DIE GRUNDLEHREN DER

MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN

IN EINZELDARSTELLUNGEN MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER ANWENDUNGSGEBIETE

HERAUSGEGEBEN VON

R. GRAMMEL · E. HOPF · H. HOPF · F. RELLICH
F. K. SCHMIDT · B. L. VAN DER WAERDEN

BAND LXXIII

EINFÜHRUNG IN DIE VERBANDSTHEORIE

VON

HANS HERMES

SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG GMBH

EINFÜHRUNG IN DIE VERBANDSTHEORIE

VON

HANS HERMES

DR. RER. NAT., O. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT MÜNSTER/WESTF.

MIT 24 ABBILDUNGEN

SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG GMBH

ISBN 978-3-662-01451-6 ISBN 978-3-662-01450-9 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-01450-9

URSPRUNGLICH ERSCHIENEN BEI SPRINGER-VERLAG OHG. IN BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG 1955
SOFTCOVER REPRINT OF THE HARDCOVER 1ST EDITION 1955

Vorwort.

Die Verbandstheorie ist in neuerer Zeit in den Vordergrund des mathematischen Interesses getreten, weil sie ebenso wie die Gruppentheorie im Prinzip sehr einfache Zusammenhänge betrachtet und so (fast noch mehr als die Gruppentheorie) in den verschiedensten Gebieten der Mathematik Anwendung findet. Es handelt sich um die Untersuchung von Strukturen, die allgemeiner sind als geordnete Mengen, die aber mit den geordneten Mengen gemeinsam haben, daß es zu je zwei Elementen immer ein kleinstes beide umfassendes und ein größtes in beiden enthaltenes Element gibt.

Das vorliegende Buch will eine Einführung in die Verbandstheorie und ihre Anwendungen geben. Die Beweise werden ziemlich ausführlich dargestellt. An den meist leichten Übungsaufgaben am Ende des Paragraphen kann der Leser kontrollieren, wie weit er den Text verstanden hat. Die Beispiele sind aus den Grundlagen der Geometrie, der Algebra und der Topologie gewählt und setzen damit eine gewisse mathematische Allgemeinbildung voraus.

In einem Anhang werden die wichtigsten logischen und mengentheoretischen Begriffe zusammengestellt. Insbesondere werden Symbole für die einfachsten logischen Verknüpfungen eingeführt. Ich habe mich nicht gescheut, diese Symbole auch ab und zu im Text zu verwenden, da so in vielen Fällen die logische Struktur einer Aussage deutlicher hervortritt, und da man insbesondere oft mit Äquivalenzen ebenso bequem rechnen kann, wie es der Mathematiker schon immer mit Gleichungen zu tun gewöhnt ist. Es kommt hinzu, daß in wichtigen Verbänden die verbandstheoretischen Operationen unmittelbar mit aussagenlogischen Verknüpfungen zusammenhängen. — Im Anhang werden weiter einige Begriffe aus der „universellen Algebra" zusammengestellt, um auf dieser Basis dem Leser deutlich zu machen, daß viele verbandstheoretischen Begriffe denselben Ursprung haben wie analoge Begriffe, die er aus der Gruppentheorie oder anderen mathematischen Disziplinen bereits kennt.

Dieses Buch will keine vollständige Übersicht über die Verbandstheorie geben, um den Charakter einer Einführung zu wahren. Insbesondere wurde auf den verbandstheoretischen Aufbau der Maßtheorie verzichtet. Aus diesem Grunde wurden auch bei den einzelnen Sätzen keine Autoren genannt. Jedoch finden sich am Schluß der einzelnen Paragraphen weiterführende Literaturangaben. Eine erschöpfende und bei knappen Beweisen fast enzyklopädische Darstellung des heutigen Zustandes der Verbandstheorie mit ausführlichen Zitaten findet man in dem Buche von G. BIRKHOFF: Lattice Theory, New York 1948. Auf dieses Buch, dem ich viel verdanke, sei hier ein für allemal hingewiesen. Eine Zusammenstellung der wichtigsten Literatur bis zum Jahre 1939 findet man in HERMES-KÖTHE: Verbandstheorie, Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften I. 2. Aufl. Heft 5, B. G. Teubner, Leipzig 1939.

Für wertvolle Hilfe bei der Fertigstellung des Manuskriptes bin ich Herrn Dr. H. GUMIN zu großem Dank verpflichtet.

Münster, 5. 5. 1954

Hans Hermes.

Inhaltsverzeichnis.

Verzeichnis der Symbole.