
Formelsammlung für das Vermessungswesen

Franz Josef Gruber · Rainer Joeckel

Formelsammlung für das Vermessungswesen

18. Auflage



Springer Vieweg

Franz Josef Gruber
Laupheim, Deutschland

Rainer Joeckel
Stuttgart, Deutschland

ISBN 978-3-658-15018-1

ISBN 978-3-658-15019-8 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-658-15019-8

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2004, 2005, 2007, 2009, 2011, 2012, 2014, 2017
Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Lektorat: Dipl.-Ing. Ralf Harms

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Vieweg ist Teil von Springer Nature

Die eingetragene Gesellschaft ist Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Strasse 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Vorwort

Diese Formelsammlung wendet sich sowohl an Techniker und Ingenieure in der Ausbildung als auch an Vermessungstechniker, Vermessungsingenieure, Bauingenieure und Architekten in der Praxis. Die kompakten und übersichtlich gestalteten Themen sollen dem Benutzer in der Ausbildung und in der Berufspraxis eine Hilfe sein.

Die jetzt vorliegende 18. Auflage haben wir aktualisiert.

Auch nach Herausgabe der 17. Auflage sind wieder Ergänzungs- und Verbesserungsvorschläge eingegangen, wofür wir herzlich danken. Wir hoffen, dass wir auch weiterhin durch Vorschläge unserer Leser unterstützt werden.

September 2016

Franz Josef Gruber
Rainer Joeckel

franz-josef.gruber@web.de
rainer.joeckel@hft-stuttgart.de

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|----------|
| 1 Allgemeine Grundlagen | 1 |
| 1.1 Griechisches Alphabet | 1 |
| 1.2 Mathematische Zeichen - Zahlen | 1 |
| 1.3 DIN Papierformate | 1 |
| 1.3.1 DIN Blattgrößen (DIN 476) | 1 |
| 1.3.2 DIN Faltungen auf Ablageformat (nach DIN 824) | 2 |
| 1.4 Maßeinheiten und Maßverhältnisse | 4 |
| 1.4.1 Definition der Maßeinheiten und ihre Ableitungen | 4 |
| 1.4.2 Maßverhältnisse | 7 |
| 2 Mathematische Grundlagen | 8 |
| 2.1 Mathematische Grundbegriffe | 8 |
| 2.1.1 Grundgesetze | 8 |
| 2.1.2 Gesetze der Anordnung | 8 |
| 2.1.3 Absoluter Betrag - Signum | 8 |
| 2.1.4 Bruchrechnen | 8 |
| 2.1.5 Lineare Gleichungssysteme | 9 |
| 2.1.6 Quadratische Gleichungen | 9 |
| 2.1.7 Potenzen - Wurzeln | 9 |
| 2.1.8 Logarithmen | 10 |
| 2.1.9 Folgen - Reihen | 10 |
| 2.1.10 Binomischer Satz | 11 |
| 2.1.11 n - Fakultät | 11 |
| 2.1.12 Verschiedene Mittelwerte | 11 |
| 2.2 Differentialrechnung | 12 |
| 2.2.1 Ableitung | 12 |
| 2.2.2 Potenzreihenentwicklung | 13 |
| 2.3 Matrizenrechnung | 14 |
| 2.3.1 Definitionen | 14 |
| 2.3.2 Rechnen mit Matrizen | 14 |

