Heidelberger Taschenbücher Band 151

Christian Blatter

Analysis I

Zweite, verbesserte Auflage

Mit 54 Figuren

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1977

Prof. Dr. Christian Blatter
Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich

AMS Subject Classification (1970): 26-01; 26 A 03, 26 A 06, 26 A 09, 26 A 15, 26 A 24, 26 A 27, 26 A 51

ISBN 978-3-540-08204-0 ISBN 978-3-662-05709-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-05709-4

Library of Congress Cataloging in Publication Data. Blatter, Christian, 1935–. Analysis. (Heidelberger Taschenbücher; 151). Includes indexes. 1. Mathematical analysis. I. Title. QA300.B573 1977 515 77–3557

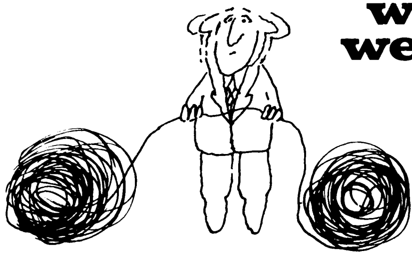
Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1977.

Gesamtherstellung: Zechnersche Buchdruckerei, Speyer. 2144/3140–543210

Meinen Eltern gewidmet

**Wir wollen
Ihnen weder erklären,
wo Endlos anfängt,
noch wo es aufhört.**

**Wohl aber,
wie es
weiter-
geht.**



(aus der Anzeige einer Formulardruckerei)

Vorwort zur 1. Auflage

Dieses Buch ist entstanden aus Vorlesungen, die ich zum Teil in Basel und in Stanford, dann wiederholt an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich gehalten habe. Mein Ziel war es, die Infinitesimalrechnung (den „Calculus") und die Grundlagen der Analysis in der Weise nebeneinander zu entwickeln, daß die allgemeinen Sätze der Grundlagen laufend an konkreten Beispielen und Anwendungen erprobt werden können. Dabei habe ich mich bemüht, die zentralen Begriffe und Sätze jeweils in anschaulicher Sprache vorzubereiten und zu motivieren.

Entscheidend ist die Frage des richtigen Maßes an mathematischer Strenge, Allgemeinheit und Abstraktion. Abgesehen von den logischen und arithmetischen Grundlagen, wo ich mich auf einen „naiven" Standpunkt gestellt habe, bin ich darauf ausgewesen, eine strenge oder eben: eine richtige Analysis abzuliefern. Dieses Vorhaben ist zu Beginn einfach, wird aber zusehends schwieriger, da die betrachteten Situationen immer komplizierter und in der geometrischen Beschreibung aufwendiger werden. An Allgemeinheit habe ich soviel eingebaut, wie ein Student in den ersten Studienjahren (und manch einer im ganzen Leben) vernünftiger Weise braucht. Auf das Lebesguesche Integral und den schiefen Differentialkalkül wurde also verzichtet; dafür findet man z. B. eine ausführliche Technik des Integrierens und eine moderne Darstellung der Vektoranalysis, wie sie vom Physiker, aber auch vom Ingenieur benötigt wird.

Immerhin war ich bestrebt, von Anfang an mit den richtigen und über diese „Analysis" hinaus fruchtbaren Begriffen zu arbeiten; dabei wurde ein höheres Niveau der Abstraktion gerne in Kauf genommen, wenn das Wesentliche dafür besser zur Geltung kam. So spielt sich Konvergenz von vorneherein in einem metrischen Raum ab und beschränkt sich nicht zunächst auf Folgen von reellen Zahlen. Weniger banales Beispiel: In der mehrdimensionalen Analysis wurde versucht, die heute übliche Denkweise der Differentialgeometrie vorzubereiten und zu schulen, soweit das ohne Gebrauch der multilinearen Algebra möglich ist. (Was dabei an elementarer linearer Algebra benötigt wird, habe ich laufend herbeizitiert, im allgemeinen aber nicht bewiesen.)

