Wissen, Kommunikation und Gesellschaft

Schriften zur Wissenssoziologie

Herausgegeben von
H.-G. Soeffner, Essen, Deutschland
R. Hitzler, Dortmund, Deutschland
H. Knoblauch, Berlin, Deutschland
J. Reichertz, Essen, Deutschland

Wissenssoziologinnen und Wissenssoziologen haben sich schon immer mit der Beziehung zwischen Gesellschaft(en), dem in diesen verwendeten Wissen, seiner Verteilung und der Kommunikation (über) dieses Wissen(s) befasst. Damit ist auch die kommunikative Konstruktion von wissenschaftlichem Wissen Gegenstand wissenssoziologischer Reflexion. Das Projekt der Wissenssoziologie besteht in der Abklärung des Wissens durch exemplarische Re- und Dekonstruktionen gesellschaftlicher Wirklichkeitskonstruktionen. Die daraus resultierende Programmatik fungiert als Rahmen-Idee der Reihe. In dieser sollen die verschiedenen Strömungen wissenssoziologischer Reflexion zu Wort kommen: Konzeptionelle Überlegungen stehen neben exemplarischen Fallstudien und historische Rekonstruktionen stehen neben zeitdiagnostischen Analysen.

Christian Kiesow

Die Mathematik als Denkwerk

Eine Studie zur kommunikativen und visuellen Performanz mathematischen Wissens

Springer VS

Christian Kiesow
Berlin, Deutschland

Dissertation Technische Universität Berlin, 2014

Wissen, Kommunikation und Gesellschaft
ISBN 978-3-658-11409-1 ISBN 978-3-658-11410-7 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-11410-7

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer VS

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Fachmedien Wiesbaden ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
(www.springer.com)

Vorwort

Unterstützt wurde diese Studie durch ein Promotionsstipendium der Elsa-Neumann-Stiftung des Landes Berlin, der für das in dieses Projekt gesetzte Vertrauen und dessen Finanzierung herzlich gedankt sei. Ganz besonderer Dank sei Hubert Knoblauch ausgesprochen, der mein Dissertationsprojekt ebenfalls erst ermöglichte und maßgeblich unterstützte. Hubert Knoblauch stand mir nicht nur stets als Betreuer mit zahlreichen wertvollen Hinweisen, Ratschlägen und Anregungen zur Seite, sondern prägte meinen Zugang zur Soziologie auch entscheidend mit. Seine außergewöhnliche Offenheit für ein so interdisziplinäres Projekt und sein kontinuierliches Vertrauen in meine Arbeit waren wesentliche Bedingungen für das Zustandekommen dieser Studie.

Weiterhin sei all den Wissenschaftlern gedankt, die mir freundlicherweise die Gelegenheit gaben, die Fragen und Probleme meines Dissertationsprojektes vorzustellen und zu diskutieren und die mich mit vielen konstruktiven Anregungen und Diskussionen unterstützten. Hier seien insbesondere Christian Greiffenhagen, Benedikt Löwe, Nina Baur, Herbert Kalthoff, Peter Stegmaier, Karin Knorr, Anina Mischau und Jochen Gläser erwähnt. Ebenfalls anregende Impulse habe ich durch die Mitglieder und Mitdoktoranden des DFG-geförderten Graduiertenkollegs „Innovationsgesellschaft heute“ am IfS erfahren, dem ich als Assoziierter angehörte.

Auch den Mitgliedern der Arbeitsgruppe „Allgemeine Soziologie“ am IfS der TU Berlin sei für ihre Unterstützung und ihre Diskussionsbereitschaft gedankt. Insbesondere René Tuma und Christoph Nagel danke ich für die stets hilfreiche und kompetente Begleitung bei konzeptionellen und technischen Problemen der Video-Interaktions-Analyse.

Ein für das Zustandekommen dieser Arbeit essenzieller Bestandteil war auch die Kooperation mit den Akteuren aus der mathematischen Forschung. Durch ihre Bereitschaft, mich in das Feld einzuführen, sich von der Videokamera aufzeichnen zu lassen und mir ausführliche Interviews zu geben, haben sie diese Studie überhaupt erst ermöglicht. Mein besonderer Dank gilt darüber hinaus Günter Ziegler, der mich bei der Erschließung des Feldes maßgeblich unterstützte, und Andreas Loos vom Medienbüro der Deutschen Mathematiker-Vereinigung für seine hilfreiche Zusammenarbeit.

