# Springer Studium Mathematik – Bachelor

Die Reihe „Springer Studium Mathematik“ richtet sich an Studierende aller mathematischen Studiengänge und an Studierende, die sich mit Mathematik in Verbindung mit einem anderen Studienfach intensiv beschäftigen, wie auch an Personen, die in der Anwendung oder der Vermittlung von Mathematik tätig sind. Sie bietet Studierenden während des gesamten Studiums einen schnellen Zugang zu den wichtigsten mathematischen Teilgebieten entsprechend den gängigen Modulen. Die Reihe vermittelt neben einer soliden Grundausbildung in Mathematik auch fachübergreifende Kompetenzen. Insbesondere im Bachelorstudium möchte die Reihe die Studierenden für die Prinzipien und Arbeitsweisen der Mathematik begeistern. Die Lehr- und Übungsbücher unterstützen bei der Klausurvorbereitung und enthalten neben vielen Beispielen und Übungsaufgaben auch Grundlagen und Hilfen, die beim Übergang von der Schule zur Hochschule am Anfang des Studiums benötigt werden. Weiter begleitet die Reihe die Studierenden im fortgeschrittenen Bachelorstudium und zu Beginn des Masterstudiums bei der Vertiefung und Spezialisierung in einzelnen mathematischen Gebieten mit den passenden Lehrbüchern. Für den Master in Mathematik stellt die Reihe zur fachlichen Expertise Bände zu weiterführenden Themen mit forschungsnahen Einblicken in die moderne Mathematik zur Verfügung. Die Bücher können dem Angebot der Hochschulen entsprechend auch in englischer Sprache abgefasst sein.

Weitere Bände dieser Reihe finden sie unter
http://www.springer.com/series/13446

Folkmar Bornemann

# Numerische lineare Algebra

## Eine konzise Einführung mit MATLAB und Julia

Springer Spektrum

Folkmar Bornemann
Technische Universität München, Zentrum Mathematik
Garching, Deutschland

Springer Studium Mathematik – Bachelor
ISBN 978-3-658-12883-8 ISBN 978-3-658-12884-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-12884-5

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum


*Planung*: Ulrike Schmickler-Hirzebruch

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Spektrum ist Teil von Springer Nature
Die eingetragene Gesellschaft ist Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

The trouble with people is not that they don't know but that they know so much that ain't so.

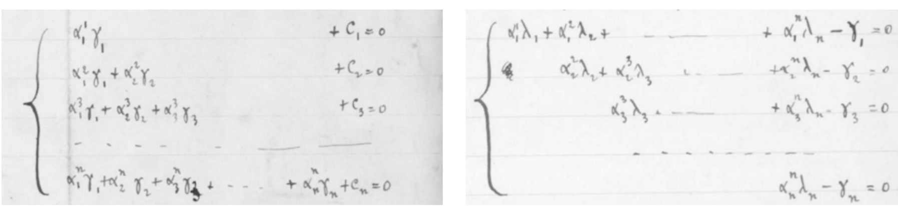
*(Josh Billings 1874)*

Vieles hätte ich verstanden
– hätte man es mir nicht erklärt.

*(Stanisław Jerzy Lec 1957)*

An expert is someone who has made all the mistakes which can be made in a narrow field.

*(Niels Bohr 1954)*



unteres und adjungiertes oberes Dreieckssystem aus dem Manuskript* von A.-L. Cholesky (1910), vgl. §8.3

* « Sur la résolution numérique des systèmes d'équations linéaires », Fonds André-Louis Cholesky (1875-1918), Abdruck mit freundlicher Genehmigung der Archives de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau, Frankreich.

# Vorwort

Das vorliegende Buch entstand aus einem Skript zur Vorlesung *Einführung in die numerische lineare Algebra*, die an der TU München zweistündig im dritten Semester des Bachelorstudiengangs Mathematik gelesen wird: Anhand grundlegender Problemstellungen der linearen Algebra soll in das algorithmisch-numerische Denken eingeführt werden. Die Beschränkung auf die lineare Algebra sichert dabei eine stärkere thematische Kohärenz als sie sonst in einführenden Vorlesungen zur Numerik zu finden ist. Neben diesen didaktischen Aspekten sind die vermittelten Konzepte und Algorithmen aber von ganz grundsätzlicher Bedeutung für die numerische Praxis und sollten möglichst frühzeitig beherrscht werden.

