

## Teil B: Schwingungen

Nach Abschn. 2 ist es zweckmäßig, die Gesamtheit der Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen in Einzelprobleme aufzuteilen. In diesem Teil B werden Schwingungen von Kraftfahrzeugen behandelt. Vorherrschend sind die Bewegungen in  $z$ -Richtung (deshalb spricht man auch von Vertikaldynamik). Die Schwingungen entstehen durch externe Anregungen (Unebenheiten der Straße) und durch interne (Rad-Reifen, Motor).

Sehr ausführlich werden die von Straßenunebenheiten angeregten Schwingungen diskutiert, und zwar begrenzt auf einen Frequenzbereich von Null bis etwa 25 Hz, weil nur Starrkörperschwingungen behandelt werden. (Biege- und Torsionseigenfrequenzen von z.B. Pkw-Karosserien bleiben unberücksichtigt.)

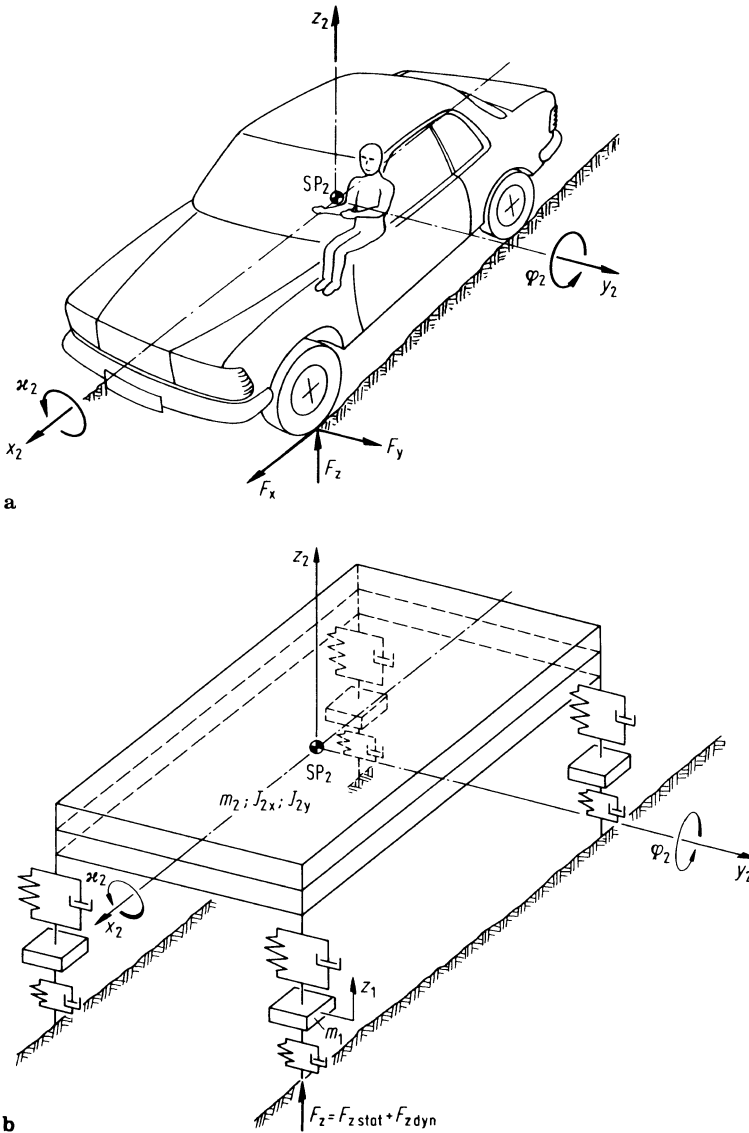
Zur Einführung dieser Schwingungen ist in Bild 54.1 ein vierrädriges Kraftfahrzeug gezeigt, das über eine unebene Straße fährt, in Teilbild a als allgemeines Bild, in Teilbild b als räumliches Schwingungersatzsystem. Der Aufbau des Kraftfahrzeuges mit der Masse<sup>1</sup>  $m_2$  und den hier wichtigen Trägheitsmomenten um die Querachse  $J_{2y}$  und um die Längsachse  $J_{2x}$  stützt sich über vier Federn mit den zugehörigen vier Dämpfern auf den Rädern ab. Die Räder haben die Massen<sup>2</sup>  $m_1$ . Diese stützen sich ihrerseits über die Reifenfedern und die Reifendämpfer auf der unebenen Fahrbahn ab. Im Schwerpunkt des Aufbaues  $SP_2$  ist das rechtwinklige Koordinatensystem  $x_2$  (in Fahrtrichtung zeigend),  $y_2$  (seitlich) und  $z_2$  (senkrecht nach oben) eingezeichnet. Als Winkelbewegungen wurden um die  $x_2$ -Achse die Wankbewegung  $\kappa_2$  und um  $y_2$  die Nickbewegung  $\varphi_2$  eingetragen.