Alan Schink bin ich für die sorgfältige Transkription der Experteninterviews sowie seine Korrektur des dritten Kapitels zu Dank verpflichtet. Dies gilt auch für René Wilke, meinen „imaginären Leser“, der sich nicht nur die Zeit nahm, diese Arbeit ausführlich Korrektur zu lesen, sondern mir stets mit freundschaftlichem Rat und Tat zur Seite stand und mich immer wieder neu motivierte.

Zum Schluss seien noch meine Eltern Hannelore und Wolfgang Kiesow, meine Tante Marianne Heinz und meine Freunde erwähnt, die mich ebenfalls fortwährend persönlich ermutigt und begleitet haben und denen ebenfalls mein besonders herzlicher Dank gilt.

Inhalt

Abbildungsverzeichnis

Einleitung

Motivation und Fragestellung

Die Mathematik ist als Wissensform eng mit der Funktionsweise moderner Gesellschaften verknüpft, indem sie eine unabdingbare Voraussetzung für heutiges naturwissenschaftliches Wissen, Technik und Informationsverarbeitung darstellt. Auch als Modellierungsinstrument soziokultureller und sogar intrasubjektiver Realität tritt die Mathematik mit der Ausbreitung quantitativer Methoden immer mehr in Erscheinung. Der herkömmliche Intelligenzquotient etwa bildet ein so vielschichtiges Phänomen wie menschliche Intelligenz in ein Intervall reeller Zahlen mit einer linearen Ordnungsstruktur ab und bietet die Mathematik damit letztendlich als epistemische Strukturierungsform moderner Subjektivität an. Reflektiert man die massive Ausbreitung und Relevanz formal-mathematischer Modellierungsmöglichkeiten, die sich in den letzten Jahrzehnten auch in anderen Bereichen wie Ökonomie oder Medizin abzeichnet, so kann ein grundlegendes soziologisches Verständnis der Mathematik mit gutem Recht als ein essenzieller Baustein zum Verständnis gegenwärtiger (Wissens-) Gesellschaften angesehen werden.[1]

Die Mathematik erweist sich nun für den soziologischen Betrachter[2] als eine eigentümliche, erklärungsbedürftige Wissensform. Eine erste entscheidende Eigentümlichkeit besteht in ihrer spezifischen Form von *Abstraktion*, die sich sowohl von den Natur- als auch von den Geistes- und Sozialwissenschaften auffällig unterscheidet. Als grundlegendes Modellierungsinstrument vieler naturwissenschaftlicher Phänomene wird die Mathematik zunächst oft eng mit den Naturwissenschaften assoziiert. Ihre Untersuchungsgegenstände wie Mengen, Funktionen oder Relationen sind jedoch von völlig anderer Art als die Objekte, die von der Physik, der Chemie oder der Biologie betrachtet werden. Als ideal-abstrakte Entitäten sind sie nicht in materielle oder physikalische Kausalzusammenhänge verwoben. Sie unterscheiden sich damit z. B. von mikrophysikali-

1 Tatsächlich sind kalkulative Praktiken insbesondere im ökonomischen Bereich in den letzten Jahren zunehmend zum Gegenstand soziologischen Interesses geworden (Kalthoff und Vormbusch 2012; Vormbusch 2012; Mennicken und Vollmer 2007).

2 Grammatikalisch maskuline Formen zur Bezeichnung von Personen beziehen sich innerhalb des gesamten Textes sowohl auf Personen weiblichen als auch auf solche männlichen Geschlechts.

