

---

# Mathematikdidaktik im Fokus

## Reihe herausgegeben von

R. Borromeo Ferri, Kassel, Deutschland

A. Eichler, Kassel, Deutschland

E. Rathgeb-Schnierer, Kassel, Deutschland

In dieser Reihe werden theoretische und empirische Arbeiten zum Lehren und Lernen von Mathematik publiziert. Dazu gehören auch qualitative, quantitative und erkenntnistheoretische Arbeiten aus den Bezugsdisziplinen der Mathematikdidaktik, wie der Pädagogischen Psychologie, der Erziehungswissenschaft und hier insbesondere aus dem Bereich der Schul- und Unterrichtsforschung veröffentlicht, wenn der Forschungsgegenstand die Mathematik ist.

Die Reihe bietet damit ein Forum für wissenschaftliche Erkenntnisse mit einem Fokus auf aktuelle theoretische oder empirische Fragen der Mathematikdidaktik.

Weitere Bände in der Reihe <http://www.springer.com/series/16000>

---

Maike Hagen

# Einfluss von Größenvorstellungen auf Modellierungs- kompetenzen

Empirische Untersuchung im  
Kontext der Professionalisierung  
von Lehrkräften

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri

 Springer Spektrum

Maike Hagena  
Kassel, Deutschland

Dissertation an der Universität Kassel, Fachbereich 10 Mathematik und Naturwissenschaften, Maike Hagena, u. d. T.: Professionalisierung angehender Lehrkräfte für einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht: Die Bedeutung von Größenvorstellungen für Modellierungskompetenzen, Tag der Disputation 07.12.2017

Erstgutachterin: Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri  
Zweitgutachter: Prof. Dr. Knut Schwippert  
Drittgutachter: Prof. Dr. Werner Blum

Mathematikdidaktik im Fokus

ISBN 978-3-658-23114-9

ISBN 978-3-658-23115-6 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-658-23115-6>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2019

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

## Geleitwort

Maïke Hagen hat mit der Verknüpfung der relevanten Themenbereiche Größenvorstellungen und Modellierungskompetenzen eine originelle Forschungsarbeit vorgelegt. Die wissenschaftlichen Erkenntnisse im Bereich Größen wurden bisher nicht als möglicher Einflussfaktor in Bezug auf die erfolgreiche Bearbeitung von Modellierungsaufgaben untersucht. Maïke Hagen greift jedoch genau diesen wichtigen Aspekt auf und verdeutlicht mit ihren interessanten Resultaten die Bedeutung von Größenvorstellungen.

Sie widmet sich in ihrer Studie nicht den Lernenden in der Schule, sondern bewusst den angehenden Lehramtsstudierenden für die Grundschule. Sowohl der Erwerb von Größenvorstellungen als auch von Modellierungskompetenzen stellt einen komplexen Prozess bereits für Schülerinnen und Schüler dar, daher müssen Mathematiklehrkräfte in diesem Bereich umso mehr professionalisiert werden. Welche Auswirkungen bereits eine kurze Intervention mit dem Inhalt Größen auf den Erwerb von Größenvorstellungen und Modellierungskompetenzen hat, zeigt Maïke Hagen in ihren Forschungsergebnissen eindrucksvoll und gibt Hochschullehrenden gleichzeitig eine Vorlage, um diese Thematik mit ihren Studierenden zu vertiefen. Aus Perspektive der mathematischen Modellierung sind Maïke Hagens Erkenntnisse bedeutsam, da vor allem Fehlerquellen bei der Bearbeitung von Aufgaben nun schneller und detaillierter analysiert werden können.

*Kassel, 2018*

*Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri  
Universität Kassel*

## **Danksagung**

Herzlich Danke sagen möchte ich meiner Doktormutter Frau Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri, meinem Zweitgutachter Herrn Prof. Dr. Knut Schwippert sowie meinem Drittgutachter Herrn Prof. Dr. Werner Blum für die intensive Betreuung, immerwährende Beratung und umfangreiche Unterstützung.

Herzlich Danke sagen möchte ich auch meinen (ehemaligen) Kolleginnen und Kollegen in Kassel für die Begleitung bei der „Achterbahnfahrt Promotion“. Beim Essen und am Kicker seid ihr zu Freunden geworden.

Und herzlich Danke sagen möchte ich meinen Freunden in Hamburg und Lüneburg, die mich immer wieder gestärkt und zur richtigen Zeit abgelenkt haben.