Durch die Straßenunebenheiten führen die Räder überwiegend Schwingungen in  $z_1$ -Richtung, der Aufbau, d.h. die Karosserie des Fahrzeuges, hauptsächlich in  $z_2$ -,  $\varphi_2$ - und  $\kappa_2$ -Richtung aus. Neben diesen Hauptbewegungen entstehen beim Überfahren der Unebenheiten auch Längskräfte an den Reifen, die das Fahrzeug zu Längsschwingungen in  $x_2$ -Richtung anregen. Auch Querbewegungen  $y_2$  können bei Geradeausfahrt des Fahrzeuges auftreten. Deren Größe hängt von der Art der Radaufhängung ab.

---

<sup>1</sup>  $m_2$  muß nicht mit der im „Teil A“ genannten Masse  $m_A$  identisch sein, weil sich  $m_A$  aus mehreren gegeneinander schwingenden Einzelmassen zusammensetzen kann, z.B. aus der steif angenommenen Karosserie mit der Masse  $m_2$  und den abgefederten Insassen.

<sup>2</sup> Auch zwischen  $m_1$  und  $m_R$  gibt es Unterschiede.  $m_1$  ist die mit  $z_1$  schwingende Ersatzmasse, während z.B. bei einer Pendelachse  $m_R$  außen am Rad mit  $z_1$  und innen an der karosserieseitigen Lagerung mit  $z_2$  schwingt.



**Bild 54.1 a, b.** a Vierrädriges Kraftfahrzeug mit Fahrer auf unebener Fahrbahn; b einfaches räumliches Schwingungersatzsystem des Kraftfahrzeuges, hier ohne Fahrer

Die Beschleunigungen in  $z_2$ -,  $x_2$ -,  $\varphi_2$ - und  $\kappa_2$ -Richtung ergeben über noch zu besprechende Beurteilungsmaßstäbe den „Komfort“ für die Insassen.

Außerdem bewirken die Schwingungen Kräfte bzw. Kraftschwankungen. Zum Beispiel ist die vertikale Last  $F_z$  (Bild 54.1 b) zwischen Rad und Fahrbahn nicht konstant, sondern ändert sich mit der Zeit. Diese Radlastschwankung  $F_{z \text{ dyn}}$  kann negativ und so stark sein, daß die Vertikallast zu Null wird, wodurch keine Um-

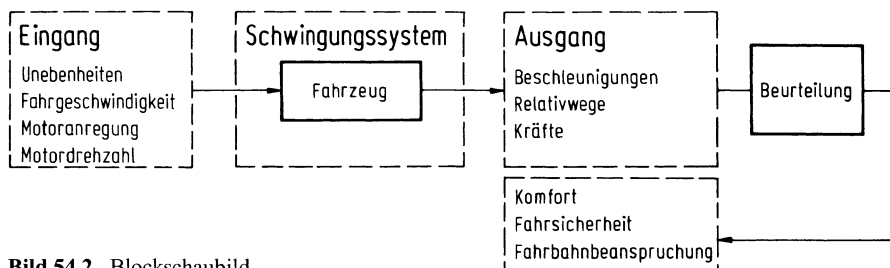


Bild 54.2. Blockschaubild

fangs- und Seitenkräfte  $F_x$  und  $F_y$  mehr zwischen Rad und Fahrbahn übertragen werden können. Damit wird die Radlastschwankung zu einem Maßstab für die „Fahrsicherheit“.