schen Teilchen, die zwar auch abstrakte epistemische Konzepte darstellen, die aber dennoch empirische Phänomene wie z. B. Spuren in einer Nebelkammer oder Zeigerausschläge von Messinstrumenten kausal bzw. statistisch organisieren. Ein mathematisches Objekt wie z. B. ein topologischer Raum kann selbst durch eine noch so komplizierte Laborapparatur nicht erforscht werden, da man ihm als ontologisch völlig andersgeartetem Objekt weder direkt noch indirekt empirisch habhaft werden kann. Auch der konzeptionelle Bestand der Geistes- und Sozialwissenschaften ist durch eine besondere Form von Nicht-Empirizität bzw. Abstraktion gekennzeichnet. Der Begriff des subjektiv gemeinten Sinns etwa mag für empirische Forschungsprojekte mehr oder weniger anschlussfähig sein, aber er ist sicher nicht in dem Sinne erforschbar wie ein physikalisches Teilchen, ein Polypeptid oder ein Zellkern. Andererseits stellen die theoretischen Begriffe der Geistes- und Sozialwissenschaften bedeutungsoffene, interpretierbare Konzepte dar, die versuchen, eine wie auch immer geartete soziale, sprachliche oder kulturelle Realität semantisch zu organisieren. Sie sind der natürlichen Sprache entnommen und beziehen sich auf hermeneutisch entfalt- und sinnlich erfahrbare Kulturprodukte wie Musik, Literatur, Kunst oder auch auf menschliches Handeln und Geschichte. Die abstrakten Strukturen der Mathematik hingegen besitzen einen solchen sinnlich-materiellen „Außenbezug“ nicht. Der bereits erwähnte topologische Raum etwa stellt weder ein deutbares Ereignis oder Artefakt empirisch-soziokultureller Realität dar, noch bezieht er sich als deutender Begriff auf jene.

Gerade die Objekte, die von der modernen Gegenwartsmathematik erforscht werden, sind jedoch nicht einfach nur abstrakt oder ideell. Letzteres trifft bereits auf simple geometrische Figuren wie Kreise oder Dreiecke zu, die schon Gegenstand der antiken Mathematik waren: Kein jemals auf eine Tafel gezeichneter Kreis *ist* ein idealer mathematischer Kreis, sondern immer nur eine mehr oder weniger angenäherte Darstellung eines solchen. Dennoch gestattet auch eine solche Annäherung einen umfassenden sinnlichen Zugang zum entsprechenden Objekt: Der Kreis auf der Tafel ist sichtbar (oder eventuell fühlbar), er kann zum Ausgangspunkt zahlreicher konkreter geometrischer Konstruktionen werden und damit eine hinreichend gute Intuition in Bezug auf seine Struktureigenschaften vermitteln. In der Gegenwartsmathematik werden hingegen geometrische Gebilde betrachtet, die vier-, sechs-, zehn- oder allgemein n-dimensional sind und die allein schon durch ihre Hochdimensionalität dem menschlichen Wahrnehmungsapparat aus prinzipiellen Gründen entzogen sind. Ihre *Unanschaulichkeit* wird über ihre bloße Abstraktheit hinaus also noch einmal zu einer spezifischen Art von Erkenntnislimitation.

Ein anderes Beispiel einer derartigen Erkenntnislimitation sind unendliche Mengen, die eine unverzichtbare Basis des konzeptionellen Apparats der modernen Mathematik ausmachen. Da unsere physikalische Realität und unser menschliches Wahrnehmungsvermögen endlich sind, kann es ebenfalls aus prinzipiellen Gründen keine adäquate Anschauung einer unendlichen Menge geben. Tatsächlich führt der Gebrauch des Unendlichen in der Mathematik zu einigen höchst unintuitiven Sachverhalten, die einer langjährigen disziplinären Klärung durch Logik und Mengenlehre bedurften.

Eine dritte Eigentümlichkeit der Mathematik hängt eng mit dem bereits erwähnten Fehlen eines empirischen Bezugs zusammen. Dieses Fehlen verleiht mathematischem Wissen eine besondere Art von Infallibilität und Dauerhaftigkeit. Ein einmal bewiesener mathematischer Satz kann sich nur insofern als falsch herausstellen, als sich ein Fehler in seinem Beweis findet. Er kann jedoch nicht dadurch ungültig werden, dass sich die Strukturmerkmale der Objekte, die er beschreibt, mit der Zeit änderten oder sich irgendwann Zusatzeigenschaften der Objekte offenbarten, die mit der bisherigen Auffassung unvereinbar wären. Die Revision für einmal gültig befundene mathematische Gesetze ist daher kaum möglich, was der Mathematik einen stark kumulativen Charakter verleiht. Mathematisches Wissen zeichnet sich in analoger Weise durch ein hohes Maß an intersubjektiver Akzeptanz bzw. epistemischem Konsens aus. Ein mathematischer Beweis erhebt den Anspruch, jeden Rezipienten, der gewisse rationale Minimalstandards akzeptiert, von seiner Richtigkeit zu überzeugen. Tatsächlich lässt sich in der mathematischen Forschung etwa im Gegensatz zur Philosophie oder Soziologie nahezu kein interpretativer Dissens beobachten.[3] Die Interpretations- und Perspektivenheterogenität, die ein so charakteristisches Merkmal der Geistes- und Sozialwissenschaften bildet, scheint in der Mathematik völlig zu fehlen. Mathematisches Wissen ist also sowohl in seinem Gegenstandsbezug als auch in seinem intersubjektiven Gültigkeitsanspruch durch eine besondere *Sicherheit* gekennzeichnet.