Aber diese Arbeit wäre niemals entstanden, hätte mich meine Familie – meine Eltern, mein Bruder, meine Großeltern und mein Freund – nicht all die Jahre gefördert und in meinen Ideen unterstützt. Hierfür danke ich euch von ganzem Herzen.

*Kassel, Juni 2018*

*Maike Hagen*

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungsverzeichnis</b> .....	<b>XIII</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	<b>XV</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b> .....	<b>XIX</b>
<b>Einleitung</b> .....	<b>1</b>
<b>Teil A Theoretischer Rahmen</b> .....	<b>5</b>
<b>Vorüberlegungen zum theoretischen Rahmen</b> .....	<b>5</b>
1 Kompetenzorientierter Mathematikunterricht.....	11
2 Mathematisches Modellieren.....	14
2.1 Begriffsgrundlegung.....	14
2.2 Modellierungskreisläufe.....	17
2.3 Hindernisse und Schwierigkeiten.....	22
2.4 Modellierungsaufgaben.....	25
2.5 Modellierungskompetenzen.....	29
2.6 Modellierungskompetenzen fördern.....	34
3 Größen.....	38
3.1 Begriffsgrundlegung.....	38
3.2 Didaktisches Stufenmodell.....	43
3.3 Größenvorstellungen.....	44
3.3.1 Wissen über Größenbereiche und Einheiten.....	50
3.3.2 Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen.....	51
3.3.3 Fähigkeiten im Messen und Schätzen.....	52
3.3.4 Stützpunktvorstellungen.....	56
3.4 Größenvorstellungen und Modellierungskompetenzen.....	57
4 Professionalität von (Mathematik-)Lehrkräften.....	63
4.1 Professionelles Wissen und Können von Lehrkräften.....	63
4.2 Fachwissen als spezifische Facette professionellen Wissens und Könnens.....	66
4.2.1 Lerngelegenheiten zum Aufbau des Fachwissens.....	68
4.2.2 Fachwissen von Lehrkräften im Bereich mathematischen Modellierens und Größen.....	71
<b>Zusammenfassung theoretischer Rahmen und Herleitung der Forschungsdesiderate</b> .....	<b>72</b>
<b>Teil B Methode</b> .....	<b>77</b>
1 Forschungsfragen.....	77
2 Design.....	78
3 Stichprobe.....	80
4 Intervention.....	81
4.1 Experimentalbedingung A.....	82

4.2	Experimentalbedingung B.....	92
5	Instrumente .....	94
5.1	Testinstrument zur Erfassung figuralen Schlussfolgerns (FS).....	95
5.2	Testinstrument zur Erfassung von Größenvorstellungen (Grv).....	96
5.3	Testinstrumente zur Erfassung mathematischer Modellierungskompetenzen „als Ganzes“ (MM) .....	99
5.4	Testinstrument zur Erfassung von Teilkompetenzen des mathematischen Modellierens (TmM).....	106
6	Auswertungsmethoden.....	109
6.1	Testinstrument zur Erfassung figuralen Schlussfolgerns (FS).....	112
6.2	Testinstrument zur Erfassung von Größenvorstellungen (Grv).....	113
6.3	Testinstrumente zur Erfassung mathematischer Modellierungskompetenzen „als Ganzes“ (MM) .....	121
6.4	Testinstrument zur Erfassung von Teilkompetenzen des mathematischen Modellierens (TmM).....	128
<b>Teil C Ergebnisse.....</b>		<b>139</b>
<b>Einführung.....</b>		<b>139</b>
1	Modellierungskompetenzen angehender Mathematiklehrkräfte .....	142
1.1	Analysen zu Forschungsfrage 1a.....	143
1.1.1	Ergebnis zu Forschungsfrage 1a.....	146
1.2	Analysen zu Forschungsfrage 1b.....	146
1.2.1	Ergebnis zu Forschungsfrage 1b.....	150
2	Größenvorstellungen angehender Mathematiklehrkräfte .....	150
2.1	Analysen zu Forschungsfrage 2a.....	150
2.1.1	Ergebnis zu Forschungsfrage 2a.....	154
2.2	Analysen zu Forschungsfrage 2b.....	154
2.2.1	Ergebnis zu Forschungsfrage 2b.....	171
3	Wirkung von Größenvorstellungen auf Modellierungskompetenzen.....	172
3.1	Analysen zu Forschungsfrage 3a.....	172
3.1.1	Ergebnis zu Forschungsfrage 3a.....	185
3.2	Analysen zu Forschungsfrage 3b.....	188
3.2.1	Ergebnis zu Forschungsfrage 3b.....	197
<b>Zusammenfassung von Teil A, B und C .....</b>		<b>199</b>
<b>Teil D Diskussion.....</b>		<b>203</b>
1	Diskussion der Ergebnisse .....	203
1.1	Modellierungskompetenzen angehender Mathematiklehrkräfte.....	203
1.2	Größenvorstellungen angehender Mathematiklehrkräfte.....	205
1.3	Wirkung von Größenvorstellungen auf Modellierungs-Kompetenzen.....	208
2	Grenzen.....	211
2.1	Validität der Testinstrumente .....	211
2.2	Reliabilitätswerte zu Messzeitpunkt 3.....	214
2.3	Analysen.....	214