Die über die statische Last  $F_{zstat}$  hinausgehenden positiven Radlaständerungen beanspruchen die Fahrbahn zusätzlich, wodurch sie auch zur Charakterisierung der „Fahrbahnbeanspruchung“ herangezogen werden können.

Ferner ist die Größe des Relativweges zwischen Aufbau und Rad für den Raumbedarf in den Radhäusern der Karosserie wichtig.

Das Gesagte kann schematisch in dem Blockschaubild 54.2 zusammengefaßt werden. Unebenheiten und Fahrgeschwindigkeit bilden den „Eingang“ in das „Schwingungssystem“ Fahrzeug. Als „Ausgang“ resultieren physikalische Größen wie Beschleunigungen, Relativwege und Kräfte, die anhand verschiedener Beurteilungsmaßstäbe nach Komfort, Fahrsicherheit oder Fahrbahnbeanspruchung „beurteilt“ werden.

Analog zu den unebenheitserregten Schwingungen gilt das Blockschaubild auch für die motorerregten. Das Antriebsaggregat, bestehend aus Motor, Drehzahl- und Drehmomentenwandler, ist über Gummilager im Aufbau abgestützt und führt Relativbewegungen zu ihm aus. Die hin- und hergehenden Massen des Hubkolbenmotors und dessen Verbrennungsvorgänge ergeben die „Motoranregung“. Die in den Gummilagern sich ausbildenden, schwingenden Kräfte spüren die Insassen als Vibrationen und Geräusche, also als komfortmindernd. Im „Eingang“ des Bildes 54.2 ist deshalb die „Motoranregung“ und die damit eng verbundene „Motordrehzahl“ eingetragen.

Weiterhin regt ein durch Gasgeben oder Gaswegnehmen veränderliches Motormoment das Fahrzeug zu Längsschwingungen an, die sich zu den stationären Längsbeschleunigungen bzw. -verzögerungen überlagern.

Aus dieser Aufzählung ergibt sich die Gliederung des Teiles B:

In Kap. IX werden am Beispiel von Einmassensystemen Eigen- und Erregerschwingungen behandelt sowie die wichtigen Begriffe wie Frequenz, Dämpfungsmaß und Vergrößerungsfunktion erklärt. Es werden harmonische, periodische und die bei Unebenheiten auftretenden stochastischen Anregungen beschrieben. Die mathematische Behandlung regelloser Schwingungen sowie die Berechnung der statistischen Größe Streuung wird über die Spektrale Dichte erläutert.

Soweit sinnvoll werden anhand des einfachen Einmassensystems die ersten fahrzeugtechnischen Anwendungen gebracht.

In Kap. X werden die für die Beurteilung von Schwingungen wichtigen Größen zusammengestellt. Es sind Radlastschwankungen, Federwege und Schwingempfinden von Menschen.

In Kap. XI wird dann auf Kraftfahrzeuge übergegangen. Anhand eines Dreimassensystems mit Einpunktanregung durch Unebenheiten werden Einfluß von Aufbaufederung und -dämpfung, Radmasse, Reifenfederung und Beladung auf Komfort, Radlastschwankung und Federwege gezeigt. Abschnitte über die Einflüsse nichtlinearer Kennlinien und über den Gewinn durch „geregelte Fahrwerke“ schließen dieses Kapitel.

In Kap. XII wird das Kraftfahrzeug-Schwingungssystem auf ein zweiachsiges Kraftfahrzeug erweitert, wobei allerdings die Unebenheiten in der linken und rechten Spur immer noch gleich sind, sog. Zweipunkt- bzw. Einspuranregung. Die Ergebnisse aus Kap. XI werden nun um den Einfluß der Lage der Sitze in Längsrichtung, des Radstandes und der Koppelmasse ergänzt. Weiterhin werden in Kap. XII das Bremsnicken und der Einfluß des relativ schweren Antriebsaggregates auf den Komfort der Insassen behandelt.

In Kap. XIII wird die Zweispur-Vierpunktanregung behandelt. Durch die Verschiedenheit der Unebenheiten in den beiden Spuren (s. Bild 54.1) wankt das Kraftfahrzeug nun auch. Die Ergebnisse aus Kap. XI können auf Wankschwingungen angewandt werden.

