

---

# Entwurf robuster Regler mit Ausgangsrückführung für zeitdiskrete Mehrgrößensysteme

---

Robert Dehnert

Entwurf robuster  
Regler mit  
Ausgangsrückführung  
für zeitdiskrete  
Mehrgrößensysteme

 Springer Vieweg

Robert Dehnert  
Wuppertal, Deutschland

Zugl.: Genehmigte Dissertation Bergischen Universität Wuppertal, 2019

ISBN 978-3-658-29899-9      ISBN 978-3-658-29900-2 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-29900-2>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert durch Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2020

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

*für Sarah*

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Automatisierungs- und Regelungstechnik der Bergischen Universität Wuppertal. Zunächst danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Tibken für die Möglichkeit, diese Arbeit unter seiner Betreuung zu erstellen. Dabei konnte ich einen stets menschlichen Umgang auf Augenhöhe und besonders angenehme Arbeitsbedingungen genießen. Vielen Dank für den freundschaftlichen Umgang, die kompetenten fachlichen Anreize sowie die nötigen Freiheiten und das Vertrauen. PD Dr.-Ing. habil. Andreas Rauh bin ich für die Übernahme des Korreferats und die kritische sowie aufmerksame Durchsicht der Arbeit sehr verbunden.

Danken möchte ich auch meinen Kollegen am Lehrstuhl für die fachlichen Diskussionen und den stets offenen und kollegialen Umgang miteinander. Besonderer Dank gilt Frau Sabine Lerch und Herrn Thomas Paradowski für die fachliche Durchsicht meiner Arbeit. Des Weiteren danke ich Frau Regina Munsch und Herrn Phillipp Kade für das penible Korrektorat, wobei hervorzuheben sei, dass Frau Regina Munsch die Arbeit zweimal durcharbeitete.

Besonderer Dank gilt meinen Schwiegereltern Gabriele und Ralf Klein, die mich auf meinem Weg stets gefördert und tatkräftig unterstützt haben. Meiner Mutter Dagmar Dehnert danke ich dafür, dass sie mir gezeigt hat, die kleinen Dinge im Leben zu schätzen und wahrzunehmen. Dadurch wurde ich zu dem Menschen, der ich bin und war in der Lage diese Arbeit anzufertigen. Meinem Vater Adalbert Gollbach gilt besonderer Dank für die fortwährende Unterstützung und die großartige Fähigkeit, mich auf den Boden der Tatsachen zurückzuführen.

Und nicht zuletzt danke ich meiner Frau Sarah Dehnert, die immer bedingungslos zu mir hält. Danke für den Zuspruch, die Geduld und die Unterstützung.

Wuppertal, im Februar 2020

Robert Dehnert

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungen und Symbole</b>	<b>XI</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation und Zielsetzung . . . . .	1
1.2 Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1 Konvexität . . . . .	7
2.2 Lineare Matrixungleichungen . . . . .	9
2.3 Systembeschreibung und Eigenschaften . . . . .	16
2.4 Stabilität . . . . .	17
2.5 Parameterunsicherheiten . . . . .	20
2.6 Robuste Stabilitätsprüfung . . . . .	22
2.7 Regelungen mittels Ausgangsrückführung . . . . .	24
2.8 Performance . . . . .	36
2.9 Stellgrößenbeschränkungen . . . . .	50
<b>3 Problemstellung und Stand der Forschung</b>	<b>67</b>
3.1 Problemstellung . . . . .	67
3.2 Stand der Forschung . . . . .	71
3.3 Ziel der Arbeit . . . . .	79
<b>4 Neue Methoden für den Reglerentwurf</b>	<b>81</b>
4.1 Allgemeiner Teil . . . . .	81
4.2 Basisalgorithmus . . . . .	84
4.3 Erweiterung 1: Robustheit . . . . .	92
4.4 Erweiterung 2: Performance . . . . .	97
4.5 Erweiterung 3: Sättigende Ausgangsrückführungen . . . . .	110
4.6 Beispiele . . . . .	122
<b>5 Fazit</b>	<b>153</b>

<b>A</b>	<b>Grundlegende Ergänzungen</b>	<b>157</b>
<b>B</b>	<b>Pseudocodes</b>	<b>167</b>
<b>C</b>	<b>Numerische Ergänzungen</b>	<b>171</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>185</b>

