

Einführung in die
Stochastik
der Finanzmärkte

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Klaus Sandmann

Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte

Mit 77 Abbildungen
und 19 Tabellen



Springer

Prof. Dr. Klaus Sandmann
Universität Mainz
Lehrstuhl für Bankbetriebslehre
Jakob-Welder-Weg 9
D-55128 Mainz

ISBN 978-3-540-64744-7

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme
Sandmann, Klaus: Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte / Klaus Sandmann.

ISBN 978-3-540-64744-7 ISBN 978-3-662-06882-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-06882-3

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1999
Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1999

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Einbandgestaltung: Erich Kirchner, Heidelberg

SPIN 10688062 42/2202-5 4 3 2 1 0 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

*Für Beate,
Joachim, Christopher und Theresa*

Vorwort

Fragestellungen, die sich mit der Bedeutung und der Bewertung derivativer Finanzverträge befassen, gehören heute vielfach zum Curriculum betriebs- und volkswirtschaftlicher Lehrveranstaltungen. Derivative Finanzverträge wie Optionen und Futures bieten einerseits ein breites Spektrum für das Management finanzieller Risiken, andererseits birgt der Handel mit diesen Verträgen Risiken, die bei einem leichtfertigen Umgang zu erheblichen Verlusten führen können.

Ein Teil der Lehrbuchliteratur, die sich mit diesem Thema auseinandersetzt, widmet sich vorrangig der Frage der Bewertung. Hierbei rückt die ökonomische Fragestellung in den Hintergrund zugunsten einer ausführlichen Diskussion der wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundlagen des Black-Scholes-Modells sowie seiner möglichen Erweiterungen. Diese zum Teil sehr gelungenen Lehrbücher erfahren jedoch wenig Aufnahme in wirtschaftswissenschaftlichen Lehrveranstaltungen. Der andere Teil der Lehrbuchliteratur versucht, weitestgehend ohne erklärenden Rückgriff auf einen konkreten Modellrahmen, sich mit der Optionsbewertung auseinanderzusetzen. Hier erfolgt oftmals eine ausführliche und gewinnbringende Diskussion der Bestandteile verschiedener Vertragsformen. Demgegenüber werden die Annahmen und Eigenschaften der Bewertungsmodelle größtenteils nicht berücksichtigt bzw. werden Bewertungsformeln ohne eingehende Begründung angegeben, so daß deren Bedeutung und Begrenzung ungeklärt bleibt.

Ein aus ökonomischer Sicht verfaßtes Lehrbuch zur Stochastik der Finanzmärkte ist einerseits für den Verlag (wie bei jeder unternehmerischen

Entscheidung) und andererseits auch für den Autor mit einem gewissen Risiko verbunden. Während sich die Stochastik mit der Analyse zufallsabhängiger Ereignisse befaßt und der Wahrscheinlichkeitstheorie zuzuordnen ist, handelt es sich bei einem Finanzmarkt um ein sowohl aus wissenschaftlicher wie auch praktischer Sicht vermeintlich einfach zu erfassendes Objekt. Anliegen dieses Lehrbuches ist es, beide Bereiche zu verbinden. Insofern gilt es, zwischen einer mathematisch akzentuierten und einer qualitativ orientierten Diskussion einen vernünftigen Kompromiß zu finden. Dieser Kompromiß muß sich jedoch daran orientieren, daß die Anwendung der Bewertungsmodelle zu beträchtlichen finanziellen Verlusten führen kann, falls ihre Annahmen und Prämissen nicht beherrscht und berücksichtigt werden. Nur unter dieser Voraussetzung sind die Modelle und die in ihnen abgeleiteten Bewertungsformeln wertvolle und sinnvolle Werkzeuge, die es ermöglichen, eingegangene Risiken zu kontrollieren und beabsichtigte Entscheidungen zu analysieren.