---

3	Ausblick.....	217
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>223</b>
	<b>Anhang.....</b>	<b>241</b>

## Abkürzungsverzeichnis

EB A .....	Experimentalbedingung A – Intervention zur Förderung von Größenvorstellungen
EB B .....	Experimentalbedingung B – Intervention zur Förderung von Wissen über Zahlbereichserweiterungen
FiMuS .....	Fähigkeiten im Messen und Schätzen
FS .....	Testinstrument zur Erfassung figuralen Schlussfolgerns
GRG .....	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen
Grv .....	Testinstrument zur Erfassung von Größenvorstellungen
ImA .....	Innermathematisches Arbeiten
MM-1 .....	Testinstrument zur Erfassung mathematischer Modellierungskompetenzen „als Ganzes (I)“
MM-2 .....	Testinstrument zur Erfassung mathematischer Modellierungskompetenzen „als Ganzes (II)“
Sv .....	Stützpunktvorstellungen
TmM .....	Testinstrument zur Erfassung von Teilkompetenzen des mathematischen Modellierens
ÜRМ .....	Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik
WGE .....	Wissen über Größenbereiche und Einheiten

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Aufgabe „Backsteinturm“ (Fotograf: Pit Fischer, <a href="http://www.trafoturm.eu">www.trafoturm.eu</a> ) .....	5
Abbildung 2: Lösung Aufgabe „Backsteinturm“ Studierender A.....	6
Abbildung 3: Lösung Aufgabe „Backsteinturm“ Studierender B.....	8
Abbildung 4: The competency flower (Niss, 2016, S. 240) .....	12
Abbildung 5: Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik .....	13
Abbildung 6: Modellierungskreisläufe .....	19
Abbildung 7: Abstraktionsprozess Größenbegriff (Griesel, 1973, S. 14).....	39
Abbildung 8: Äquivalenzklassenprinzip Größenbegriff (Kirsch, 1987, S. 52).....	40
Abbildung 9: Konstrukt Größenvorstellungen (Grund, 1992, S. 43).....	46
Abbildung 10: Konstrukt Größenvorstellungen aus den Bildungsstandards für die Grundschule (KMK, 2004, S. 11).....	47
Abbildung 11: Was sind Größenvorstellungen?.....	47
Abbildung 12: Definition von Größenvorstellungen .....	48
Abbildung 13: Kognitives Schätzen (Brand, 2003, S. 583).....	55
Abbildung 14: Design Interventionsstudie .....	79
Abbildung 15: Inhalte der Intervention .....	81
Abbildung 16: Beispielaufgaben zu den vier Bausteinen der Intervention.....	85
Abbildung 17: Aufgabe „Riesenrad“ Intervention EB A .....	86
Abbildung 18: Bild „Bahnhofshalle“ Intervention EB A .....	87
Abbildung 19: Aufgabe „Umrechnungsfaktoren“ Intervention EB A .....	88
Abbildung 20: Aufgabe „Grundvorstellungen“ Intervention EB A.....	89
Abbildung 21: Schulbuchauszug Stützpunktvorstellungen .....	91
Abbildung 22: Aufgabe „Stützpunktvorstellungen“ Intervention EB A.....	91
Abbildung 23: Aufgabe „Schaukelgerüst“ Intervention EB A .....	92
Abbildung 24: Exemplarisches Item aus dem Testinstrument zur Erfassung figuralen Schlussfolgerns .....	96
Abbildung 25: Exemplarisches Item für den Teilaspekt „Wissen über Größengebiete und Einheiten“ .....	97