Meine Darstellung betont die Zweckmäßigkeit der Blockpartionierung von Vektoren und Matrizen gegenüber einer klassischen, komponentenweisen Betrachtung. So erhalten wir nicht nur eine übersichtlichere Notation und kürzere Algorithmen, sondern werden angesichts von Vektorprozessoren und hierachischen Speicherarchitekturen moderner Computer auch zu signifikanten Laufzeitgewinnen geführt. Das Motto lautet daher:

> *Die höhere Abstraktionsstufe gewinnt.*

Beim Thema *Fehleranalyse* ziele ich kompromisslos auf größtmögliche konzeptionelle Schärfe: Nur so erlernt man wirklich hohe Kompetenz in der Beurteilung numerischer Verfahren; anderes (z.B. irgendwelche „Faustregeln“) führt nur zu unzuverlässigem, kostenträchtigem und – zuweilen gefährlichem – Halbwissen.

Die Algorithmen und begleitenden numerischen Beispiele werden in der im universitären Unterricht verbreiteten Programmierumgebung MATLAB angegeben, zusätzlich aber auch im Anhang B in der zukunftsweisenden, frei zugänglichen Programmiersprache Julia vom MIT. Ich verbinde damit die Hoffnung, dass die Lektüre meines Buchs zu weiteren Computerexperimenten anregt.

Das begleitende E-Buch bietet als hyperverlinktes PDF-Dokument am Computer zusätzliche Inhalte: Interne Verweise sind blau, externe Verweise rot markiert. Letztere führen auf Erläuterungen von Begriffen und Sachverhalten, die ich als bekannt voraussetzen möchte, oder auf weiterführendes Material wie etwa webbasierte, computergestützte Rechnungen und historische Informationen.

München, im Januar 2016

Folkmar Bornemann
bornemann@tum.de

## Laboratorium

Zur Vertiefung der Lektüre empfehle ich, sich ein Laboratorium einzurichten:

**Werkzeug 1: Programmierumgebung** Wegen ihrer gegenwärtig hohen Verbreitung in universitärer Lehre und industrieller Praxis verwende ich im Buch die Skriptsprache der numerische Entwicklungsumgebung MATLAB der Firma The MathWorks. Als zukunftsweisende, frei zugängliche Alternative empfehle ich jedoch die Programmiersprache Julia vom MIT, für die ich deshalb im Anhang B alle Programme des Buchs erneut zusammengestellt habe.

**Werkzeug 2: Rechenknecht** Ich werde mich auf Ideen und Konzepte konzentrieren und daher nicht mit Rechnungen aufhalten, die aufgrund ihrer handwerklichen Natur auch von einem „Rechenknecht" übernommen werden könnten. Hierfür eignen sich Computeralgebrasysteme wie Maple oder Mathematica; zu letzterem gibt es über *Wolfram Alpha* einen kostenfreien „einzeiligen" Zugang im Internet. Beispiele finden sich mit externen Links (rot) in §§14.2 und 14.3.

**Werkzeug 3: Lehrbuch X** Um sich den Stoff aus einer weiteren Perspektive erklären zu lassen, sollte ein passendes „X" stets in Griffweite liegen; hier ein paar Empfehlungen aus der *angelsächsischen* Literatur:

- Peter Deuflhard, Andreas Hohmann: *Numerical Analysis in Modern Scientific Computing*, 2nd edition, Springer-Verlag, New York, 2003.

  *Schulbildend; laut Vorwort formte mein jugendlicher Elan die Darstellung der Fehleranalyse.*

- Lloyd N. Trefethen, David Bau: *Numerical Linear Algebra*, Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1997.

  *Ein sehr lebendig geschriebenes Lehrbuch, inzwischen ein Klassiker.*

- James W. Demmel: *Applied Numerical Linear Algebra*, Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1997.

  *Tiefergehend und ausführlicher als der Trefethen–Bau, ebenfalls ein Klassiker.*

- Gene H. Golub, Charles F. Van Loan: *Matrix Computations*, 4th edition, The Johns Hopkins University Press, Baltimore 2013.

  *Die „Bibel" zum Thema.*

- Nicholas J. Higham: *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*, 2nd edition, Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2002.

  *Das umfassende moderne Standardwerk zur Fehleranalyse.*

- Roger A. Horn, Charles R. Johnson: *Matrix Analysis*, 2nd edition, Cambridge University Press, Cambridge 2012.

  *Der Klassiker zur Matrixtheorie; sehr umfassend und dicht, eine Standardreferenz.*

# Inhaltsverzeichnis