Vor dem Hintergrund dieser Charakterisierung stellen sich für die Soziologie, insbesondere die Wissens- und Wissenschaftssoziologie, zwei grundlegende Fragen, die sich in natürlicher Weise auseinander ergeben und in der weiteren Darstellung auch nicht getrennt werden. Die erste Frage geht von der Beobachtung aus, dass die Mathematik, die sich als Wissensform durch die genannten epistemologischen und ontologischen Besonderheiten auszeichnet, gleichzeitig eine sozial stabile, institutionalisierte Fachwissenschaft darstellt. Dies setzt wiederum voraus, dass die Mathematik Kommunikationsmuster entwickelt haben muss, die ihre spezifische Abstraktion und Unanschaulichkeit systematisch bewältigen und sie als erfolgreiche Fachwissenschaft überhaupt erst ermöglichen. Für die Soziologie stellt sich damit die Aufgabe, diese Kommunikationsmuster in ihrer Funktionsweise und ihren Charakteristika durchsichtig zu machen. Sie

3 Dies ist der Ausgangspunkt einer der wenigen soziologischen Studien zur Mathematik, die bisher entstanden sind, nämlich der von Bettina Heintz (2000). Siehe dazu auch Kap. 1.4.

hat mit anderen Worten die Frage zu klären, wie die intersubjektive Erzeugung, Kommunikation und Überprüfung mathematischen Wissens prinzipiell möglich ist, wenn die von der modernen Mathematik erforschten Gegen-stände doch so unintuitiv und von der empirisch-materiellen Realität scheinbar so völlig abstrahiert sind. Die Frage, *wie* mathematisches Wissen *kommuniziert* wird, führt konsequenterweise zu der Frage, *inwiefern* diese Kommunikation zur Konstitution des entsprechenden Wissens selber beiträgt. Dieser zweite Teilaspekt bindet den deskriptiven Anspruch des ersten an erkenntnistheoretische Aspekte zurück und kommt damit einem zentralen Anliegen der Wissenssoziologie entgegen. Dieses Anliegen besteht darin, die Inhalte eines zu erforschenden Wissensbereiches nicht als platonisch-transzendente Erkenntnissphäre anzusehen, sondern ihre konstitutive Verflochtenheit mit den Bedingungen ihrer Medialität und Kommunikation aufzudecken. Der Soziologie stellt sich damit des Weiteren die Aufgabe, die kommunikativen Strukturen und Mechanismen zu identifizieren, anhand derer Individuen – die in diesem Falle professionelle Fachmathematiker sind – eine gemeinsam geteilte Welt mathematischer Objekte konstruieren und zu zeigen, wie diese zum Gegenstand systematischer Wissensvermittlung und -produktion wird. Dies beinhaltet im Übrigen auch, die kommunikativen „Korrelate" bzw. Grundbedingungen der besagten Erkenntnissicherheit der Mathematik zu identifizieren.

Die Fragestellung, der sich die vorliegende Studie widmet, ist damit abgesteckt. Der im Folgenden eingeschlagene Zugang zur Mathematik unterscheidet sich in zweierlei Weise grundlegend von traditionellen Reflexionsformen mathematischen Wissens, die bis weit in die zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts fast ausschließlich in das Gebiet der Philosophie fielen. Diese sahen in der Mathematik primär ein *geistiges Phänomen* (siehe dazu Kap. 1.1). Mathematik erschien, neben Philosophie und Logik, als diejenige Wissenschaft, die die intimsten Beziehungen zum menschlichen Denken unterhielt. Frei von empirischen Einflüssen, ausschließlich logischen Gesetzen folgend, verkörperte sie das Denken in seiner reinsten Form. Sie wurde als etwas betrachtet, das sich vor allem in den Köpfen bzw. im Geist abspielte. Die Mathematik als empirisches Phänomen hingegen, als eine empirisch beobacht- und beschreibbare Wissensform, die in konkreten Situationen von konkreten Personen vollzogen wird, wurde dementsprechend vernachlässigt.