Der Inhalt dieses Buches beruht auf verschiedenen Vorlesungen, die ich in den vergangenen Jahren an der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität in Bonn und an der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz gehalten habe. Die Vorlesungen befaßten sich mit der Theorie der Finanzmärkte in Anlehnung an die Gleichgewichtstheorie unter Unsicherheit, der Bewertung von Optionen im Binomial- sowie im Black-Scholes-Modell und mit Zinsstrukturmodellen. Gegenstand dieser Vorlesungen waren sowohl betriebswirtschaftliche wie auch volkswirtschaftliche Aspekte des Finanzmarktes. Die insgesamt 11 Kapitel bauen schrittweise aufeinander auf und entwickeln das Modell eines Finanzmarktes von einer diskreten bis zu einer stetigen Zeitvorstellung. Verbunden wird dies durch die Diskussion einer Vielzahl von derivativen Finanzverträgen, die neben Europäischen Call- und Put-Optionen die wichtigsten Exotischen Optionen sowie Renten- und Zinssatz-Optionen einschließt. Jedes Kapitel wird mit einem Hinweis auf die verwendete und weiterführende Literatur abgeschlossen. Diese Literaturhinweise erheben jedoch nicht den Anspruch der Vollständigkeit, sondern sollen eine vertiefende Beschäftigung mit den angesprochenen Themen ermöglichen. Zusätzlich zu den innerhalb der Kapitel diskutierten Beispielen dienen die Übungsaufgaben dem vertiefenden Selbststudium. Hierbei wurde bewußt auf reine Wissensfragen verzichtet. Die Aufgaben befassen sich entweder mit Anwendungsproblemen oder führen Teilaspekte der dargelegten Theorie fort. Die Lösungen zu diesen Aufgaben

finden sich zusammengefaßt in Kapitel 12. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß diese Lösungen ausschließlich der Selbstkontrolle dienen und eine eigenständige Beschäftigung mit der Fragestellung nicht ersetzen.

Kapitel 1 legt die Grundlagen eines einperiodigen Modells für einen Finanzmarkt und verdeutlicht die Beziehung zwischen der Gleichgewichtstheorie unter Unsicherheit und dem Konzept der Arbitragefreiheit. Hierauf aufbauend werden in Kapitel 2 und 3 Aussagen über Preisrelationen verschiedener Derivate hergeleitet. Die Kapitel 1 bis 3 bilden eine Einheit und umfassen den Lehrinhalt einer einführenden Vorlesung zu derivativen Finanzverträgen. Das Thema und die Methodik dieser Abschnitte setzen keine vertiefenden Kenntnisse wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden voraus.

Kapitel 4 erweitert den Modellrahmen. Es handelt sich um ein Mehrperiodenmodell bei vollständigen Finanzmärkten. Die Theorie der unvollständigen Märkte findet keine vertiefende Berücksichtigung, sondern wird lediglich unter einer speziellen Fragestellung in Abschnitt 4.4 angesprochen. Das Binomialmodell zur Bewertung von Aktienoptionen (Kapitel 5) versteht sich als eine spezielle Anwendung des allgemeinen Mehrperiodenmodells. Neben der Herleitung der Binomialformeln für Europäische Call- und Put-Optionen wird der Grenzwert dieser Formeln betrachtet, falls die Länge der Zeitintervalle gegen Null strebt. Kapitel 6 greift auf die in Abschnitt 3.1 angesprochene Klasse der Barrier-Optionen zurück und widmet sich der Bewertung dieser Optionen im Binomialmodell. Analog zu der Vorgehensweise in Kapitel 5 werden die entsprechenden Binomialformeln und deren Grenzwerte hergeleitet. Insofern überschreitet Kapitel 6 den klassischen Lehrstoff zum Binomialmodell. Methodisch beruhen die Überlegungen der Kapitel 4 bis 6 weitestgehend auf Inhalten der Statistischen Methodenlehre, wie sie üblicherweise im Grundstudium der Betriebswirtschafts- und Volkswirtschaftslehre vermittelt werden.

