DIE GRUNDLEHREN DER

MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN

IN EINZELDARSTELLUNGEN MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER ANWENDUNGSGEBIETE

HERAUSGEGEBEN VON

R. GRAMMEL · E. HOPF · H. HOPF · F. RELLICH

F. K. SCHMIDT · B. L. VAN DER WAERDEN

BAND LXXVIII

EINFÜHRUNG IN DIE OPERATIVE LOGIK UND MATHEMATIK

VON

PAUL LORENZEN

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1955

EINFÜHRUNG IN DIE OPERATIVE LOGIK UND MATHEMATIK

VON

PAUL LORENZEN
APL. PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT BONN

MIT 1 TEXTABBILDUNG

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1955

ISBN 978-3-662-01540-7 ISBN 978-3-662-01539-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-01539-1

Ursprünglich erschienen bei Springer Verlag oHG Berlin Gottigen Heidelberg 1955.

Vorwort.

Der Plan, meine bisherigen Untersuchungen zu einer neuen — hier „operativ" genannten — Begründung der Mathematik systematisch auszuarbeiten und zusammenfassend darzustellen, geht auf die freundliche Initiative der Herausgeber dieser Sammlung zurück. Ich danke insbesondere Herrn F. K. SCHMIDT für seine Förderung des Planes.

Das Buch ist so geschrieben, daß es keine speziellen Kenntnisse weder der Logik noch der Mathematik voraussetzt. Ich hoffe, daß es daher von jedem, der die mathematischen Anfängervorlesungen gehört hat, verstanden werden kann. Wer sich nicht für Logik interessiert und also bereit ist, alles Logische als „selbstverständlich" hinzunehmen, braucht Teil I nur flüchtig zu lesen. Zur Erleichterung für solche Leser sei auf die Erklärung der wichtigsten Bezeichnungen hingewiesen.

Für viele gute Ratschläge bei der Abfassung des Manuskriptes und bei den Korrekturen bin ich den Herren H. GERICKE, G. MÜLLER und G. PICKERT dankbar. Herrn E. WETTE verdanke ich darüber hinaus noch das Sachverzeichnis.

Mein besonderer Dank gilt auch dem Verlag für seine entgegenkommende Mitarbeit.

Bonn, den 1. März 1955.

PAUL LORENZEN.

Inhaltsverzeichnis.

Erklärung der wichtigsten Bezeichnungen.

(1)

Logik:	*Mengenlehre:*
Implikation $\rightarrow$ ($\ulcorner\!\!-$)	Subtraktion $\llcorner\!\!-$
Äquivalenz $\leftrightarrow$ ($\ulcorner\!\!\urcorner$)	Boolesche Addition $\llcorner\!\!\lrcorner$
Konjunktion $\wedge$, $\bigwedge_x$ (für alle x)	Durchschnitt $\cap$, $\bigcap_x$
Disjunktion $\vee$, $\bigvee_x$ (für manche x)	Vereinigung $\cup$, $\bigcup_x$
Negation $\neg$	Komplement $\llcorner\!\!-$

(2) $\rightleftharpoons$ bezeichnet die definitorische Gleichheit oder Äquivalenz.

(3) Für Formeln $A(x)$ bezeichnet
$\iota_x A(x)$ dasjenige x mit $A(x)$ (falls es genau ein solches gibt),
$\varkappa_x A(x)$ die Menge der x mit $A(x)$.
Mit $M = \varkappa_x A(x)$ wird gesetzt: $x \in M \rightleftharpoons A(x)$.

(4) Für Terme $Y(x)$ bezeichnet
$\lambda_x Y(x)$ die Funktion, die für x den Wert $Y(x)$ annimmt.
Mit $f = \lambda_x Y(x)$ wird gesetzt: $f \,\imath\, x \rightleftharpoons Y(x)$.

(5) In $X_1, X_2, \ldots$ deutet $\ldots$ an, daß endlich viele Glieder folgen.
In $X_1, X_2, \ldots\ldots$ deutet $\ldots\ldots$ an, daß unendlich viele Glieder folgen.

(6) $*$, $\dagger$, $\ddagger$ werden als Nennvariable für Grundzahlen benutzt, so daß z. B. X_* die Folge $\lambda_n X_n$, also $X_1, X_2, \ldots\ldots$ bezeichnet.

(7) Die benutzte Methode, die Zusammensetzung von Formeln oder Termen mit Punkten statt mit Klammern zu bezeichnen, ist in § 1 erklärt, z. B.

$A \wedge B \dot{\vee} C$ statt $(A \wedge B) \vee C$,

$\sum_n . X + Y_n .$ statt $\sum_n (X + Y_n)$.