Diese Art von Kognitivismus ging Hand in Hand mit einem erkenntnistheoretischen Individualismus: Geht die Mathematik tatsächlich in ihrem rein geistig-gedanklichen Gehalt auf, dann mag sie durchaus von konkreten Menschen in konkreten Situationen kommuniziert, gelehrt und gemeinsam betrieben werden – all dies wäre dann jedoch für sie als spezifische Wissensform unbedeutend und lediglich ein marginales Begleitphänomen, das keiner besonderen Beachtung bedürfte. Mathematik wurde also traditionell als etwas betrachtet, was primär von *einzelnen Individuen* vollzogen wird. Ihre intersubjektive und kulturelle Dimension wurde hingegen weitestgehend ausgeblendet. Dieser Auffassung, die in der Philosophie und in naturalisierter Form in den Neuro- und Kognitionswissenschaften immer noch sehr präsent ist, steht in den letzten Jahren ein verstärktes Interesse an der Mathematik als *Kultur und Praxis* gegenüber, dem sich auch die vorliegende Studie anschließt.[4] Diese beiden Begriffe deuten eine grundlegende Verschiebung in der Art und Weise an, in der Mathematik aufgefasst wird: Entgegen der früheren kognitivistischen Engführung gerät jene nicht mehr ausschließlich als geistig-ideale Sphäre, sondern als eine empirisch untersuchbare, immanent soziale Wissens- und Kommunikationsform in den Blick.

Die bisherigen Studien, die diese neuere Tendenz in der Reflexion der Mathematik aufgriffen, verblieben nun allerdings auf einer eher programmatisch-konzeptionellen Ebene oder fokussierten sich als empirisch informierte Einzelfallstudien unterschiedlichster disziplinärer Provenienz auf bestimmte Detailaspekte. Das Anliegen der vorliegenden Studie besteht darin, diesem Desiderat zu begegnen und eine größere, systematische Untersuchung der Mathematik mit den Mitteln der qualitativen Sozialforschung vorzulegen. Dabei wurden zwei einschränkende Festlegungen vorgenommen, die nicht unerwähnt bleiben dürfen: Zum einen habe ich mich auf den Bereich der Mathematik beschränkt, der gemeinhin „reine Mathematik“ genannt wird (siehe dazu Kap. 3.1.2). Die anfangs ausgeführten Merkmale der Abstraktheit, Unanschaulichkeit und Erkenntnissicherheit treffen auf diesen Bereich am charakteristischsten zu. Eine Einbeziehung anwendungsnäherer Gebiete der Mathematik wie der Numerik oder der Statistik hätte hingegen unweigerlich in techniksoziologische und differenzierungstheoretische Fragestellungen (wie z. B. dem Verhältnis von Wissenschaft und Wirtschaft) geführt, die zweifellos von eigener Relevanz sind, aber die eigentliche Problemstellung bei Weitem gesprengt hätten. Zum anderen habe ich mich auch durch die Wahl der Methode, die in diesem Falle die Video-Interaktions-Analyse als eine innovative Methode der interpretativen Sozialforschung darstellt, auf einen bestimmten Feldaspekt fokussiert, nämlich auf intersubjektive Wissensvermittlung und -erzeugung in Face-to-face-Situationen. Dies bedeutet natürlich nicht, dass sich nicht auch ein wesentlicher Teil der Gewinnung mathematischer Erkenntnis in anderen Situationen vollziehen würde. Gerade die Mathematik wird schließlich oft mit zurückgezogenem, einsamem Forschertum assoziiert und weist diese Seite unleugbar auf. Andererseits kann der untersuchten Face-to-face-Kommunikation mit gutem Recht eine entscheidende Schlüsselfunktion zugesprochen werden. Dies wird nicht nur durch die ethnografische Felderforschung bestätigt (siehe Kap. 3.2.2), sondern folgt auch

4 Dies ist der Titel zweier internationaler Fachtagungen, die 2010 und 2011 in Bielefeld und Greifswald stattfanden.

aus den sozialisationstheoretischen Grundannahmen der Wissenssoziologie. Auch der jahrelang alleine knobelnde Mathematiker hat seinen Umgang mit mathematischen Strukturen, seine Denkfähigkeiten und seine Erkenntnisgewinnungspraktiken schließlich in Kommunikationssituationen gelernt. Das einsame Knobeln des einzelnen Forschers wäre, wenn man einer Meadschen Argumentation folgt, eine abgeleitete Form des gemeinsamen mathematischen Problemlösens, eine Art Hereinnahme einer kommunikativen Erkenntnispraxis in den „Geist" des Individuums.[5]