| | |
|---|-----------|
| 2.4 Ebene Geometrie | 16 |
| 2.4.1 Arten von Winkel | 16 |
| 2.4.2 Kongruenzsätze | 16 |
| 2.4.3 Ähnlichkeitssätze | 16 |
| 2.4.4 Strahlensätze | 17 |
| 2.4.5 Teilung einer Strecke | 17 |
| 2.4.6 Dreieck | 18 |
| 2.4.7 Viereck | 20 |
| 2.4.8 Vielecke | 21 |
| 2.4.9 Kreis | 22 |
| 2.4.10 Ellipse | 24 |
| 2.5 Trigonometrie | 25 |
| 2.5.1 Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck | 25 |
| 2.5.2 Winkelfunktionen im allgemeinen Dreieck | 27 |
| 2.5.3 Additionstheoreme | 29 |
| 2.5.4 Sphärische Trigonometrie | 30 |
| 3 Geodätische Grundlagen | 31 |
| 3.1 Geodätische Bezugssysteme und Bezugsflächen | 31 |
| 3.1.1 Räumliches Bezugssystem | 31 |
| 3.1.2 Lagebezugssystem | 31 |
| 3.1.3 Höhenbezugssystem | 31 |
| 3.1.4 Bezugsfläche | 32 |
| 3.2 Geodätische Koordinatensysteme | 33 |
| 3.2.1 Sphärisches geographisches Koordinatensystem | 33 |
| 3.2.2 Ellipsoidisches geographisches Koordinatensystem | 33 |
| 3.2.3 Ellipsoidisches kartesisches Globalsystem | 33 |
| 3.2.4 Rechtwinklig-sphärisches Koordinatensystem | 34 |
| 3.2.5 Rechtwinklig-ebenes Koordinatensystem | 34 |
| 3.2.6 Polarkoordinaten | 34 |
| 3.2.7 Gauß-Krüger-Meridianstreifensystem (GK-System) | 35 |
| 3.2.8 Universales Transversales Mercator- Koordinatensystem (UTM-System) | 36 |
| 3.2.9 Horizontale Bezugsrichtungen | 37 |

| | |
|--|----|
| 4 Vermessungstechnische Grundaufgaben | 39 |
| 4.1 Einfache Koordinatenberechnungen | 39 |
| 4.1.1 Richtungswinkel und Strecke | 39 |
| 4.1.2 Polarpunktberechnung | 41 |
| 4.1.3 Kleinpunktberechnung | 42 |
| 4.1.4 Höhe und Höhenfußpunkt | 44 |
| 4.1.5 Schnitt mit einer Gitterlinie | 44 |
| 4.1.6 Geradenschnitt | 45 |
| 4.1.7 Schnitt Gerade - Kreis | 46 |
| 4.2 Flächenberechnung | 47 |
| 4.2.1 Flächenberechnung aus Maßzahlen | 47 |
| 4.2.2 Flächenberechnung aus Koordinaten | 48 |
| 4.2.3 Flächenreduktion im Gauß-Krüger-System | 48 |
| 4.2.4 Zulässige Abweichungen für Flächenberechnungen | 48 |
| 4.3 Flächenteilungen | 49 |
| 4.3.1 Dreieck | 49 |
| 4.3.2 Viereck | 50 |
| 5 Winkelmessung | 51 |
| 5.1 Instrumentenfehler am Theodolit | 51 |
| 5.2 Horizontalwinkelmessung | 54 |
| 5.2.1 Begriffsbestimmung | 54 |
| 5.2.2 Satzweise Richtungsmessung | 54 |
| 5.2.3 Winkelmessung mit Horizontschluss | 55 |
| 5.2.4 Satzvereinigung von zwei unvollständigen Teilsätzen | 56 |
| 5.3 Vertikalwinkelmessung | 57 |
| 5.4 Winkelmessung mit der Bussole | 58 |
| 6 Strecken- und Distanzmessung | 59 |
| 6.1 Streckenmessung mit Messbändern - Korrekturen und Reduktionen | 59 |
| 6.2 Optische Streckenmessung | 60 |
| 6.2.1 Basislattenmessung | 60 |
| 6.2.2 Strichentfernungsmessung (Reichenbach) | 61 |

