
Effizienzanalyse von Dienstleistungsproduktionen

Regina Schindwein

Effizienzanalyse von Dienstleistungs- produktionen

Eine Data Envelopment
Analysis unter Berücksichtigung
stochastischer externer Faktoren

 Springer Gabler

Regina Schindwein
Östringen, Deutschland

Dissertation Universität Hohenheim, 2015

ISBN 978-3-658-14321-3 ISBN 978-3-658-14322-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-14322-0

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2016

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Gabler ist Teil von Springer Nature

Die eingetragene Gesellschaft ist Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Geleitwort

Für die Anbieter von Dienstleistungen ist eine kontinuierliche Überprüfung und Verbesserung der angebotenen Leistungen unabdingbar, um Wettbewerbsvorteile erzielen und damit dauerhaft am Markt bestehen zu können. Ein Verfahren der Leistungsmessung, das für Dienstleistungen als besonders gut geeignet gilt und immer häufiger zum Einsatz kommt, ist die von A. Charnes, W.W. Cooper und E. Rhodes (1978) entwickelte Data Envelopment Analysis (DEA). Diese Methode basiert auf Konzepten der Produktionstheorie, die allerdings sehr stark durch die Sachgüterproduktion geprägt wurde. Obwohl die DEA in den vergangenen Jahrzehnten in vielfacher Hinsicht methodisch erweitert wurde, unterscheiden sich die Ansätze zur Bewertung von Sachgüter- und Dienstleistungsproduktionen zumeist lediglich durch die Kriterien, die das zugrunde liegende Produktionssystem charakterisieren. In der vorliegenden Schrift arbeitet Frau Schlindwein systematisch heraus, dass dieses Vorgehen den spezifischen Eigenschaften von Dienstleistungen nicht gerecht wird und schlägt daher ein neue modifizierte Methodik vor.

Für die Anwendung der DEA zur Messung der Effizienz von Dienstleistungsaktivitäten stellt insbesondere die Integration des externen Faktors eine besondere Herausforderung dar. Unter einem externen Faktor wird hierbei der individuelle Beitrag eines Kunden bei der Leistungserstellung verstanden. Da dieser vom Nachfrager eingebracht wird, stellt er aus Sicht des Dienstleistungsanbieters einen Unsicherheitsfaktor dar. Frau Schlindwein macht in der Arbeit deutlich, dass zur leistungsgerechten und fairen Messung der Effizienz von Dienstleistungen eine Integration dieser stochastischen Einflussgröße notwendig ist. Zur Beschreibung von Dienstleistungsproduktionen werden daher stochastische multivariat verteilte Aktivitäten verwendet, die sich unmittelbar aus den beobachteten Produktionen eines Dienstleistungsanbieters schätzen lassen. Ausgangspunkt der weiteren Untersuchungen ist somit eine Technologiemenge auf Basis von stochastischen Dienstleistungsaktivitäten.

Da die bislang bekannten stochastischen Effizienzkonzepte der DEA und deren

Erweiterungen für die Untersuchung von Dienstleistungsaktivitäten nur bedingt geeignet sind, entwickelt Frau Schlindwein ein neues Effizienzmaß, die sogenannte γ -Effizienz. Dieses Effizienzkonzept hat den Vorteil, dass es zur Beurteilung einer Dienstleistungsaktivität den gesamten effizienten Rand des zugehörigen Konfidenzintervalls heranzieht. Mit Hilfe einer numerischen Approximation gelingt es der Autorin ein Algorithmus vorzustellen, mit dem sich Effizienzdefizite einzelner Dienstleistungsanbieter praktisch aufdecken lassen. Sie liefern den Anwendern einen Hinweis auf mögliche Leistungsverbesserungen.

Andreas Kleine

Vorwort

Die vorliegende Arbeit wurde im Februar 2015 bei der Fakultät Wirtschafts- und Sozialwissenschaften der Universität Hohenheim als Dissertation eingereicht und im Juli 2015 angenommen. Sie entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin an der Universität Hohenheim sowie während meiner Elternzeit.