# Abkürzungen und Symbole

## Abkürzungen

LMI	Lineare Matrixungleichung (engl. linear matrix inequality)
LQR	Linear quadratische Regelung
LTI	Linear zeitinvariant (engl. linear time-invariant)
MIMO	System mit mehreren Ein- und Ausgängen (engl. multiple input, multiple output)
PID	Proportional, Integral, Differential
SDP	Semidefinite Programmierung
SIMO	System mit einem Eingang und mehreren Ausgängen (engl. single input, multiple output)
SISO	System mit einem Ein- und Ausgang (engl. single input, single output)
ZRD	Zustandsraumdarstellung

## Notation

Im Rahmen dieser Arbeit werden die folgenden Schreibkonventionen für Matrizen und Vektoren verwendet. Große kursive und fette Buchstaben bezeichnen Matrizen. Spaltenvektoren werden durch kleine kursive und fette Buchstaben und Skalare durch kleine und kursive Buchstaben gekennzeichnet. Die Transponierte einer Matrix oder eines Vektors wird mit einem hochgestellten T gekennzeichnet. Ein transponierter Vektor ist grundsätzlich ein Zeilenvektor. Im folgenden werden alle Symbole aufgelistet, die nicht nur lokal verwendet werden.



## Symbole

$O$	Nullmatrix
$A$	Systemmatrix der Regelstrecke
$\mathcal{A}$	Systemmatrix der erweiterten ZRD
$\mathcal{A}_R$	Systemmatrix des geschlossenen Regelkreises $\mathcal{A} - \mathcal{BK}$
$\hat{\mathcal{A}}_R$	Transformierte Systemmatrix des geschlossenen Regelkreises $\mathcal{A} - \mathcal{BK}$
$A_K, B_K,$ $C_K, D_K$	Regelparameter der dynamischen Ausgangsrückführung
$B$	Eingangsmatrix der Regelstrecke
$\mathcal{B}$	Eingangsmatrix der erweiterten ZRD
$B_w$	Eingangsmatrix des geschlossenen Regelkreises
$C$	Ausgangsmatrix der Regelstrecke
$C_H, D_H$	Hilfsparameter der dynamischen Ausgangsrückführung
$C_z$	Ausgangsmatrix des geschlossenen Regelkreises
$\mathcal{C}$	Positiv invariante Menge
$\text{conv}(\cdot)$	Konvexe Hülle
$d[k]$	Zustandsvektor eines D-Reglers
$\ D_{\text{lin}}\ _F$	Frobeniusnorm der Differenz $P^{-1} - L$
$D_q, D_q^-$	Elemente der Menge $\mathcal{D}$
$\mathcal{D}$	Menge von $m \times m$ Diagonalmatrizen
$e_B[k]$	Schätzfehler des Beobachters
$e_R[k]$	Regelfehler des PID-Reglers
$E$	Einsmatrix
$E_K$	Zusätzlicher Parameter zur Berücksichtigung der Sättigung in der Reglerdynamik
$\mathcal{E}(P)$	Ellipsoid einer Ljapunow-Matrix
$G(z)$	Übertragungsmatrix
$\ G\ _2$	$H_2$ -Norm einer Übertragungsmatrix
$\ G\ _\infty$	$H_\infty$ -Norm einer Übertragungsmatrix
$\mathcal{G}$	Einzugsgebiet einer Ruhelage $x_R$ bzw. kontraktiv positiv invariante Menge
$H/h^T$	Hilfsparameter der Zustandsrückführung
$\mathcal{H}$	Hilfsparameter einer Ausgangsrückführung