Kap. XIV beschreibt den Einfluß von Radaufhängungen. Durch die Anlenkung mittels Lenker treten Beschleunigungskopplungen zwischen Aufbau und Rädern auf, die die Karosserie mit höheren Frequenzen anregen und für die Insassen zu höheren Innengeräuschen führen. Auf den Einfluß der Gummilager in den Lenkern wird hingewiesen. Weiterhin können durch die Radaufhängungen Spurverschiebungen beim Einfedern der Räder und damit Seitenkräfte auftreten. Dadurch wird das Fahrzeug zusätzlich seitlich verschoben und zu Schüttelschwingungen ange-regt. Neben einigen Einzelradaufhängungen wird auch die Starrachse analysiert.

In Kap. XV werden zum ersten Mal Fahrzeuglängsschwingungen betrachtet, und zwar unterteilt nach Unebenheits- und Motorerregung.

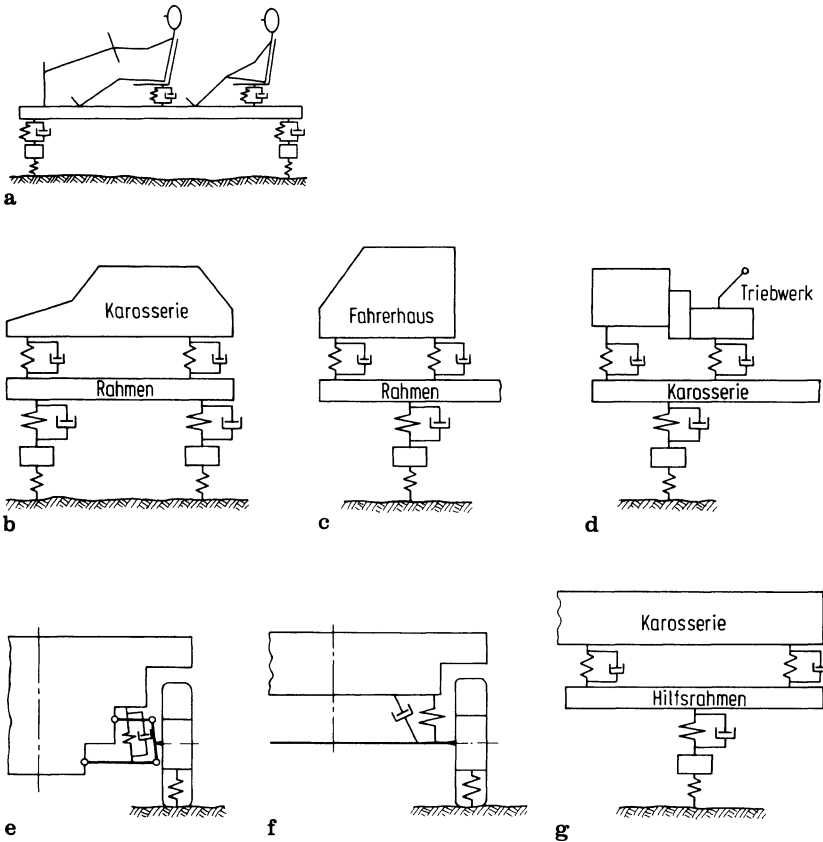
In Kap. XVI wird ein Einblick in die Auswirkung motorerregter Schwingungen gegeben, die die Insassen durch Vibrationen und Geräusche stören. Nach der Schwingungsanregung des Hubkolbenmotors werden Auslegungskriterien für das Schwingungssystem Antriebsaggregat auf seinen (Gummi-)Lagern gegeben.

Die Ergebnisse fast jeden Kapitels sind in einem eigenen Abschnitt zusammengefaßt. Die Nummer des Abschnittes ist aus der Tabelle des abschließenden Kap. XVII zu entnehmen.

## 54 Schwingungersatzsysteme

Das einfache räumliche Schwingungersatzschema nach Bild 54.1b hat schon neun Freiheitsgrade, fünf für den Aufbau ( $z_2, \varphi_2, \kappa_2, x_2, y_2$ ) und je einen für jedes Rad.