Das Thema meiner Dissertation wurde mir von Herrn Prof. Dr. Andreas Kleine vermittelt. Ihm gilt mein ganz besonderer Dank. Durch seine Betreuung und seine zahlreichen Anregungen hat er wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen. An dieser Stelle möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Dr. Karsten Hadwich bedanken für die Erstellung des Zweitgutachtens, sowie bei Frau Prof. Dr. Katja Schimmelpfeng für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes im Kolloquium. Darüber hinaus ein herzliches Dankeschön an alle Kolleginnen und Kollegen an der Universität Hohenheim für die Zusammenarbeit, die wissenschaftlichen sowie privaten Gespräche.

Dankbar bin ich auch für die große Unterstützung aus meiner Familie. Mein Ehemann Rolf hat mich immer wieder aufs Neue ermutigt, die Arbeit fertigzustellen. Meine Eltern Hedwig und Franz sowie meine Schwiegereltern Berta und Emil haben mich in großem Maße unterstützt durch die vielen Stunden, in denen sie unsere Kinder betreut haben. Dankbar bin ich zudem meinen Töchtern Luise und Juliane für die Freude, die sie in mein Leben bringen.

Regina Schindwein

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XIII
Tabellenverzeichnis	XV
Verzeichnis ausgewählter Symbole und Abkürzungen	XVII
1 Einleitung	1
1.1 Zur Bedeutung der Leistungsmessung im Dienstleistungsbereich	1
1.2 Aufbau der Arbeit	4
2 Grundlagen der Effizienzmessung und die Data Envelopment Analysis	9
2.1 Der Begriff der Produktion und Grundbegriffe der Aktivitätsanalyse	9
2.2 Die Technologiemenge	13
2.2.1 Grundannahmen zu den Technologiemengen	13
2.2.2 Spezielle Eigenschaften von Technologiemengen	14
2.3 Der Effizienzbegriff und ausgewählte Effizienzkonzepte	19
2.4 Verfahren der Effizienzmessung	25
2.5 Data Envelopment Analysis	28
2.5.1 Hintergründe und Grundbegriffe	28
2.5.2 Konstruktion der DEA-Technologiemenge	30
2.5.3 Entwicklung der DEA-Effizienzmaße und eines allgemeinen DEA-Modells . .	37
2.5.4 Ausgewählte DEA-Modelle: CCR-Modell und BCC-Modell	43
3 Produktionstheoretische Analyse von Dienstleistungen	51
3.1 Der Dienstleistungsbegriff	51
3.2 Besonderheiten im Produktionssystem von Dienstleistungen	54
3.2.1 Dienstleistungsinput	54
3.2.2 Besonderheiten beim Input	54
3.2.3 Der externe Produktionsfaktor	57
3.2.4 Dienstleistungsthroughput	61
3.2.5 Besonderheiten beim Throughput	61
3.2.6 Zweistufigkeit des Produktionsprozesses	63
3.2.7 Produktionsunsicherheit	65
3.2.8 Dienstleistungsoutput	68
3.2.9 Besonderheiten beim Output	68
3.2.10 Immaterialität der erstellten Leistungen	70
3.2.11 Heterogenität der erstellten Leistungen	73