$\mathbf{H}_P, \mathbf{H}_I, \mathbf{H}_D$	Hilfsparameter der PID-Regelung
$\mathbf{i} [k]$	Zustandsvektor eines I-Reglers
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
$J$	Quadratisches Gütekriterium der LQ-Regelung
$k$	Zeitvariable der Abtastfolge bzw. Zählvariable (doppelt belegt)
$\mathbf{K}/\mathbf{k}^T$	Matrix/Vektor der Zustandsrückführung bzw. statischen Ausgangsrückführung
$\mathcal{K}$	Regelparameter einer Ausgangsrückführung
$\mathbf{K}_P, \mathbf{K}_I, \mathbf{K}_D$	Regelparameter der PID-Regelung
$l$	Anzahl der Zustände des geschlossenen Regelkreises
$\mathbf{L}$	Lineare Approximation von $\mathbf{P}^{-1}$ für die Stützstelle $\hat{\mathbf{P}}$
$\mathcal{L}(\mathbf{K}), \mathcal{L}(\mathcal{K})$	Lineares Gebiet eines sättigenden Regelgesetzes
$m$	Anzahl der Stellgrößen, Eingangsgrößen des Systems
$\mathcal{M}$	Konvexe Menge
$n$	Anzahl der Zustände der Regelstrecke, Systemordnung
$\mathbf{N}$	Matrix der Beobacherverstärkungen bzw. zusätzliche Entscheidungsvariable (doppelt belegt)
$N$	Eckenzahl einer konvexen Hülle
$N_\delta$	Eckenzahl einer konvexen Hülle der Unsicherheiten
$N_{x_0}$	Eckenzahl einer konvexen Hülle der Anfangswerte
$\mathcal{N}$	Nullregelbares Gebiet
$p$	Anzahl der Regelgrößen, Ausgangsgrößen des Systems
$\mathbf{P}$	Ljapunow-Matrix
$\hat{\mathbf{P}}$	Stützstelle für die Linearisierung von $\mathbf{P}^{-1}$
$q$	Anzahl der Ausgänge des geschlossenen Regelkreises
$\mathbf{Q}$	Gewichtungsmatrix einer LQ-Regelung der Zustände
$r$	Radius eines Kreises in der komplexen Ebene bzw. Anzahl der Eingänge des geschlossenen Regelkreises (doppelt belegt)
$r_{\text{test}}$	Zu überprüfender Radius $r$
$r_\Delta$	Adaptive Schrittweite für die Verringerung des Radius $r$
$\mathbf{R}$	Gewichtungsmatrix einer LQ-Regelung der Eingänge
$\mathbf{S}$	Vorfilter
$\text{sat}(\cdot)$	Sättigungsfunktion
$t$	Zeit

$T_a$	Abtastzeit
$\mathbf{u}[k]$	Stellgrößen, Eingangsvektor der Regelstrecke
$u_{\max,j}$	Maximaler Betrag der beschränkten Stellgröße $u_{s,j}$
$\mathbf{u}_s[k]$	Beschränkter Eingangsvektor der Regelstrecke
$V$	Ljapunow-Funktion
$\mathbf{w}[k]$	Eingangsvektor des geschlossenen Regelkreises
$\mathbf{W}, \mathbf{G}$	Zusätzliche Entscheidungsvariablen
$\mathbf{x}[k]$	Zustandsvektor der Regelstrecke
$\hat{\mathbf{x}}[k]$	Zustandsvektor des Beobachters bzw. der dynamischen Ausgangsrückführung (doppelt belegt)
$\tilde{\mathbf{x}}(k)$	Zustandsvektor des geschlossenen Regelkreises
$\mathbf{x}_0, \tilde{\mathbf{x}}_0$	Anfangswerte für den Zustandsvektor bei $k = 0$
$\mathbf{x}^I$	Intervallvektor
$\mathbf{x}_R, \tilde{\mathbf{x}}_R$	Ruhelage
$\mathbf{X}^{-1}$	Invertierte Matrix
$\mathbf{X}^T$	Transponierte Matrix
$\mathbf{X}_{i,j}$	Element einer Matrix, $i$ -te Zeile, $j$ -te Spalte
$\mathbf{y}[k]$	Regelgrößen, Ausgangsvektor der Regelstrecke
$\mathbf{z}[k]$	Ausgangsvektor des geschlossenen Regelkreises
$\mathbf{Z}$	Schlupfvariable bzw. Zufallsmatrix (doppelt belegt)
$\alpha$	Shiftoperator für die Eigenwerte in der komplexen Ebene bzw. Variable einer Konvexkombination (doppelt belegt)
$\beta$	Abklingrate
$\delta$	Intervallvektor der Unsicherheiten
$\delta_i$	$i$ -te Unsicherheit mit den Schranken $\delta_i \in [\underline{\delta}_i, \bar{\delta}_i]$
$\gamma$	Zielfunktion der Optimierung eines Gütekriteriums
$\lambda$	Variable einer konvexen Menge
$\lambda_i$	$i$ -ter Eigenwert
$\mu$	Gewichtungsfaktor
$\rho(\mathbf{X})$	Spektralradius der Matrix $\mathbf{X}$
$\sigma_i$	$i$ -ter Singulärwert
$\vartheta$	Zielfunktion des Basisalgorithmus