Die besondere Aufgabenstellung, die sich die vorliegende Studie gesetzt hat, besteht in einem In-Beziehung-Setzen der Inhalte mathematischen Wissens *zu den konkreten Bedingungen ihrer Produktion und Kommunikation*. Weder die rein inhaltliche – eventuell didaktisch aufbereitete – Beschreibung mathematischer Denk- und Forschungsprozesse ist dabei von Interesse, noch die reine Rekonstruktion von Akteurshandlungen ohne Bezug zum thematisierten Wissen. Der Anspruch besteht auch nicht darin, eine idealtypische Rekonstruktion des mathematischen Erkenntnisprozesses zu liefern, die unabhängig von konkreten Kommunikationssituationen wäre und somit in das Gebiet der Philosophie fiele, sondern darin, die Mathematik als *epistemische Kommunikationsform* zu verstehen und deren Strukturmerkmale herauszuarbeiten. Das eigentliche Interesse liegt also nicht primär im inhaltlichen *Was*, sondern in der Art und Weise, in der das *Was* mit dem *Wie* zusammenhängt. Es geht darum, das *Wechselspiel* zwischen mathematischen Wissensinhalten und der Form, in der diese als kommunikative Handlungen vollzogen werden, herauszuarbeiten und zu verdeutlichen, wie beides untrennbar ineinander verflochten ist. Der grundlegende Gewinn aus einer solchen Analyse besteht vor allem im tieferen Verständnis dessen, wie nicht-kognitive, körperliche und situative Elemente wie z. B. deiktische Referenzen, Gesten, Skizzen, Visualisierungen oder Metaphern dazu beitragen, dass Mathematiker eine gemeinsam geteilte Wissenswelt aufbauen, über die sie etwas herausfinden und über die sie sich verständigen können. Mathematik auf diese Weise weniger als Denken, denn als *Denk-Handeln*, weniger als individuelle geistige Tätigkeit denn als sozial geteilte *epistemische Praxis* zu begreifen, dürfte auch über die Soziologie hinaus der Philosophie der Mathematik, der Mathematikdidaktik und vielleicht dem ein oder anderen Mathematiker selber neue Einsichten und Impulse liefern.

Bevor ich eine Übersicht über den Aufbau der Arbeit gebe, möchte ich noch kurz auf zwei mögliche Lesererwartungen eingehen. Ich hatte bereits gesagt, dass ein zentrales Anliegen der Arbeit darin besteht, die Mathematik als genuin

5 Es wäre in der Fortführung dieses Gedankens interessant, Videoaufzeichnungen von *einzelnen* Personen beim Lösen mathematischer Probleme mit den Daten dieser Studie (die allesamt Interaktionssituationen darstellen) zu vergleichen – etwa was den Umgang mit symbolischen Zeichen und Visualisierungen betrifft.

soziales Phänomen, ja sogar als „soziale Konstruktion“ zu begreifen. An diesen Begriff knüpfen sich oft relativistische Erwartungen: Wenn etwas „lediglich“ sozial konstruiert ist, dann ist es kontingent und im Kern eigentlich etwas ganz anderes, als es zu sein beansprucht. Die Erkenntnisansprüche einer Wissensform wie der Mathematik wären dann eine Art Illusion, die durch die soziologische Beobachtung zu entlarven wäre. Eine solche erkenntnisrelativistische Position ist jedoch ausdrücklich nicht das Anliegen dieser Studie. Es geht nicht darum zu zeigen, dass sich die Mathematik bei genauerem Hinsehen gar nicht als so sicher, objektiv und universal erweist, wie sie glauben machen will. Der Anspruch der vorliegenden Arbeit besteht vielmehr darin, herauszuarbeiten, wodurch sich die soziale Konstruktion der Wissensform Mathematik spezifisch auszeichnet, d. h., wie die spezifische Verbindung von Mathematik und Sozialem charakterisiert werden kann und wie diese Verbindung dazu führt, dass die Mathematik über die Eigenschaften verfügt, die ihr gemeinhin zugeschrieben werden. Es geht, anders gesagt, also nicht darum, die Ethnotheorien der mathematischen Akteure von einer superioren Warte aus für eine Illusion zu erklären, sondern eine Art von Reflexion anzubieten, die die Auffassung der Akteure von ihrem eigenen Feld ernst nimmt und sie *gleichzeitig* in eine tiefer gehende soziologische Perspektive einbettet.