Kapitel 7 befaßt sich mit dem Black-Scholes-Modell. Hierzu ist es notwendig, die grundlegenden Elemente eines stetigen Finanzmarktmodells zu erläutern. Die Ausführungen zur Brown'schen Bewegung, der stochastischen Integration und dem Itô Calculus besitzen jedoch ausschließlich motivierenden Charakter. Ziel dieser Überlegungen ist nicht eine vollständige mathematische Darstellung. Vielmehr werden die angesprochenen Elemente mit Blick auf die Problemstellung und die mit ihnen verbundene ökonomische Interpretation eingeführt. Über die Bewertung Europäischer Call- und Put-Optionen

hinaus greift Abschnitt 7.4 die Beziehung zum Konzept der Zustandspreise auf und liefert die Grundlage der ökonomischen Bedeutung des Martingal- und Forward Risk Adjusted Measure.

Die Kapitel 4 bis 7 bilden inhaltlich eine Einheit und beschreiben den Lehrgegenstand einer Vorlesung zur Optionsbewertungstheorie. Es wird eine vertragsorientierte Sichtweise verfolgt, d.h. die Bewertung erfolgt unter ausschließlicher Berücksichtigung des Kursänderungsrisikos eines Wertpapiers. Demgegenüber erweitern die Kapitel 8 bis 11 die Analyse auf die simultane Berücksichtigung von Marktrisiken im Aktien-, Zins- und Devisenmarkt. Ausgangspunkt dieser Überlegungen ist die Erfassung des Zinsänderungsrisikos in einem arbitragefreien Modellrahmen.

Kapitel 8 befaßt sich zunächst mit der Darstellung verschiedener Zinsbegriffe und der Diskussion wichtiger zinsabhängiger Finanzderivate. Dies schließt sowohl Zins-Forward und Zins-Futures ein wie auch Rentenoptionen bzgl. Kupon- und Nullkuponanleihen und die Zinssatzoptionen Cap, Floor und Swaption. Darüber hinaus wird dem Unterschied zwischen dem Forward-Vertrag und dem Futures ein breiter Raum gewidmet. Da modelltheoretische Überlegungen nicht Gegenstand dieses Kapitels sind, ist es auch möglich, es im Zusammenhang mit Kapitel 1 bis 3 zu lesen.

In Anlehnung an die Vorgehensweise im Fall der Aktienoptionen befaßt sich Kapitel 9 mit diskreten Zinsstrukturmodellen. Insofern handelt es sich um eine Weiterführung der allgemeinen mehrperiodigen Modellierung eines Finanzmarktes. Zusätzlich werden nun Spezifika des Zinsmarktes berücksichtigt. Dies führt beispielsweise zur Diskussion der Erwartungswertthesen in Abschnitt 9.2. Abschnitt 9.1 stellt ein Zahlenbeispiel für ein Zinsstrukturmodell dar, in dem die für die weitere Diskussion wesentlichen Beziehungen erläutert und motiviert werden. Im Rahmen eines (allgemeinen) Binomialmodells werden die Bewertungseigenschaften des Martingalmaßes und des Forward Risk Adjusted Measure in Abschnitt 9.3 und 9.4 dargestellt. Abschnitt 9.5 ist dem Ho-Lee-Modell gewidmet, während 9.6 ein Modell des effektiven Zinssatzes vorstellt. Diese beiden diskreten Zinsstrukturmodelle sind Beispiele für eine konkrete Ausformulierung und beschreiben in keiner Weise erschöpfend die Vielfalt existierender Modellansätze.