4	Entwicklung einer Dienstleistungsaktivität	77
4.1	Allgemeine Anforderungen an die aktivitätsanalytische Darstellung der Dienstleistungsproduktion	77
4.2	Besondere Herausforderungen an die aktivitätsanalytische Darstellung der Dienstleistungsproduktion	79
4.2.1	Erfassung des externen Produktionsfaktors	79
4.2.2	Integrativitätsbedingte Produktionsunsicherheit	82
4.2.3	Unterscheidung von Vor- und Endkombination	84
4.2.4	Erfassung des Dienstleistungsoutput	86
4.2.5	Zusammenfassung der Herausforderungen	89
4.3	Inputs und Outputs der Dienstleistungsaktivität	90
4.4	Auswirkungen der Integrativität auf die Inputs und Outputs der Dienstleistungsaktivität	91
4.4.1	Die Dimensionen des externen Faktors und ihr Einfluss auf die Dienstleistungsproduktion	91
4.4.2	Die stochastische Dienstleistungsproduktion	98
4.5	Anknüpfungspunkte zur Berücksichtigung von Unsicherheit in der Aktivität	100
4.5.1	Zur Berücksichtigung von Unsicherheit in der Produktionstheorie	100
4.5.2	Abbildung von Unsicherheit in der Aktivität nach JAHNKE	101
4.6	Entwicklung einer stochastischen Aktivität für die Dienstleistungsproduktion	104
4.6.1	Dienstleistungsproduktion mit einem stochastischen Input	104
4.6.2	Dienstleistungsproduktion mit zwei stochastischen Inputs	107
4.6.3	Dienstleistungsproduktion mit mehreren stochastischen Inputs und Outputs: die multivariat verteilte Dienstleistungsaktivität	114
5	DEA-Technologiemengen für stochastische Dienstleistungsproduktionen	117
5.1	Basis der DEA-Technologiemenge für die stochastische Dienstleistungsproduktion	117
5.1.1	Beobachtete Produktionen und Annahmen zur Technologie als Basis der DEA-Technologiemenge	117
5.1.2	Zur Problematik der Annahme der <i>Empirischen Vollständigkeit</i> im Hinblick auf eine stochastische Produktion	121
5.2	Einführung eines Datenbeispiels	125
5.3	Technologiemengen auf Basis beobachteter Produktionen	128
5.3.1	Inklusion aller Beobachtungen	128
5.3.2	Elimination von Beobachtungen	129
5.4	Technologiemengen auf Basis der Erwartungswerte und Varianzen der Produktionen	132
5.4.1	Inklusion aller erwarteten Produktionen	132
5.4.2	Die μ - σ -Technologiemenge	134
5.4.3	Die Chance-Constrained Technologiemenge	138
5.5	Die Technologiemenge auf Basis der Konfidenzbereiche der Produktionen	144
5.5.1	Entwicklung der Technologiemenge $TM(\gamma)$	144
5.5.2	Darstellung des Konfidenzbereichs $D(\gamma)$ als Schnittmenge der durch die Chance Constraint $CC(\beta)$ erzeugten Halbräume	147
5.5.3	Entwicklung der Chance Constraint $CC(\beta)$ am Beispiel der DMU A	151
5.5.4	Zur Dualität der Technologiemenge $TM(\gamma)$ und der Chance-Constrained Menge $V(\beta)$	154
5.5.5	Entwicklung der Mengen $IM(\gamma)$ und $V(\beta)$ für das Datenbeispiel	160