Eine zweite Erwartung, die sich an die vorliegende Studie knüpfen könnte, ist die Aufdeckung psychologischer oder heuristischer Gesetze, die der mathematischen Erkenntnisgewinnung zugrunde liegen und die das Auffinden neuer Beweisideen steuern. Das von mir untersuchte Feld ist zwar die mathematische Forschung sowohl mit ihren organisational etablierten als auch mit ihren informellen Zusammenkünften; der primäre Fokus liegt dabei jedoch nicht auf der längerfristigen Verfolgung größerer Forschungsideen mit ihren Erfolgen und Rückschlägen, sondern auf der kommunikativen Performanz einzelner, ausgewählter Schlüsselsituationen. In diesem Sinne kann die vorliegende Arbeit weder mit Tipps und Tricks für den mathematisch Forschenden aufwarten, noch handelt es sich dabei um eine Rekonstruktion der mathematischen Forschungsdynamik. Dies bedeutet selbstverständlich nicht, dass nicht doch der ein oder andere Aspekt in dieser Hinsicht gestreift würde oder der ein oder andere Leser nicht doch einen Gewinn für seine (mathematische) Forschungsarbeit aus der Lektüre ziehen könnte.

Aufbau der Arbeit

Im ersten Kapitel dieser Arbeit werde ich zunächst einmal darstellen, welche Ansätze einer Soziologie der Mathematik sich bisher identifizieren lassen und damit den Forschungsstand des Gebietes aufrollen. Die Philosophie der Mathematik mit ihren frühen Protagonisten wie Frege, Hilbert und Brouwer und späteren Schlüsselfiguren wie Lakatos, Kitcher oder Wittgenstein wird dabei einen besonderen Platz einnehmen, da sie zentrale Problemstellungen einer Reflexion der Mathematik aufgeworfen und kanalisiert, andererseits aber soziologischen Perspektiven den Zugang auch systematisch verstellt hat. Die wenigen genuin soziologischen Zugänge zur Mathematik, wie etwa die klassischen Ansätze der 1970er Jahre (Restivo, Bloor und MacKenzie), die Systemtheorie (Heintz), die Ethnomethodologie (Livingston) oder der pragmatische Realismus (Pickering), werden im Anschluss daran dargestellt und zugleich kritisch diskutiert.

Im zweiten Kapitel wird eine zweifache Positionsbestimmung vorgenommen. Zum einen wird in Abgrenzung zu den im ersten Kapitel dargestellten Zugängen die rezente Wissenssoziologie als theoretischer Rahmen der folgenden empirischen Einzeluntersuchungen eingeführt und die Vorzüge dieses Ansatzes für eine Soziologie der Mathematik aufgezeigt. Zum anderen wird die vorliegende Studie hinsichtlich der inhaltlichen Systematik ihres Forschungsgegenstandes im Koordinatensystem der Wissenschaftssoziologie (bzw. allgemeiner: der „Social Studies of Science and Technology") verortet. Nach einer überblicksartigen Darstellung der wichtigsten Ansätze dieses Bereiches wird für die Notwendigkeit einer Integration wissenssoziologischer Konzepte in die Wissenschaftssoziologie argumentiert.

Im dritten Kapitel erfolgt eine vorbereitende Charakterisierung des Forschungsfeldes Mathematik, die zur ethnografischen Kontextualisierung der späteren Video-Interaktions-Analysen dient. Diese Charakterisierung wird zunächst aus einer institutionellen Außenperspektive vorgenommen, bei der die historische Herausbildung, die gesellschaftlichen Außenbezüge und die Binnenstruktur des Feldes thematisiert werden. Im Anschluss daran wird das Feld aus der Innenperspektive der Akteure dargestellt, wobei ausgewählte Ausschnitte aus zusätzlich von mir geführten Experteninterviews zur Illustration dienen. Nach einer allgemeinen Charakterisierung des mathematischen Forschungsprozesses komme ich dabei auf die Rolle von Face-to-face-Kommunikation und damit auf die für die Video-Analyse ausgewählten Feldsituationen innerhalb dieses Prozesses zu sprechen. Jeweils ein Abschnitt über intradisziplinäre Verständnishürden bzw. Selbstbilder und Legitimationsnarrative der akademischen Mathematik runden die Darstellung dieses Kapitels ab.