Damit ist aber das Schwingungssystem noch nicht völlig erfasst. So sitzen in der Pkw-Karosserie oder im Fahrerhaus eines Nutzfahrzeuges Insassen, deren Oberkörper über federnde und bedämpfte Sitze sich relativ zum Fahrzeugaufbau bewegen, s. Bild 54.3a. Weiterhin muß der Aufbau nicht aus einer Einzelmasse bestehen, sondern er kann noch weiter aufgeteilt sein: bei Pkw und Omnibus nach Bild 54.3b in einen Rahmen und eine Karosserie, die durch Gummifedern gegeneinander abgefedert sind (heute sehr selten), oder beim Lkw nach Bild 54.3c in einen Rahmen und ein Fahrerhaus. Weiterhin befindet sich in dem Aufbau noch das schon o.g. über Gummilager abgestützte Antriebsaggregat (s. Bild 54.3d). In Bild 54.1b wurden auch keine Radführungen eingezeichnet, die zur Führung der Räder relativ zum Aufbau und zur Übertragung von Kräften (z.B. Seitenkräften bei Kurvenfahrt) wichtig sind. Bild 54.3e zeigt als Beispiel für eine Einzelradaufhängung den Doppelquerlenker. Die vom Rad auf den Aufbau übertragenen



**Bild 54.3 a–g.** Zusätzliche Schwingungsersatzsysteme. **a** Insassen auf Sitz; **b** und **c** Aufbauten auf Rahmen; **d** Triebwerkslagerung in der Karosserie; **e** Doppelquerlenker-Radaufhängung; **f** Starrachse (Seitenführung nicht gezeichnet); **g** Radaufhängung in einem Hilfsrahmen, der wiederum elastisch in der Karosserie gelagert ist

Kräfte wirken nicht nur über die Feder und den Dämpfer, sondern auch über zwei Gelenke. Diese Gelenke wiederum sind aus akustischen Gründen nicht metallisch in der Karosserie gelagert, sondern über Gummiteile elastisch. Bild 54.3f zeigt eine weitere, häufig bei Nutzfahrzeugen verwendete Radaufhängung, die sog. Starrachse, bei der die Räder rechts und links starr miteinander verbunden sind. Des öfteren werden die Achsen in einem Hilfsrahmen montiert, der anschließend in das Fahrzeug eingebaut wird. Wird dieser Hilfsrahmen zur Reduzierung der Geräuschübertragung elastisch in dem Aufbau des Fahrzeuges gelagert, s. Bild 54.3g, dann erhält man weitere Freiheitsgrade für die Schwingungen des Systems.

Die Aufzählung anhand der einzelnen Bilder macht deutlich, daß das Schwingungssystem eines Fahrzeuges sehr kompliziert ist, weil es sehr viele Freiheitsgrade hat. Dabei wurden in der bisherigen Aufzählung nur diskrete Schwinger, also starre Einzelmassen genannt, und es wurde noch nicht auf kontinuierliche Schwinger eingegangen, wie es für die Erklärung z.B. einer Biegeschwingung eines Lkw-Rahmens erforderlich wäre. Die Aufbauten von Pkw haben Eigenfrequenzen ab 25 Hz für Limousinen, ab 17 Hz für Cabriolets, die Rahmen von Lkw ab 6 Hz.

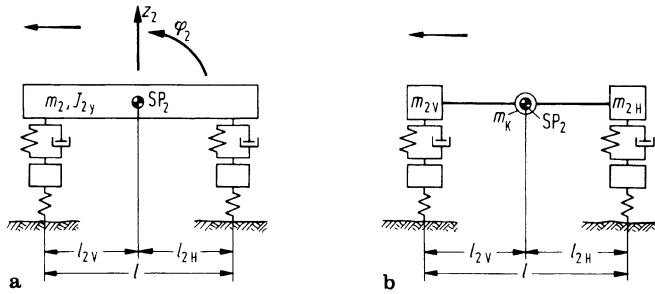
Die Kontinuumsschwingungen dieser Bauteile sollen hier zur Vereinfachung vernachlässigt bleiben, oder anders ausgedrückt, die Berechnungen mit diskreten Schwingern werden nur bis zu einer bestimmten Frequenz richtig sein. Diese Grenzfrequenz muß im einzelnen abgeschätzt werden.