6	DEA-Effizienzmaße auf Basis stochastischer Effizienzkonzepte	167
6.1	Die Problematik der Anwendung des Effizienzkriteriums auf die stochastische Dienstleistungsproduktion	167
6.2	Stochastische Effizienzkonzepte	170
6.2.1	Untersuchungsgegenstand der stochastischen Effizienzkonzepte	170
6.2.2	Das μ -Prinzip	171
6.2.3	Das μ - σ -Prinzip	172
6.2.4	Die Konzepte der stochastischen Dominanz	173
6.2.5	Das Konzept der α -stochastischen Effizienz	175
6.3	Vorgehensweisen bei der Entwicklung eines DEA-Effizienzmaßes für die stochastische Dienstleistungsproduktion	178
6.4	Effizienzbeurteilung durch Aggregation der DEA-Effizienzwerte der Beobachtungen	179
6.4.1	Berechnung der DEA-Effizienzwerte der Beobachtungen	179
6.4.2	Die mittlere Effizienz der Produktionen	181
6.4.3	Effizienzbeurteilung auf Basis des μ - σ -Prinzips	182
6.4.4	Effizienzbeurteilung auf Basis der stochastischen Dominanz der Effizienzwerte	188
6.4.5	Beurteilung auf Basis der α -stochastischen Effizienz	192
6.5	Effizienzmessung auf Basis der Erwartungswerte und Varianzen der Produktionen	194
6.5.1	DEA-Effizienz der erwarteten Produktionen	194
6.5.2	DEA-Effizienzmaße auf Basis des μ - σ -Prinzips	196
6.5.3	Die α -stochastische DEA-Effizienz	201
7	DEA-Effizienzmaß auf Basis der Konfidenzbereiche der stochastischen Produktionen	207
7.1	Beurteilung der vorgestellten Effizienzmaße im Hinblick auf die stochastische Dienstleistungsproduktion	207
7.2	Der Einfluss des externen Faktors und das Konzept der internen Effizienz	210
7.3	Der Chance-Constrained Effizienzindex nach OLSEN/PETERSEN	214
7.4	Die DEA-Effizienzfunktion einer stochastischen Produktion	219
7.4.1	Das Konzept der DEA-Effizienzfunktion	219
7.4.2	Der Definitionsbereich der Effizienzfunktion	224
7.4.3	Der Definitionsbereich der Effizienzfunktion bei zwei stochastischen Inputs	224
7.4.4	Der Definitionsbereich der Effizienzfunktion bei mehreren stochastischen Kriterien	225
7.4.5	Approximation der Effizienzfunktion	227
7.4.6	Approximation der Effizienzfunktion bei zwei stochastischen Inputs	227
7.4.7	Bestimmung von Stützpunkten der Interpolationsfunktion bei mehreren stochastischen Kriterien	231
7.5	Effizienzmaß auf Basis der DEA-Effizienzfunktion	233
7.5.1	Entwicklung des Effizienzmaßes	233
7.5.2	Berechnung des Effizienzmaßes bei zwei stochastischen Inputs	238
7.5.3	Berechnung des Effizienzmaßes bei mehreren stochastischen Kriterien	244
8	Relevanz und Einsatzmöglichkeiten der vorgestellten DEA-Effizienzmaße	253
Anhang		257
A.1	Datenbeispiel: Beobachtungen	257
A.2	Datenbeispiel: Effizienzwerte der Beobachtungen	258
Literaturverzeichnis		259

Abbildungsverzeichnis

2.1	Input-Throughput-Output-System	9
2.2	Größenproportionalität	18
2.3	Additivität	18
2.4	Linearität	18
2.5	Linearität und Verschwendbarkeit	18
2.6	Überlegungen zum Effizienzmaß	24
2.7	DEA-Technologiemengen mit konstanten und variablen Skalenerträgen	34
2.8	Ausgewählte Abstandsmaße als DEA-Zielfunktion	41
2.9	DEA-Zielfunktion - input- und outputorientiert	41
3.1	Dienstleistungsspezifische Besonderheiten beim Input	56
3.2	Erscheinungsformen des externen Faktors	58
3.3	Dienstleistungsspezifische Besonderheiten beim Throughput	63
3.4	Input-Throughput-Output-System der Dienstleistungsproduktion	63
3.5	Dienstleistungsspezifische Besonderheiten beim Output	69
4.1	Allgemeine Anforderungen an die Inputs und Outputs der Aktivität	78
4.2	Für die Dienstleistungsaktivität bedeutende Aspekte im Input-Throughput-Output-System der Dienstleistungsproduktion	79
4.3	Input-Throughput-Output-Systeme von Vor- und Endkombination	85
4.4	Aktivität mit einem stochastischen Input	107
4.5	Aktivität mit zwei stochastischen Inputs: individuelle Verteilungen	109
4.6	Aktivität mit zwei stochastischen Inputs: gemeinsame Verteilung	112
5.1	Beispiel zur Annahme $i)$	123
5.2	Beobachtungen und Konfidenzbereich der DMU_A	127
5.3	Konfidenzbereiche der fünf DMUs	128
5.4	Technologiemenge auf Basis aller Beobachtungen	130
5.5	Technologiemenge nach Elimination von Beobachtungen	132
5.6	Technologiemenge auf Basis aller Beobachtungen und auf Basis der erwarteten Produktionen	134
5.7	μ - σ -Technologiemenge	137
5.8	Chance-Constrained Technologiemenge	144
5.9	Technologiemenge auf Basis der Konfidenzbereiche: $TM(0,6)$	146
5.10	Konfidenzbereich und drei stützende Hyperebenen	148
5.11	Zwei stützende Hyperebenen für $D_A(0,6)$	153
5.12	Stützende Hyperebenen für $D_A(0,6)$ und $w = 0$	154