Abbildung 26: Exemplarisches Item für den Teilaspekt „Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen“ .....	97
Abbildung 27: Exemplarisches Item für den Teilaspekt „Stützpunktvorstellungen“ .....	98
Abbildung 28: Exemplarisches Item für den Teilaspekt „Fähigkeiten im Messen und Schätzen“ .....	98
Abbildung 29: Exemplarisches Multiple-Choice Item „Hamster“ .....	108
Abbildung 30: Exemplarisches offenes Testitem „Familie Krug“ .....	109
Abbildung 31: Exemplarisches Testitem „Dividieren 3“ .....	109
Abbildung 32: Fragebogen der Vergleichsstichprobe .....	118
Abbildung 33: Erreichte Punktzahl bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“, Mzp. 1 .....	145
Abbildung 34: Erreichte Punktzahl in den Teilprozessen bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und Postkarte“, Mzp. 1 .....	149
Abbildung 35: Boxplot „Größenvorstellungen“ transformierte Variablen nach Experimentalbedingung, Mzp. 2 .....	158
Abbildung 36: „Größenvorstellungen“ nach Messzeitpunkt, getrennt nach Experimentalbedingung .....	168
Abbildung 37: „Wissen über Größenbereiche und Einheiten“ nach Messzeitpunkt, getrennt nach Experimentalbedingung .....	169
Abbildung 38: „Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen“ nach Messzeitpunkt, getrennt nach Experimentalbedingung .....	169
Abbildung 39: „Stützpunktvorstellungen“ nach Messzeitpunkt, getrennt nach Experimentalbedingung .....	170
Abbildung 40: „Fähigkeiten im Messen und Schätzen“ nach Messzeitpunkt, getrennt nach Experimentalbedingung .....	170
Abbildung 41: Zentrale Befunde Ff 2b .....	171
Abbildung 42: Schwierigkeiten in der Auseinandersetzung mit Größen bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“ .....	175
Abbildung 43: Streudiagramm Aufgabe „Briefmarke“ und „Größenvorstellungen“, Mzp 2 .....	180
Abbildung 44: Streudiagramm „Verstehen“ und „Größenvorstellungen“, Mzp. 2 .....	181
Abbildung 45: Streudiagramm „Mathematisch Arbeiten“ und „Größenvorstellungen“, Mzp. 2 .....	181

---

Abbildung 46: Streudiagramm „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“ und „Größenvorstellungen“, Mzp. 2.....	182
Abbildung 47: Streudiagramm „Innermathematisches Arbeiten“ und „Größenvorstellungen“, Mzp. 2.....	182
Abbildung 48: Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von MM-1.....	186
Abbildung 49: Ergebnisse Aufgabe „Briefmarke“ FF 3a.....	187
Abbildung 50: Ergebnisse „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“, FF 3a.....	187
Abbildung 51: Ergebnisse „Innermathematisches Arbeiten“, FF 3a.....	188
Abbildung 52: Ergebnisse Aufgabe „Briefmarke“ FF 3b.....	198
Abbildung 53: Ergebnisse „Innermathematisches Arbeiten“, FF 3b.....	199
Abbildung 54: Ergebnisse aus FF 1a – FF 3b.....	201

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Defizite in der Auseinandersetzung mit Größen bei der Bearbeitung der Aufgabe „Backsteinturm“ Studierender A .....	9
Tabelle 2:	Diagnostischer Modellierungskreislauf (Borromeo Ferri, 2011, S. 18) .....	20
Tabelle 3:	Evidenzbasierte Schwierigkeiten beim mathematischen Modellieren .....	23
Tabelle 4:	Übersicht textbezogene Aufgabenarten nach Greefrath et al. (2013, S. 25) .....	26
Tabelle 5:	Variationen der Aufgabe „Backsteinturm“ .....	27
Tabelle 6:	Merkmale von Modellierungsaufgaben .....	28
Tabelle 7:	Übersicht über globale Modellierungskompetenzen .....	30
Tabelle 8:	Teilkompetenzen mathematischen Modellierens veranschaulicht anhand der Aufgabe „Backsteinturm“ .....	31
Tabelle 9:	Was sind Größenvorstellungen? .....	49
Tabelle 10:	Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen nach Griesel (1973, S. 70–71) .....	52
Tabelle 11:	Messen nach Kuntze (2014, S. 159–161) .....	53
Tabelle 12:	Stützpunktvorstellungen aus Weeks (2012) .....	57
Tabelle 13:	Schwierigkeiten des Studierenden A bei der Bearbeitung der Aufgabe „Backsteinturm“, für die vermutlich mangelnde Größenvorstellungen verantwortlich sind .....	58
Tabelle 14:	Zusammenhänge Modellierungskompetenzen und Größenvorstellungen am Beispiel der Aufgabe „Backsteinturm“ .....	60
Tabelle 15:	Allgemein Zusammenhänge Modellierungskompetenzen und Größenvorstellungen .....	75
Tabelle 16:	Übersicht über die Ziele und Maßnahmen der Intervention .....	93
Tabelle 17:	Übersicht über die eingesetzten Testinstrumente .....	95
Tabelle 18:	Testinstrument zur Erfassung von Größenvorstellungen .....	96
Tabelle 19:	Zu zeigende Fähigkeiten bei der Bearbeitung der Aufgabe „Backsteinturm“ .....	100
Tabelle 20:	Realistische Annahmen für die Bearbeitung der Aufgabe „Backsteinturm“ .....	101

