Bloch-Elektronen	133
3.3.2	Freie Spinwellen	138
3.3.3	Das Zwei-Spin-Problem	141
3.3.4	Aufgaben	151
3.4	Das Quasiteilchenkonzept	153
3.4.1	Ein-Elektronen-Green-Funktion	154
3.4.2	Elektronische Selbstenergie	157
3.4.3	Quasiteilchen	161
3.4.4	Quasiteilchenzustandsdichte	166
3.4.5	Innere Energie	169
3.4.6	Aufgaben	171
3.5	Kontrollfragen	172
4	Wechselwirkende Teilchensysteme	177
4.1	Festkörperelektronen	177
4.1.1	Der Grenzfall des unendlich schmalen Bandes	177
4.1.2	Hartree-Fock-Näherung	180
4.1.3	Elektronenkorrelationen	185
4.1.4	Interpolationsmethode	189
4.1.5	Momentenmethode	190
4.1.6	Das exakt halbgefüllte Band	199
4.1.7	Aufgaben	204
4.2	Kollektive elektronische Anregungen	207
4.2.1	Ladungsabschirmung (Thomas-Fermi-Näherung)	207
4.2.2	Ladungsdichtewellen, Plasmonen	211
4.2.3	Spindichtewellen, Magnonen	220
4.2.4	Aufgaben	223
4.3	Elementaranregungen in ungeordneten Legierungen	226
4.3.1	Problemstellung	226
4.3.2	Methode des effektiven Mediums	230
4.3.3	Coherent Potential Approximation	232
4.3.4	Diagrammatische Methoden	236
4.3.5	Anwendungen	246
4.4	Spinsysteme	247

4.4.1	Tyablikow-Näherung	248
4.4.2	„Renormierte“ Spinwellen	255
4.4.3	Aufgaben	259
4.5	Elektron-Magnon-Wechselwirkung	261
4.5.1	Magnetische 4f-Systeme (s-f-Modell)	261
4.5.2	Das unendlich schmale Band	264
4.5.3	Legierungsanalogie	269
4.5.4	Das magnetische Polaron	271
4.5.5	Aufgaben	280
4.6	Kontrollfragen	280
5	Störungstheorie ($T = 0$)	285
5.1	Kausale Green-Funktion	285
5.1.1	„Konventionelle“ zeitunabhängige Störungstheorie	285
5.1.2	„Adiabatisches Einschalten“ der Wechselwirkung	289
5.1.3	Kausale Green-Funktion	294
5.1.4	Aufgaben	298
5.2	Das Wicksche Theorem	299
5.2.1	Das Normalprodukt	299
5.2.2	Der Wicksche Satz	303
5.2.3	Aufgaben	308
5.3	Feynman-Diagramme	308
5.3.1	Störungsentwicklung für die Vakuumamplitude	308
5.3.2	Linked-Cluster-Theorem	318
5.3.3	Hauptsatz von den zusammenhängenden Diagrammen	322
5.3.4	Aufgaben	325
5.4	Ein-Teilchen-Green-Funktion	325
5.4.1	Diagrammatische Störreihe	325
5.4.2	Dyson-Gleichung	332
5.4.3	Aufgaben	335
5.5	Grundzustandsenergie des Elektronengases (Jellium-Modell)	336
5.5.1	Störungstheorie erster Ordnung	336
5.5.2	Störungstheorie zweiter Ordnung	338
5.5.3	Korrelationsenergie	344
5.6	Diagrammatische Partialsummen	355
5.6.1	Polarisationspropagator	355
5.6.2	Effektive Wechselwirkung	362
5.6.3	Vertexfunktion	367
5.6.4	Aufgaben	369
5.7	Kontrollfragen	370
6	Störungstheorie bei endlichen Temperaturen	375
6.1	Matsubara-Methode	375
6.1.1	Matsubara-Funktionen	376
6.1.2	Großkanonische Zustandssumme	381

XII Inhaltsverzeichnis

6.1.3	Ein-Teilchen-Matsubara-Funktion	383
6.2	Diagrammatische Störungstheorie	388
6.2.1	Das Wicksche Theorem	388
6.2.2	Diagrammanalyse der großkanonischen Zustandssumme.....	392
6.2.3	Ringdiagramme	399
6.2.4	Ein-Teilchen-Matsubara-Funktion	402
6.3	Kontrollfragen	406
Anhang: Lösungen der Übungsaufgaben		409
	Lösungen zu Abschnitt 1.4	409
	Lösungen zu Abschnitt 2.1.4.....	425
	Lösungen zu Abschnitt 2.2.3.....	442
	Lösungen zu Abschnitt 2.3.3.....	450
	Lösungen zu Abschnitt 2.4.5.....	459
	Lösungen zu Abschnitt 3.1.6.....	466
	Lösungen zu Abschnitt 3.2.6.....	471
	Lösungen zu Abschnitt 3.3.4.....	475
	Lösungen zu Abschnitt 3.4.6.....	484
	Lösungen zu Abschnitt 4.1.7.....	488
	Lösungen zu Abschnitt 4.2.4.....	498
	Lösungen zu Abschnitt 4.4.3.....	509
	Lösungen zu Abschnitt 4.5.5.....	513
	Lösungen zu Abschnitt 5.1.4.....	519
	Lösungen zu Abschnitt 5.2.3.....	521
	Lösungen zu Abschnitt 5.3.4.....	523
	Lösungen zu Abschnitt 5.4.3.....	525
	Lösungen zu Abschnitt 5.6.4.....	528
Index		533