5.13	Konstruktion von $TM(\gamma)$ - Annahme i')	162
5.14	Konstruktion von $LM(\gamma)$ - Annahme $iv)$	163
5.15	Konstruktion von $TM(\gamma)$ - Annahme $iii)$	164
5.16	Konstruktion von $TM(\gamma)$ - Annahme $ii)$	166
6.1	Empirische Verteilungsfunktionen der Effizienzwerte	191
7.1	Einfluss des externen Faktors auf die Produktion	212
7.2	Intern effizienter Rand des Konfidenzbereichs	214
7.3	Chance-Constrained Effizienzindex: Halbräume	218
7.4	Menge der intern effizienten Produktionen einer DMU_o	222
7.5	Effizienzfunktion einer DMU_o	222
7.6	Interpolationsfunktion	228
7.7	Berechnung der Stützpunkte der Interpolationsfunktion	230
7.8	Approximation der Effizienzfunktionen	231
7.9	Menge der effizienten Referenzen für eine DMU_o	235
7.10	Effizienzfunktionen der DMU_o und ihrer Referenz	235
7.11	Vergleich zweier Effizienzfunktionen	236
7.12	Fläche A_o	237
7.13	Fläche A_{Ref}	237
7.14	Berechnung der Teilfläche A_i	239
7.15	Berechnung der Teilfläche A_i - Vereinfachung	243
7.16	Struktogramm: [Stützpunkte]	249

Tabellenverzeichnis

5.1	Datenbeispiel	126
5.2	Datenbeispiel: μ - σ -Technologiemengen	136
6.1	Datenbeispiel: Mittlere Effizienz	182
6.2	Datenbeispiel: μ - σ -Effizienz der Effizienzwerte	186
6.3	Datenbeispiel: Korrigierte mittlere Effizienz	187
6.4	Datenbeispiel: Stochastische Dominanz der Effizienzwerte	192
6.5	Datenbeispiel: α -stochastische-Effizienz der Effizienzwerte	194
6.6	Datenbeispiel: DEA-Effizienz der mittleren Produktionen	196
6.7	Datenbeispiel: μ - σ -DEA-Effizienz	199
6.8	Datenbeispiel: DEA-Effizienz der korrigierten mittleren Produktionen	202
6.9	Datenbeispiel: α -stochastische DEA-Effizienz	206
7.1	Datenbeispiel: Chance-Constrained Effizienzindex	216
7.2	Datenbeispiel: Definitionsbereiche der Effizienzfunktionen	225
7.3	Datenbeispiel: Aggregierte γ -Effizienz	241
A.1	Datenbeispiel: Beobachtungen	257
A.2	Datenbeispiel: Effizienzwerte der Beobachtungen	258