| | |
|--|-----------|
| 6.3 Elektronische Distanzmessung | 62 |
| 6.3.1 Elektromagnetische Wellen | 62 |
| 6.3.2 Messprinzipien der elektronischen Distanzmessung | 62 |
| 6.3.3 Einflüsse der Atmosphäre | 63 |
| 6.4 Streckenkorrekturen und -reduktionen | 64 |
| 6.4.1 Frequenzkorrektur | 64 |
| 6.4.2 Zyklische Korrektur | 64 |
| 6.4.3 Nullpunktkorrektur | 65 |
| 6.4.4 Meteorologische Korrektur (1. Geschwindigkeitskorrektur) | 68 |
| 6.4.5 Geometrische Reduktionen | 68 |
| 6.4.6 Abbildungsreduktion | 70 |
| 6.5 Vertikale Exzentrizität | 71 |
| 6.6 Zulässige Abweichungen für Strecken | 72 |
| 7 Verfahren zur Punktbestimmung | 73 |
| 7.1 Indirekte Messungen | 73 |
| 7.1.1 Abriss | 73 |
| 7.1.2 Exzentrische Richtungsmessung | 74 |
| 7.1.3 Exzentrische Streckenmessung | 77 |
| 7.1.4 Gebrochener Strahl | 78 |
| 7.2 Einzelpunktbestimmung | 79 |
| 7.2.1 Polare Punktbestimmung | 79 |
| 7.2.2 Dreidimensionale polare Punktbestimmung | 80 |
| 7.2.3 Polare Punktbestimmung mit Kanalstab | 81 |
| 7.2.4 Gebäudeaufnahme mit reflektorloser Entfernungsmessung | 82 |
| 7.2.5 Bogenschnitt | 84 |
| 7.2.6 Vorwärtseinschnitt | 85 |
| 7.2.7 Rückwärtseinschnitt nach Cassini | 87 |
| 7.3 Freie Standpunktwahl | 88 |
| mittels Helmert-Transformation | 88 |
| 7.4 Polygonierung | 90 |
| 7.4.1 Anlage und Form von Polygonzügen | 90 |
| 7.4.2 Polygonzugberechnung - Normalfall | 91 |
| 7.4.3 Freier Polygonzug | 92 |
| 7.4.4 Ringpolygon | 93 |

| | |
|--|------------|
| 7.4.5 Zulässige Abweichungen für Polygonzüge | 94 |
| 7.4.6 Fehlertheorie | 95 |
| 7.5 Punktbestimmung mittels Netzausgleichung - Statistische Überprüfung | 96 |
| 7.6 Zulässige Abweichungen für Lagepunkte | 97 |
| 8 Transformationen | 98 |
| 8.1 Ebene Transformationen | 98 |
| 8.1.1 Drehung um den Koordinatenursprung (1 Parameter) | 98 |
| 8.1.2 Ähnlichkeitstransformation mit zwei identischen Punkten (4 Parameter) | 99 |
| 8.1.3 Ähnlichkeitstransformation mit mehr als 2 identischen Punkten Helmert-Transformation (4 Parameter) | 101 |
| 8.1.4 Affin-Transformation (6 Parameter) | 103 |
| 8.1.5 Projektivtransformation (8 Parameter) | 105 |
| 8.1.6 Ausgleichende Gerade | 107 |
| 8.2 Räumliche Transformationen | 109 |
| 8.2.1 Räumliche Ähnlichkeitstransformation (7 Parameter) | 109 |
| 8.2.2 Umrechnung ellipsoidischer geographischer Koordinaten in ellipsoidische kartesische Koordinaten und umgekehrt | 112 |
| 8.2.3 Umrechnung geographischer Koordinaten in Gauß-Krüger-Koordinaten und umgekehrt | 114 |
| 8.2.4 Umrechnung geographischer Koordinaten in UTM-Koordinaten und umgekehrt nach SCHÖDLBAUER | 116 |
| 8.2.5 Überführung der WGS 84 - Koordinaten in Gauß-Krüger- bzw. UTM-Koordinaten | 118 |
| 9 Höhenmessung | 121 |
| 9.1 Niveauflächen und Bezugsflächen | 121 |
| 9.2 Höhen | 123 |
| 9.3 Geometrisches Nivellement | 125 |
| 9.3.1 Definitionen | 125 |
| 9.3.2 Allgemeine Beobachtungshinweise | 125 |
| 9.3.3 Grundformel eines Nivellements | 126 |
| 9.3.4 Feinnivellement | 126 |
| 9.3.5 Ausgleichung einer Nivellementstrecke, -linie oder -schleife | 127 |
| 9.3.6 Höhenknotenpunkt | 128 |