Die drei Bände „Analysis I–III" sind in erster Linie bestimmt für Studenten der Mathematik und der Physik, allenfalls weiterer Wissenschaften, in den ersten zwei bis drei Semestern. Da stellt sich natürlich das Problem der verschiedenen Vorbildung: Immer mehr Studenten sind schon auf der Mittelschule (oder gar im Kindergarten) mit „Neuer Mathematik" konfrontiert worden; andere haben dort einen eher traditionellen Mathematikunterricht genossen. Um dieses Buch einem möglichst großen Kreis zugänglich zu machen, habe ich mich entschlossen, einfach am Anfang anzufangen; der Leser mag dann selbst entscheiden, wo er einsteigen will. Dem Novizen würde ich empfehlen, die Abschnitte 15 und 16 sowie die Kapitel 3 und 4 fürs erste zu überspringen oder wenigstens nur kursorisch zu lesen.

Zu Dank verpflichtet bin ich meinen Lehrern Heinz Huber (der manche gute Idee zu diesen Vorlesungen beigesteuert hat) und Hans Samelson (an den ich bei der Niederschrift oft gedacht habe: whether he would like it that way), ferner auch Walter Rudin (dessen unerreichte „Principles of Mathematical Analysis" mir an verschiedenen Stellen zu Hilfe gekommen sind). Herrn Hugo Rytz danke ich für die sorgfältige Reinzeichnung der zahlreichen Figuren, endlich der Werbeagentur René Blaser, Zürich, für die Überlassung des voranstehenden Cartoons.

Zürich, Ende März 1974 Christian Blatter

Vorwort zur 2. Auflage

Die zweite Auflage ist im wesentlichen ein verbesserter Nachdruck der ersten. Umfangreichere Änderungen habe ich nur in den Abschnitten 16, 41–43 und 94–96 vorgenommen. Die Abschnitte 94 und 95 wurden vollständig neu geschrieben mit dem Ziel, die geometrischen Eigenschaften der Abbildung $t \mapsto e^{it}$ noch klarer herauszuarbeiten. – Kleinere Verschiebungen von Seitenzahlen (in den Abschnitten 94–96 auch von Satznummern) waren unvermeidbar; dies ist bei Verweisen aus den Bänden II und III, 1. Auflage, zu berücksichtigen.

Ich danke allen Kollegen und Kommilitonen, die mich auf mögliche Verbesserungen dieser „Analysis" aufmerksam gemacht haben.

Zürich, Ende Januar 1977 Christian Blatter

Hinweise für den Leser

Das ganze Werk (drei Bände) ist eingeteilt in dreißig Kapitel, jedes Kapitel in höchstens neun Abschnitte. Sätze und Propositionen sind kapitelweise numeriert; die halbfette Signatur **(12.3)** bezeichnet den dritten Satz in Kapitel 12. Formeln, die später noch einmal benötigt werden, sind abschnittweise mit mageren Ziffern numeriert. Innerhalb eines Abschnitts wird ohne Angabe der Abschnittnummer auf die Formel (1) zurückverwiesen; (123.4) hingegen bezeichnet die Formel (4) des Abschnitts 123. Eingekreiste Ziffern schließlich numerieren abschnittweise die erläuternden Beispiele und Anwendungen. – Definitionen sind erkenntlich am Kursivdruck des Definiendums, Sätze an der vorangestellten Signatur und am durchlaufenden Kursivdruck des Textes. Die beiden Winkel ⌜ und ⌟ markieren den Beginn und das Ende eines Beweises, der Kreis ○ das Ende eines Beispiels.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis Analysis II

Kapitel 16. Ebene Kurven

Kapitel 17. Funktionenfolgen

Kapitel 18. Potenzreihen

Kapitel 19. Die Ableitung einer Funktion $\mathbf{f}\colon \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$

Kapitel 20. Mehrdimensionale Differentialrechnung

Inhaltsverzeichnis Analysis III