### 54.1 Vereinfachte Schwingungersatzsysteme

Mit den heutigen Rechnern ist es möglich, auch sehr komplizierte Schwingungsgebilde, d.h. Schwingungssysteme mit vielen Freiheitsgraden, zu berechnen. Sehr schwierig ist es hingegen, die Rechenergebnisse zu verstehen. Um ein Verständnis für das Schwingungsverhalten von Kraftfahrzeugen zu erhalten, muß mit möglichst einfachen Systemen, mit möglichst wenig Freiheitsgraden begonnen werden, die dann Schritt für Schritt zahlreicher werden.

Die Grundannahme soll lauten: Das Fahrzeug ist um seine Längsachse  $x_2$  (Bild 54.1) symmetrisch aufgebaut. Dann ist einleuchtend, daß bei reiner Hubanregung, d.h., die Unebenheiten am linken und rechten Rad einer Achse sind gleich, der Fahrzeugaufbau keine Wank- und Seitenschwingungen  $\kappa_2$  und  $y_2$  ausführt, sondern nur Hub- und Nickbewegungen  $z_2$  und  $\varphi_2$ . Ebenso einleuchtend ist, daß bei reiner Wankanregung, d.h., die Unebenheit am linken Rad geht um das gleiche Maß nach oben wie die am rechten nach unten,  $\kappa_2$  und  $y_2$  auftreten und nicht  $z_2$  und  $\varphi_2$ . Danach sind also Hub-/Nickschwingungen und Wank-/Seitenschwingungen nicht gekoppelt, sie beeinflussen sich nicht gegenseitig.

Damit zerfällt das komplizierte Fahrzeugsystem in zwei einfachere Schwingungssysteme, eines für die Hub-/Nickbewegung, das zweite für die Wank-/Seitenbewegung. Vorausgesetzt muß allerdings werden, daß die wirklichen Straßenebenen sich in reine Hub- und Wankanregungen aufteilen lassen. Das ist aber nicht schwierig, s. Kap. XIII.



**Bild 54.4 a, b.** Ebenes Schwingungsersatzsystem für ein Zweiachsfahrzeug, keine Radaufhängung dargestellt. **a** Fahrzeugaufbau mit Masse  $m_2$  und Trägheitsmoment  $J_{2y}$ ; **b** ersetzt durch drei Punktmassen  $m_{2V}$ ,  $m_{2H}$  und  $m_K$

Bei reiner Hubanregung durch die Unebenheiten betrachtet man das Fahrzeug von der Seite (s. Bild 54.4). Ersetzt man den Aufbau<sup>3</sup> mit seiner Masse  $m_2$  und seinem Trägheitsmoment  $J_{2y}$  nach Bild 54.4a durch drei Punktmassen,  $m_{2V}$  und  $m_{2H}$  über den Achsen und  $m_K$  im Aufbauswerpunkt nach Bild 54.4b, dann wird sich noch eine weitere Vereinfachung ergeben. Die Größe der drei Massen, die durch masselose Stangen miteinander verbunden sind, ergeben sich aus den drei folgenden Bedingungen.

Die Gesamtmasse bleibt konstant

$$m_{2V} + m_K + m_{2H} = m_2, \quad (54.1)$$

die Schwerpunktslage bleibt erhalten

$$m_{2V}l_{2V} - m_{2H}l_{2H} = 0, \quad (54.2)$$

und auch das Trägheitsmoment  $J_{2y}$  behält seine Größe

$$J_{2y} = m_2 i_y^2 = m_{2V} l_{2V}^2 + m_{2H} l_{2H}^2. \quad (54.3)$$

Dabei ist der Trägheitsradius  $i_y$  eingeführt worden. Weiterhin sind  $l_{2V}$ ,  $l_{2H}$  die waagerechten Abstände des Aufbauswerpunktes zu den Rädern,  $l$  ist der Radstand. Aus diesen drei Gleichungen ergeben sich die Einzelmassen zu

$$m_{2V} = m_2 \frac{i_y^2}{ll_{2V}}; m_{2H} = m_2 \frac{i_y^2}{ll_{2H}}; m_K = m_2 \left( 1 - \frac{i_y^2}{l_{2V}l_{2H}} \right). \quad (54.4)$$