Zeitstetige Modelle der Zinsstruktur werden in Kapitel 10 angesprochen. Die Darstellung beschränkt sich weitestgehend auf Modelle mit deterministischer, d.h. nicht zufallsabhängiger Volatilität der Nullkuponanleihen. Diese sogenannten Gauß-Zinsstrukturmodelle stellen eine wichtige, aber keinesfalls die ausschließliche Modellspezifikation dar. Die Beschränkung auf diese Modellklasse bietet sich jedoch aus zwei Gründen an. Zum einen lassen sie sich in natürlicher Weise als Fortsetzung des Black-Scholes-Modells auffassen, so daß die Überlegungen in Kapitel 7 unmittelbar übertragen werden können. Zum anderen stellen sie die Grundstruktur der meisten Anwendungen dar und ermöglichen die Bewertung und Analyse der meisten Optionsverträge in einer der Black-Scholes-Formel vergleichbaren Art und Weise. Von diesen Überlegungen abweichend stellt Abschnitt 10.4 die Familie der lognormalen Zinsstrukturmodelle vor, die im Unterschied zu den Gauß-Zinsstrukturmodellen auf Zinssätzen statt auf (konformen) Zinsraten basieren. Diese Modelle begründen u. a. die Bewertung der Zinssatzoptionen Cap und Floor mittels der Black-Formel.

Das abschließende Kapitel 11 befaßt sich mit einem Modell eines internationalen Finanzmarktes. Dies schließt die simultane Berücksichtigung von Aktienkurs-, Devisenkurs- und Zinsänderungsrisiken ein. Methodisch handelt es sich um eine Verallgemeinerung des Black-Scholes-Modells, da nur zeitabhängige Volatilitäten berücksichtigt werden. In diesem Kontext werden Devisenoptionen und die in Abschnitt 3.3 dargestellten Currency Converted Optionen bewertet. Außer den ebenfalls in Kapitel 3 angesprochenen Asiatischen Optionen werden fast alle in diesem Buch genannten Verträge in den entsprechenden Bewertungsmodellen diskutiert.

Dieses Lehrbuch besitzt einerseits den Charakter einer Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte, andererseits befassen sich insbesondere die Kapitel 10 und 11 mit Themen, die nicht dem üblichen Vorlesungsangebot zuzuordnen sind. Der zunehmenden Bedeutung, die derivative Finanzverträge beispielsweise von Seiten der Banken, Versicherungen, international tätigen Unternehmen und auch der staatlichen Aufsicht erfahren, kann jedoch nur Rechnung getragen werden, falls diese Inhalte stärker in die Lehrveranstaltungen eingebunden werden. Dieses Lehrbuch versucht, sich dieser Thematik weitestgehend mit einfachen Methoden zu nähern. So erfährt die Diskussion der Vertragseigenschaften einen breiten Raum, ohne jedoch formale

Aspekte auszublenden. Ebenso bedient sich die Methodik zu einem großen Teil diskreter Konzepte der Wahrscheinlichkeitstheorie und begründet die Grenzwertaussagen aus der Gültigkeit des Zentralen Grenzwertsatzes. Drei der insgesamt 11 Kapitel befassen sich mit dem stetigen Modellrahmen. Im Vordergrund steht jedoch nicht eine mathematisch exakte Darstellung, sondern eine sich an den inhaltlichen Aussagen orientierende Diskussion. Ziel des wahrscheinlichkeitstheoretischen Modellrahmens ist es, ökonomische Fragen präzise zu formulieren und im Modell zu beantworten.

Danksagung

Das vorliegende Lehrbuch wäre ohne die Unterstützung meiner Kollegen und der tatkräftigen Hilfe meiner Mitarbeiter am Lehrstuhl für Bankbetriebslehre an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz, der kritischen Rückmeldung von Studentinnen und Studenten der Universitäten Bonn und Mainz und der Hilfe und Geduld meiner Familie nicht geschrieben worden. Ausdrücklicher Dank gebührt meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. Dieter Sondermann, dessen wissenschaftliche und persönliche Unterstützung von entscheidender Bedeutung war. Ebenso bedanke ich mich bei den Professoren des Staats- und Rechtswissenschaftlichen Fachbereichs der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn. Insbesondere gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Werner Hildenbrand, der als Sprecher des SFB 303 meinen Werdegang kritisch und konstruktiv begleitet hat. Dergleichen gilt für Herrn Prof. Dr. Urs Schweizer, dem Leiter des European Doctoral Program und des Graduiertenkollegs an der Universität Bonn.