| | |
|--|------------|
| 9.3.7 Ziellinienüberprüfung | 129 |
| 9.3.8 Genauigkeit des Nivellements | 131 |
| 9.3.9 Zulässige Abweichungen für geometrisches Nivellement | 132 |
| 9.4 Trigonometrische Höhenbestimmung | 133 |
| 9.4.1 Höhenbestimmung über kurze Distanzen (< 250m) | 133 |
| 9.4.2 Höhenbestimmung über große Distanzen | 134 |
| 9.4.3 Trigonometrisches Nivellement | 137 |
| 9.4.4 Turmhöhenbestimmung | 138 |
| 10 Ingenieurvermessung | 140 |
| 10.1 Absteckung von Geraden | 140 |
| - Zwischenpunkt in einer Geraden | |
| 10.2 Kreisbogenabsteckung | 141 |
| 10.2.1 Allgemeine Formeln | 141 |
| 10.2.2 Bestimmung des Tangentenschnittwinkels γ | 142 |
| 10.2.3 Kreisbogen durch einen Zwangspunkt P | 143 |
| 10.2.4 Absteckung von Kreisbogenkleinpunkten | 144 |
| 10.2.5 Näherungsverfahren | 146 |
| 10.2.6 Kontrollen der Kreisbogenabsteckung | 147 |
| 10.2.7 Korbbogen | 148 |
| 10.3 Klotoide | 149 |
| 10.3.1 Definition | 149 |
| 10.3.2 Verbundkurve Klotoide - Kreisbogen - Klotoide | 151 |
| 10.4 Gradienten | 152 |
| 10.4.1 Längsneigung | 152 |
| 10.4.2 Schnittpunktberechnung zweier Gradienten | 152 |
| 10.4.3 Kuppen- und Wannenausrundung | 153 |
| 10.5 Erdmengenberechnung | 154 |
| 10.5.1 Mengenberechnung aus Querprofilen | 154 |
| 10.5.2 Mengenberechnung aus Höhenlinien | 155 |
| 10.5.3 Mengenberechnung aus Prismen | 156 |
| 10.5.4 Mengenberechnung einer Rampe | 157 |
| 10.5.5 Mengenberechnung sonstiger Figuren | 157 |

| | |
|--|-----|
| 11 Ausgleichsrechnung | 159 |
| 11.1 Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen - Allgemein | 159 |
| 11.1.1 Aufstellen von Verbesserungsgleichungen | 159 |
| 11.1.2 Berechnung der Normalgleichungen, der Unbekannten und der Kofaktorenmatrizen | 160 |
| 11.1.3 Genauigkeit | 160 |
| 11.1.4 Statistische Überprüfung | 161 |
| 11.2 Punktbestimmung mit Richtungen und Strecken nach vermittelnden Beobachtungen | 162 |
| 11.3 Höhennetzausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen | 165 |
| 12 Grundlagen der Statistik | 166 |
| 12.1 Grundbegriffe der Statistik | 166 |
| 12.2 Wahrscheinlichkeitsfunktionen | 168 |
| 12.3 Vertrauensbereiche Konfidenzbereiche | 169 |
| 12.4 Testverfahren | 170 |
| 12.5 Messunsicherheit u | 171 |
| 12.6 Toleranzen | 172 |
| 12.7 Varianz | 173 |
| 12.7.1 Varianz aus Funktionen unabhängiger Beobachtungen | 173 |
| 12.7.2 Varianz aus Funktionen gegenseitig abhängiger (korrelierter) Beobachtungen - Kovarianzfortpflanzungsgesetz | 174 |
| 12.8 Standardabweichung | 175 |
| 12.8.1 Standardabweichung aus direkten Beobachtungen | 175 |
| 12.8.2 Standardabweichung aus Beobachtungsdifferenzen (Doppelmessung) | 176 |
| 12.9 Gewichte - Gewichtsreziproke | 177 |
| 12.10 Tabelle von Wahrscheinlichkeitsverteilungen | 178 |
| Abkürzungen | 181 |
| Literaturhinweise, Internetportale | 182 |
| Stichwortverzeichnis | 183 |