Verzeichnis ausgewählter Symbole und Abkürzungen

Ausgewählte Symbole

$\mathbf{0}$	Nullvektor
a	Distanz zweier Stützpunkte der Interpolationsfunktion
A_i	i -te Teilfläche bzw. i -ter Teilbereich von A_o
A_o	Fläche bzw. Volumen unterhalb der Effizienzfunktion $\theta_o^\gamma(\alpha)$ bzw. $\theta_o^\gamma(\alpha)$
A_{Ref}	Fläche bzw. Volumen unterhalb der Effizienzfunktion der Referenz $\hat{\theta}_o(\alpha)$ bzw. $\hat{\theta}_o(\alpha)$
$A_{Ref;i}$	i -ter Teilbereich von A_{Ref}
α_s	Winkel, der das Verhältnis des s -ten Kriteriums der Produktion zum Input x_1 kennzeichnet
α'_s	untere Grenze des Definitionsbereichs $DB_{\theta_o,s}$
α''_s	obere Grenze des Definitionsbereichs $DB_{\theta_o,s}$
$\alpha := (\alpha_2, \dots, \alpha_{M+N})^T$	Vektor der Winkel der Effizienzfunktion
α_i	i -te Stützstelle der Interpolationsfunktion für $\theta_o^\gamma(\alpha)$
$(\alpha_i, \theta_i^\gamma)$	i -ter Stützpunkt der Interpolationsfunktion $L_o(\alpha)$ für $\theta_o^\gamma(\alpha)$
$(\alpha_i, \hat{\theta}_i^\gamma)$	i -ter Stützpunkt der Interpolationsfunktion für $\theta_o^\gamma(\alpha)$
$C(\beta)$	Schnittmenge der Halbräume
$cone(\cdot)$	Operator für den konvexen Kegel
$conv(\cdot)$	Operator für die konvexe Hülle
χ_f^2	Chi-Quadrat-verteilte Zufallsvariable mit f Freiheitsgraden
d, d^2	Mahalanobisdistanz, quadrierte Mahalanobisdistanz
$D(\gamma)$	Konfidenzbereich der stochastischen Produktion \mathbf{Z} zum Konfidenzniveau γ
DB_{θ_o}	Definitionsbereich der Effizienzfunktion $\theta_o^\gamma(\alpha)$ bzw. $\theta_o^\gamma(\alpha)$
$DB_{\theta_o,s}$	individueller Definitionsbereich der Effizienzfunktion $\theta_o^\gamma(\alpha)$ für den Winkel α_s
\mathbf{e}	Einheitsvektor
$E(\cdot)$	Erwartungswert
ε	hinreichend kleine Zahl
$f(\cdot)$	Dichtefunktion
$F(\cdot)$	Verteilungsfunktion

γ	Konfidenzniveau; Wahrscheinlichkeit, dass die stochastische Produktion \mathbf{Z} im Konfidenzbereich $D(\gamma)$ enthalten ist
Γ	DEA-Zielfunktion
$H, H(\cdot)$	Halbraum
I	Anzahl der Teilbereiche des Definitionsbereichs DB_{θ_o} der Effizienzfunktion
J	Anzahl der DMUs
K	Anzahl der Beobachtungen (Realisationen) einer stochastischen Produktion
λ	Linearfaktor, Skalarfaktor
$\lambda := (\lambda_1, \dots, \lambda_j)^T$	Vektor der Linearfaktoren
$L_o(\alpha)$	Interpolationsfunktion bei zwei stochastischen Kriterien
M	Anzahl der Inputs
μ	Erwartungswert
μ	erwartete Produktion, erwartete Aktivität
$\mu_{x_j} := (\mu_{x_{j1}}, \dots, \mu_{x_{jM}})^T$	Vektor der erwarteten Inputs der DMU_j
$\mu_{y_j} := (\mu_{y_{j1}}, \dots, \mu_{y_{jN}})^T$	Vektor der erwarteten Outputs der DMU_j
N	Anzahl der Outputs
\mathcal{N}	Normalverteilung
$o \in \{1, \dots, J\}$	Index der zu beurteilenden DMU
\mathbf{O}	Koordinatenursprung
ω	Ereignis aus dem Ereignisraum Ω einer Zufallsvariablen
Ω	Ereignisraum einer Zufallsvariablen
$P[\cdot]$	Wahrscheinlichkeit
$\Phi(\cdot), \Phi^{-1}(\cdot)$	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung, Inverse der Verteilungsfunktion
$\Psi(\cdot)$	Präferenzfunktion
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{R}_+	Menge der nichtnegativen reellen Zahlen
$\mathbb{R}_+^{M+N} := -\mathbb{R}_+^M \times \mathbb{R}_+^N$	Kartesisches Produkt aus $-\mathbb{R}_+^M$ und \mathbb{R}_+^N
ρ_{12}	Korrelationskoeffizient
$\mathbf{s}^+ := (s_1^+, \dots, s_N^+)^T$	Vektor der Output-Abweichungen
$\mathbf{s}^- := (s_1^-, \dots, s_M^-)^T$	Vektor der Input-Abweichung
s_{θ}	Schätzer für die Standardabweichung der Effizienz
$\mathbf{S}, \mathbf{S}^{-1}$	Schätzer für die Kovarianzmatrix, Inverse des Schätzers
ST_i	Menge der Stützstellen von T_i
σ	Standardabweichung
σ^2	Varianz
Σ, Σ^{-1}	Kovarianzmatrix, Inverse der Kovarianzmatrix
t_m^-	Gewichtung der Abweichung beim m -ten Input
t_n^+	Gewichtung der Abweichung beim n -ten Output
T_i	i -ter Teilbereich aus DB_{θ_o}
TM	Technologiemenge