Der Inhalt dieses Buches ist Hintergrund und teilweise auch Ergebnis gemeinsamer Arbeiten mit einer Reihe von Kollegen. An erster Stelle darf ich Herrn Prof. Dr. Dieter Sondermann nennen, der mich vor fast 10 Jahren für dieses Gebiet begeisterte. Unsere gemeinsamen Arbeiten zu Zinsstrukturmodellen haben dieses Buch wesentlich beeinflusst. Darüber hinaus verdient sein Vertrauen, mich frühzeitig mit selbständigen Lehrveranstaltungen zu betrauen, meinen Dank. Wesentliche Teile dieses Buches beruhen auf diesen

Vorlesungen und Seminaren. Meinen beiden dänischen Kollegen, Herrn Prof. J. Aase Nielsen (Aarhus) und Herrn Prof. Kristian R. Miltersen (Odense), bin ich für die langjährige gemeinsame Arbeit zu aufrichtigem Dank verpflichtet. Diese Arbeiten finden ihren Niederschlag an vielen Stellen dieses Buches. Besonderer Dank gebührt Herrn Dr. Erik Schlögl und Herrn Dr. Matthias Reimer, die frühe Skriptfassungen von Teilen dieses Buches kritisch durchgesehen haben und deren wissenschaftliche Arbeit einen großen Einfluß auf die vorliegende Fassung hat. Ebenso gilt mein Dank Herrn Dr. Rüdiger Frey, Herrn Dr. Daniel Sommer und Herrn Dipl.-Vw. Christian Spieler für die langjährige Diskussion, die uns verbindet.

Einen besonders zu würdigen Beitrag zu diesem Buch haben die Mitarbeiter des Lehrstuhls für Bankbetriebslehre der Johannes Gutenberg-Universität geleistet. Mein aufrichtiger Dank geht an Frau Dipl.-Vw. Monika Mertens und Frau Viola Leuschner, die unermüdlich und mit großem Einsatz meine handschriftlichen Vorlagen in die vorliegende Fassung gebracht haben. Frau Dipl.-Vw. Mertens, Frau Dipl.-Kffr. Beate Jüttner-Nauroth, Frau Sonja Raue, Herrn Michael Bachschuster und Herrn Dipl.-Math., Dipl.-Vw. Jochen Beißer danke ich herzlich für die gewissenhaften Korrekturen und Verbesserungsvorschläge. Ebenso gilt mein Dank meiner Sekretärin, Frau Margitta Hetzius, die neben Frau Viola Leuschner große Teile des Textes eingegeben und kritisch gegengelesen hat.

Neben den genannten Kollegen und Mitarbeitern hat meine Frau, Dipl.-Vw., Dipl.-Übers. Beate Sandmann, wesentlichen Anteil an diesem Buch. Ohne Ihre Hilfe, Rücksicht und kritische Durchsicht wäre dieses Buch nicht entstanden. Neben unseren Kindern hat sie die Hauptlast an diesem Buch getragen.

Nicht zuletzt bedanke ich mich beim Springer-Verlag, namentlich bei Herrn Dr. Werner A. Müller, für seine Unterstützung und die Geduld, die er mir entgegengebracht hat.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1. Grundlagen eines Finanzmarktmodells	1
1.1. Erste Überlegung zur Auszahlung von Optionen	2
1.2. Einperiodenmodell	8
1.3. Fundamentallemma der Wertpapierbewertung	17
1.4. Exkurs: Zustandspreise, Arbitragefreiheit und Gleichgewicht	28
Weiterführende Literatur	34
Übungsaufgaben	35
Kapitel 2. Verteilungsunabhängige Bewertungsgrenzen für Call- und Put-Optionen	37
2.1. Put-Call Parität	39
2.2. Satz von Merton	41
2.3. Strukturaussagen	46
Weiterführende Literatur	51
Übungsaufgaben	52
Kapitel 3. Eigenschaften ausgewählter Exotischer Optionen	55
3.1. Barrier Optionen und verwandte Vertragsformen	57
3.2. Asiatische Optionen	78
3.3. Two-Color Rainbow Optionen	90
Weiterführende Literatur	95
Übungsaufgaben	97
Kapitel 4. Diskrete Zeitparameterisierung	101
4.1. Wertpapiere und Wahrscheinlichkeiten	101
4.2. Mehrperiodenmodell	108
4.3. Arbitragefreiheit und Martingale	122