Tabelle 21:	Mathematische Modelle für die Bearbeitung der Aufgabe „Backsteinturm“ .....	102
Tabelle 22:	Lösungsintervall Aufgabe „Backsteinturm“ .....	102
Tabelle 23:	Zu zeigende Fähigkeiten bei der Bearbeitung der Aufgabe „Postkarte“ .....	103
Tabelle 24:	Realistische Annahmen für die Bearbeitung der Aufgabe „Postkarte“ .....	104
Tabelle 25:	Mathematische Modelle für die Bearbeitung der Aufgabe „Postkarte“ .....	105
Tabelle 26:	Lösungsintervall für die Aufgabe „Postkarte“ .....	105
Tabelle 27:	Testinstrument zur Erfassung von Teilkompetenzen mathematischen Modellierens .....	107
Tabelle 28:	Auszug aus dem Kodiermanual für das Testinstrument zur Erfassung figuralen Schlussfolgerns .....	112
Tabelle 29:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für die Skala „Figurales Schlussfolgern“ .....	113
Tabelle 30:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten Pilotierung .....	113
Tabelle 31:	Auszug aus dem Kodiermanual zu dem Teilaspekt „Wissen über Größenbereiche und Einheiten“ .....	114
Tabelle 32:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für die Subskala „Wissen über Größenbereiche und Einheiten“ .....	114
Tabelle 33:	Auszug aus dem Kodiermanual für den Teilaspekt „Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen“ .....	115
Tabelle 34:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für die Subskala „Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen“ .....	115
Tabelle 35:	Stützpunktvorstellungen für die Größenangaben 1 m und 1 dm <sup>2</sup> .....	116
Tabelle 36:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für die Subskala „Stützpunktvorstellungen“ .....	117
Tabelle 37:	Normative und empirische Intervalle für zwei ausgewählte Schätzitems .....	118
Tabelle 38:	Mittelwerte und Standardabweichungen der Vergleichsstichprobe .....	119
Tabelle 39:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für die Subskala „Fähigkeiten im Messen und Schätzen“ .....	119
Tabelle 40:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für die Skala „Größenvorstellungen“ und ihre Subskalen .....	120