TM_{eff}	Menge effizienter Produktionen einer Technologie TM
\widehat{TM}	Technologiemenge für eine stochastische Dienstleistungsproduktion
$\widehat{TM}_{CC}^D(\beta)$	deterministisches Äquivalent der Chance-Constrained Technology $\widehat{TM}_{CC}(\beta)$
\widehat{TM}_μ	Technologiemenge auf Basis der erwarteten Produktionen
$\widehat{TM}_{\mathcal{E}^E}$	Technologiemenge auf Basis der Beobachtungen aus \mathcal{E}^E
$\widehat{TM}_{\mathcal{E}}$	Technologiemenge auf Basis aller Beobachtungen
$\widehat{TM}_{\mu\sigma}$	μ - σ -Technologiemenge
$TM(\gamma)$	Technologiemenge auf Basis der Konfidenzbereiche
$TM_j(\gamma)$	Technologiemenge auf Basis des Konfidenzbereichs $D_j(\gamma)$
θ	Maß für die radiale Effizienz
θ_o	Maß für die radiale Effizienz der DMU_o
θ_{jk}	Effizienzwert der k -ten Beobachtung von DMU_j
$\bar{\theta}_i^\gamma$	Mittelwert aller Effizienzwerte $\theta_o^\gamma(\alpha)$ an den Stützstellen aus ST_i
$\bar{\theta}_i^\gamma$	Mittelwert aller Effizienzwerte an den Stützstellen aus ST_i
θ_j	mittlere Effizienz der DMU_j
θ_o^α	Maß für die α -stochastische DEA-Effizienz
θ^γ	Maß für die γ -Effizienz
θ_i^γ	i -ter Stützwert der Interpolationsfunktion für $\theta(\alpha)$ bzw. $\theta(\alpha)$
$\theta_o^{\mu\sigma 1}$	Maß für die μ - σ -DEA-Effizienz
$\theta_o^{\mu\sigma 2}$	Maß für die DEA-Effizienz der korrigierten erwarteten Produktionen
θ_o^μ	Maß für die DEA-Effizienz der erwarteten Produktionen
$\hat{\theta}_o(\alpha), \hat{\theta}_o(\alpha)$	Effizienzfunktion der Referenz
$\theta_o^\beta(\alpha), \theta_o^\beta(\alpha)$	DEA-Effizienzfunktion einer stochastischen Produktion der DMU_o
Θ	Effizienzmaß für eine stochastische Produktion
Θ_o^α	Maß für die α -stochastische Effizienz
Θ_o^γ	Maß für die aggregierte γ -Effizienz
$\Theta_o^{\mu\sigma 1}$	Maß für die μ - σ -Effizienz
$\Theta_o^{\mu\sigma 2}$	Maß für die korrigierte mittlere Effizienz
Θ_o^{FSD1}	Maß für die FSD-Effizienz der Effizienzwerte (minimaler Abstand von der Verteilung der Referenz)
Θ_o^{FSD2}	Maß für die FSD-Effizienz der Effizienzwerte (mittlerer Abstand von der Verteilung der Referenz)
$\mathbf{u} := (u_1, \dots, u_M)^T$	Vektor der Input-Gewichte
$\mathbf{v} := (v_1, \dots, v_N)^T$	Vektor der Output-Gewichte
$V(\beta)$	die zu $TM(\gamma)$ duale Menge
$V_j(\beta)$	die zu $TM_j(\gamma)$ duale Menge
$V_j(\beta)$	deterministisches Äquivalent zu $V_j(\beta)$
V_i	Volumen des Teilbereichs T_i aus DB_{θ_o}
w	Dualvariable, Skalenertragsvariable
$\mathbf{w} := (w_1, \dots, w_{M+N})^T$	Vektor der Input- und Outputgewichte
$\mathbf{x} := (x_1, \dots, x_M)^T$	Vektor der Inputs
$\mathbf{x}_{jk} := (x_{j1k}, \dots, x_{jMk})^T$	k -ter beobachteter Inputvektor der stochastischen Produktion \mathbf{Z}_j