4.4. Marktvollständigkeit	139
Weiterführende Literatur	152
Übungsaufgaben	153
Kapitel 5. Binomialmodell für Aktienoptionen	157
5.1. Grundmodell	157
5.2. Binomialformel	164
5.3. Anmerkungen und Erweiterungen	172
5.4. Grenzwertresultat des Binomialmodells	178
Weiterführende Literatur	191
Übungsaufgaben	192
Kapitel 6. Anwendung des Binomialmodells auf Barrier	
Optionen und verwandte Vertragsformen	193
6.1. Rekursive Algorithmen	193
6.2. Binomialformeln	199
6.3. Amerikanische Barrier Optionen	215
6.4. Grenzwert des Binomialmodells für Barrier Optionen	222
Weiterführende Literatur	235
Übungsaufgaben	236
Kapitel 7. Grundlagen zeitstetiger Kursprozesse und das	
Black-Scholes-Modell	239
7.1. Brown'sche Bewegung, stochastische Integrale und weitere Hilfsmittel	240
7.2. Das Black-Scholes-Modell	252
7.3. Risikokennziffern im Black-Scholes-Modell	260
7.4. Zustandspreise und Martingalmaß im Black-Scholes-Modell	264
7.5. Zusammenfassung	269
Weiterführende Literatur	271
Übungsaufgaben	272
Kapitel 8. Zinsstruktur: Begriffsbildung und grundlegende	
Verträge	275
8.1. Begriffsbildung	277
8.2. Forward, Futures und Zinsswap	281

8.3. Renten- und Zinssatzoptionen	290
Weiterführende Literatur	301
Übungsaufgaben	301
Kapitel 9. Diskrete Zinsstrukturmodelle	305
9.1. Diskretes Beispiel	307
9.2. Erwartungswertthesen	314
9.3. Martingalmaß und Rückwärtsinduktion	317
9.4. Forward Risk Adjusted Measure und Vorwärtsinduktion . .	319
9.5. Das Ho-Lee-Modell	322
9.6. Binomialmodell mit nicht-negativen Zinsrealisationen	332
Weiterführende Literatur	340
Übungsaufgaben	341
Kapitel 10. Zeitstetige Zinsstrukturmodelle	343
10.1. Kursorientierter Ansatz	345
10.2. Forward Risk Adjusted Measure	355
10.3. Maßwechseltechnik und Optionsbewertung in Gauß- Zinsstrukturmodellen	360
10.4. Lognormale Zinsstrukturmodelle	372
Weiterführende Literatur	383
Übungsaufgaben	385
Kapitel 11. Modell eines internationalen Finanzmarktes	387
11.1. Devisenoptionen	391
11.2. Currency Converted Optionen	396
Weiterführende Literatur	406
Übungsaufgaben	407
Kapitel 12. Lösungen der Übungsaufgaben	409
Lösungen zu Kapitel 1	409
Lösungen zu Kapitel 2	415
Lösungen zu Kapitel 3	419
Lösungen zu Kapitel 4	429
Lösungen zu Kapitel 5	438
Lösungen zu Kapitel 6	441

Lösungen zu Kapitel 7	447
Lösungen zu Kapitel 8	452
Lösungen zu Kapitel 9	458
Lösungen zu Kapitel 10	462
Lösungen zu Kapitel 11	468
Literaturverzeichnis	473
Autorenindex	483
Stichwortverzeichnis	487