Tabelle 41:	Bivariate Korrelationen zwischen den Subskalen des Konstrukts „Größenvorstellungen“ Mzp. 2 (n = 106).....	120
Tabelle 42:	Bivariate Korrelationen zwischen den Subskalen des Konstrukts „Größenvorstellungen“ Mzp. 3 (n = 43).....	120
Tabelle 43:	Bewertungsschema offene Modellierungsaufgaben .....	123
Tabelle 44:	Bewertungsschema Aufgabe „Backsteinturm“.....	124
Tabelle 45:	Deskriptive Werte Aufgabe „Backsteinturm“ Mzp. 1 .....	126
Tabelle 46:	Deskriptive Werte Aufgabe „Postkarte“ Mzp. 1.....	127
Tabelle 47:	Deskriptive Werte Aufgabe „Briefmarke“ Mzp. 2 .....	127
Tabelle 48:	Deskriptive Werte Aufgabe „Briefmarke“ Mzp. 3 .....	128
Tabelle 49:	Bewertungsschema für die offenen Items zu den Übersetzungsprozessen von der Realität in die Mathematik .....	130
Tabelle 50:	Bewertungsschema für das offene Item „Familie Krug“ .....	130
Tabelle 51:	Exemplarische Bewertung für das Item „Rettungshubschrauber“ .....	131
Tabelle 52:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für die Skala „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“ .....	132
Tabelle 53:	Auszug aus dem Kodiermanual „Innermathematisches Arbeiten“ .....	132
Tabelle 54:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für die Skala „Innermathematisches Arbeiten“ .....	132
Tabelle 55:	Deskriptive Werte und Reliabilitätskoeffizienten für alle Skalen und Messzeitpunkte.....	133
Tabelle 56:	Bivariate Korrelationen zwischen den Testinstrumenten zu Mzp. 1 .....	136
Tabelle 57:	Bivariate Korrelationen zwischen den Testinstrumenten zu Mzp. 2 .....	136
Tabelle 58:	Bivariate Korrelationen zwischen den Testinstrumenten zu Mzp. 3 .....	137
Tabelle 59:	Deskriptive Werte für die Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“, Mzp. 1 .....	144
Tabelle 60:	Bonferroni Test zum Mehrfachvergleich für die Aufgabe „Postkarte“, Mzp. 1 .....	144
Tabelle 61:	Häufigkeiten bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“, Mzp. 1 .....	146

Tabelle 62:	Schwierigkeiten bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“, Mzp. 1.....	148
Tabelle 63:	Annahmen der Studierenden bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“, Mzp. 1.....	149
Tabelle 64:	Vorgenommene Umrechnungen bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“, Mzp. 1.....	149
Tabelle 65:	Deskriptive Werte „Größenvorstellungen“ in EB B, Mzp. 2.....	151
Tabelle 66:	Bonferroni Test zum Mehrfachvergleich „Größenvorstellungen“, Mzp. 2.....	152
Tabelle 67:	Lösungshäufigkeiten „Wissen über Größenbereiche und Einheiten“ für EB B, Mzp. 2.....	152
Tabelle 68:	Lösungshäufigkeiten „Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen“ für EB B, Mzp. 2.....	152
Tabelle 69:	Lösungshäufigkeiten „Stützpunktvorstellungen“ für EB B, Mzp. 2.....	153
Tabelle 70:	Lösungshäufigkeiten „Fähigkeiten im (Messen und) Schätzen“ für EB B, Mzp. 2.....	153
Tabelle 71:	Mittelwertsunterschiede „Figurales Schlussfolgern“ nach Experimentalbedingung, Mzp. 1.....	156
Tabelle 72:	Mittelwertsunterschiede „Geschlecht“ und „Alter der Studierenden“ nach Experimentalbedingung.....	156
Tabelle 73:	Mittelwertsunterschiede „Größenvorstellungen“ nach Experimentalbedingung, Mzp. 2.....	157
Tabelle 74:	Varianzanalysen zur Erklärung von „Größenvorstellungen“ durch „Experimentalbedingung“ und „Figurales Schlussfolgern“, Mzp. 2.....	160
Tabelle 75:	Regressionsanalysen zur Wirkung von „Experimentalbedingung“ und „Figurales Schlussfolgern“ auf „Größenvorstellungen“, Mzp. 2.....	162
Tabelle 76:	Mittelwertsunterschiede „Größenvorstellungen“ nach Experimentalbedingung, Mzp. 2 (Teilstichprobe).....	166
Tabelle 77:	Mittelwertsunterschiede „Größenvorstellungen“ nach Experimentalbedingung, Mzp. 3 (Teilstichprobe).....	166
Tabelle 78:	Mittelwertsunterschiede „Größenvorstellungen“ nach Messzeitpunkt (Teilstichprobe), getrennt nach Experimentalbedingung.....	167