Die Koppelmasse  $m_K$  ist anschaulich darstellbar: Für den Sonderfall  $m_K = 0$  bleiben die Bewegungen der Massen  $m_{2V}$  und  $m_{2H}$  über der vorderen und hinteren Achse voneinander unabhängig, d.h., wird das Fahrzeug an der Vorderachse angeregt, dann bewegt sich die Masse  $m_{2V}$ , aber nicht die Masse  $m_{2H}$ , und umgekehrt. Ist hingegen die Koppelmasse ungleich Null, dann beeinflussen sich die Be-

<sup>3</sup> Marquard, E.: Schwingungsdynamik des schnellen Straßenfahrzeugs. Essen: Girardet 1952.

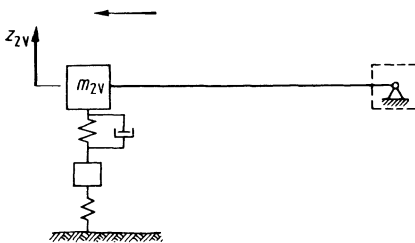
wegungen, d.h. beim Anstoß an der Vorderachse bewegt sich nach wie vor die Masse  $m_{2V}$ , aber auch die Masse  $m_{2H}$ .

Es sei noch darauf hingewiesen, daß nach (54.4) die Koppelmasse auch negativ sein kann. Eine Masse kann selbstverständlich nicht negativ werden,  $m_K$  ist also nur eine Rechengröße, der man, weil sie die Dimension einer Masse hat, auch den Namen einer Masse gegeben hat.

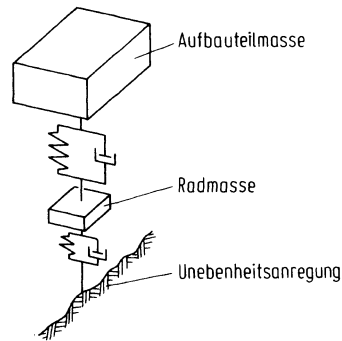
Für den Sonderfall  $m_K = 0$ , der bei Pkw näherungsweise häufig vorkommt, besteht die angekündigte Vereinfachung darin, daß statt eines Schwingungssystems mit vier Freiheitsgraden (zwei für den Aufbau, je einer für die Achsen vorn und hinten) und den zwei gleichzeitig wirkenden Unebenheitsanregungen an Vorder- und Hinterrädern (s. Bild 54.4) jetzt zwei entkoppelte Schwingungssysteme mit je zwei Freiheitsgraden und nur je einer Unebenheitsanregung existieren. Das Verständnis für ein System mit zwei Freiheitsgraden ist natürlich leichter zu erarbeiten als für eines mit vier. In Bild 54.5 ist das vereinfachte System für den Fall der Anregung vorn dargestellt, es dreht sich um die Punktmasse hinten. Es ist dann auch zweckmäßig, nicht mehr die Schwerpunktskoordinaten  $z_2$  oder  $\varphi_2$  zu betrachten, sondern die Koordinate  $z_{2V}$  für die Bewegung der vorderen Punktmasse  $m_{2V}$  einzuführen. (Bei der Betrachtung des hinteren Systems liegt der Drehpunkt in der vorderen Masse.)

Für den Sonderfall  $m_K = 0$  kann man noch die vordere oder hintere Aufbaumasse halbieren und kommt zum anschaulichen sog. „Viertelfahrzeug“, s. Bild 54.6.

Zur Berechnung von Nickschwingungen  $\varphi_2$  muß dann wieder vom einfachen System nach Bild 54.5 auf das kompliziertere nach Bild 54.4b zurückgegangen werden, bei Erfassung der Wankschwingungen  $\kappa_2$  auf Bild 54.1b.



**Bild 54.5.** Ebenes Schwingungssystem für ein Zweiachsfahrzeug mit Koppelmasse  $m_K = 0$



**Bild 54.6.** Viertelfahrzeug, entstanden aus Bild 54.1b