$\mathbf{X} := (X_1, \dots, X_M)^T$	stochastischer Inputvektor
$\bar{\mathbf{X}} := (\bar{X}_{j1}, \dots, \bar{X}_{jM})^T$	mittlerer Inputvektor
$\mathbf{y} := (y_1, \dots, y_N)^T$	Vektor der Outputs
$\mathbf{y}_{jk} := (y_{j1k}, \dots, y_{jMk})^T$	k -ter beobachteter Outputvektor der der stochastischen Produktion \mathbf{Z}_j
$\mathbf{Y} := (Y_1, \dots, Y_N)^T$	stochastischer Outputvektor
$\bar{\mathbf{Y}} := (\bar{Y}_{j1}, \dots, \bar{Y}_{jN})^T$	mittlerer Outputvektor
$\mathbf{z} := (-\mathbf{x}^T, \mathbf{y}^T)^T$	Produktion, Aktivität
$\hat{\mathbf{z}} := (-\hat{\mathbf{x}}^T, \hat{\mathbf{y}}^T)^T$	effiziente Referenz
\mathbf{z}_i	zum i -ten Stützpunkt der Interpolationsfunktion für $\theta'_i(\alpha)$ gehörende Produktion
$\mathbf{z}_{jk} := (-\mathbf{x}_{jk}^T, \mathbf{y}_{jk}^T)^T$	k -te Beobachtung (Realisation) der stochastischen Produktion \mathbf{Z}_j
$\mathbf{Z} := (\mathbf{X}^T, \mathbf{Y}^T)^T$	stochastische Produktion, stochastische Aktivität
$\bar{\mathbf{Z}} := (-\bar{\mathbf{X}}^T, \bar{\mathbf{Y}}^T)^T$	mittlere Produktion
\mathcal{Z}'	aus der Menge der Beobachtungen \mathcal{Z} abgeleitete Menge
\mathcal{Z}	Menge der beobachteten Produktionen
\mathcal{Z}^E	Teilmenge der Menge der beobachteten Produktionen \mathcal{Z}

Abkürzungen

<i>BCC</i>	DEA-Modell nach BANKER et al. 1984 (variable Skalenerträge)
<i>CCR</i>	DEA-Modell nach Charnes, Cooper und Rhodes (konstante Skalenerträge)
<i>CRS</i>	constant returns to scale, konstante Skalenerträge
<i>DEA</i>	Data Envelopment Analysis
<i>DMU</i>	Decision Making Unit, Entscheidungseinheit
<i>DMU_o</i>	die zu beurteilende Entscheidungseinheit
<i>FSD</i>	first order stochastic dominance, stochastische Dominanz ersten Grades
PK-Effizienz	Pareto-Koopmans-Effizienz
<i>SFA</i>	Stochastic Frontier Analysis
u.d.N.	unter den Nebenbedingungen
<i>VRS</i>	variable returns to scale, variable Skalenerträge
<i>ZE</i>	Zeiteinheiten
<i>ZSD</i>	zero order stochastic dominance, Zustandsdominanz