Tabelle 79:	Zusammenhänge Modellierungskompetenzen und Größenvorstellungen (Wh. aus der Theorie) .....	172
Tabelle 80:	Schwierigkeiten in der Auseinandersetzung mit Größen bei der Bearbeitung der Aufgabe „Backsteinturm“ und „Postkarte“ .....	174
Tabelle 81:	Varianzanalysen zur Erklärung der Leistungen in den Variablen Aufgabe „Briefmarke“, „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“ und „Innermathematisches Arbeiten“ durch „Figurales Schlussfolgern“ und „Größenvorstellungen“, Mzp. 2 .....	177
Tabelle 82:	Lineare Regressionsanalysen zur Wirkung von „Figurales Schlussfolgern“ und „Größenvorstellungen“ auf Aufgabe „Briefmarke“, „Übersetzungsprozesse zwischen der Realität und der Mathematik“ und „Innermathematisches Arbeiten“, Mzp. 2 .....	183
Tabelle 83:	Logistische Regressionsanalysen zur Wirkung von „Figurales Schlussfolgern“ und „Größenvorstellungen“ auf „Verstehen“ und „Mathematisch Arbeiten“, Mzp. 2 .....	184
Tabelle 84:	Mittelwertsunterschiede „Größenvorstellungen“ nach Experimentalbedingung (Teilstichprobe), Mzp. 2 .....	190
Tabelle 85:	Mittelwertsunterschiede Aufgabe „Backsteinturm“ nach „Experimentalbedingung“ (Teilstichprobe), Mzp. 1 .....	191
Tabelle 86:	Mittelwertsunterschiede Aufgabe „Briefmarke“ nach „Experimentalbedingung“ (Teilstichprobe), Mzp. 2 .....	193
Tabelle 87:	Mittelwertsunterschiede „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“ und „Innermathematisches Arbeiten“ nach „Experimentalbedingung“ (Teilstichprobe), Mzp. 2 .....	194
Tabelle 88:	Varianzanalysen zur Erklärung der Leistungen in den Variablen Aufgabe „Briefmarke“, „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“ und „Innermathematisches Arbeiten“ durch „Experimentalbedingung“ und „Figurales Schlussfolgern“ (Teilstichprobe), Mzp. 2 .....	195
Tabelle 89:	Logistische Regressionsanalyse zur Wirkung von „Figurales Schlussfolgern“ und „Experimentalbedingung A“ auf „Verstehen“ (Teilstichprobe), Mzp. 2 .....	196
Tabelle 90:	Lineare Regressionsanalysen zur Wirkung von „Figurales Schlussfolgern“ und „Experimentalbedingung A“ auf Aufgabe „Briefmarke“, „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“ und „Innermathematisches Arbeiten“ (Teilstichprobe), Mzp. 2 .....	197
Tabelle A1:	Bei der Bearbeitung der Aufgabe „Briefmarke“ zu zeigende Fähigkeiten .....	241

Tabelle A2:	Realistische Annahmen Aufgabe „Briefmarke“ .....	242
Tabelle A3:	Mathematische Modelle Aufgabe „Briefmarke“ .....	243
Tabelle A4:	Lösungsintervall Aufgabe „Briefmarke“ .....	243
Tabelle A5:	Bewertungsschema Aufgabe „Briefmarke“ .....	244
Tabelle A6:	Trennschärfe Items „Figurales Schlussfolgern“ .....	246
Tabelle A7:	Trennschärfe Items „Wissen über Größenbereiche und Einheiten“ .....	247
Tabelle A8:	Trennschärfe Items „Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen“ .....	247
Tabelle A9:	Trennschärfe Items „Stützpunktvorstellungen“ .....	248
Tabelle A10:	Trennschärfe Items „Fähigkeiten im Messen und Schätzen“ .....	248
Tabelle A11:	Trennschärfe Items „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“ .....	249
Tabelle A12:	Trennschärfe Items „Innermathematisches Arbeiten“ .....	249
Tabelle A13:	Lösungshäufigkeiten „Figurales Schlussfolgern“ .....	250
Tabelle A14:	Lösungshäufigkeiten „Wissen über Größenbereiche und Einheiten“ .....	251
Tabelle A15:	Lösungshäufigkeiten „Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen“ .....	251
Tabelle A16:	Lösungshäufigkeiten „Stützpunktvorstellungen“ .....	252
Tabelle A17:	Lösungshäufigkeiten „Fähigkeiten im Messen und Schätzen“ .....	252
Tabelle A18:	Lösungshäufigkeiten „Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik“ .....	253
Tabelle A19:	Lösungshäufigkeiten „Innermathematisches Arbeiten“ .....	254
Tabelle A20:	Erreichte Punktzahl bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“ .....	255
Tabelle A21:	Erreichte Punktzahl Teilprozesse bei der Bearbeitung der Aufgaben „Backsteinturm“ und „Postkarte“ .....	255
Tabelle A22:	Varianzen Subskala „Wissen über Größenbereiche und Einheiten“ .....	256
Tabelle A23:	Prüfung auf Negativ-/Positivselektion Messzeitpunkt 3 .....	256