Das vierte Kapitel erläutert die verwendete Interpretations- und Analysemethode, gibt eine Übersicht über das verwendete Datenmaterial und Hinweise zur Darstellung und Gliederung des empirischen Teils (Kap. 5 – 7 und Exkurs). Auch Sampling-Gesichtspunkte und feldspezifische Besonderheiten der Datenerhebung finden hier Erwähnung. Gerade Lesern, die mit der Zielrichtung und Durchführung einer Video-Interaktions-Analyse nicht vertraut sind, gibt dieses

Kapitel die Möglichkeit zur Information, sofern sie für das Verständnis der folgenden Kapitel notwendig ist.

Im fünften Kapitel werden in Form von zwei kurzen und zwei längeren Fallstudien Situationen analysiert, in denen *symbolische Zeichen* im Mittelpunkt stehen. Nach einer kurzen Einführung in den Diskussionsstand dieser Thematik geht es zunächst um die Produktion, danach um die Rezeption und schließlich um die Manipulation symbolischer Zeichen. Der Komplexitätsgrad der einzelnen Fallstudien und damit auch die Anforderungen an den Leser werden dabei zum Ende hin zunehmend größer. Während die ersten beiden Fallstudien eher einführenden Charakter haben, behandelt die dritte primär epistemologische und die vierte primär körperlich-situative Aspekte. Letztere stellt den inhaltlichen Kern des fünften Kapitels dar.

Das sechste Kapitel widmet sich dem Thema *Gesten* und *Metaphern*. Während Erstere anhand einer kurzen und einer längeren Fallstudie betrachtet werden, finden Letztere erst am Ende des Kapitels einen Platz. In einer einführenden Erläuterung zu diesem Kapitel wird der Stand der Gestenforschung (gesture studies) kurz rezipiert und die enge Verbindung von Gesten und Metaphern aufgezeigt, die die gemeinsame Behandlung beider Phänomene motivierte. Während die zweite, ausführliche Fallstudie den Kern des sechsten Kapitels bildet, ist der Metaphern-Teil bewusst kurzgehalten, indem lediglich die Eckpunkte einer möglichen semantischen Analyse der Mathematik skizziert werden.

Das siebte Kapitel behandelt Situationen, in denen *bildliche Visualisierungsformen* im Vordergrund stehen. Darunter fallen zunächst kommutative Diagramme, die in der ersten Fallstudie dieses Kapitels behandelt werden, vor allem aber figürliche Skizzen, die in den folgenden beiden betrachtet werden. Bevor auf die Eigenschaften und die Handhabung figürlicher Skizzen eingegangen wird, wird erst der komplexe Prozess kontextueller Bedeutungskonstitution analysiert, in den diese semantisch zumeist hochgradig unbestimmten Visualisierungsformen verwoben sind. In den letzten beiden Fallstudien des siebten Kapitels werden Situationen analysiert, in denen Bilder spontan entstehen. Während es sich dabei im ersten Fall um eine figürliche Skizze handelt, die primär zur Lösung eines kommunikativen Problems eingesetzt wird, wird im zweiten Fall das Diagramm einer sogenannten Spektralsequenz zur Lösung eines Erkenntnisproblems herangezogen. Beide Fallstudien gehen (notwendigerweise) sehr ins inhaltliche Detail und verlangen dem Leser daher eine gewisse Ausdauer ab.

In einem abschließenden Exkurs werden die vorhergehenden Analysen noch einmal erweitert. Ich werde dabei zeigen, wie eine Video-Interaktions-Analyse der Mathematik zur aktuell in der Soziologie sehr lebhaft erforschten Innovationsthematik beitragen kann. Anhand einer längeren Fallstudie werde ich anschaulich darstellen, dass sich das Neue in der Mathematik nicht auf die deduktive Ableitung neuer Sätze beschränkt, sondern z. B. auch in der gemeinsamen

Erschließung neuer Imaginationsräume besteht. Damit wird auch ein Anschluss an die in der Wissenssoziologie erforschte Thematik des Imaginären hergestellt.

Im achten Kapitel werden die empirischen Analysen schließlich gebündelt und auf die Ausgangsfragestellung zurückbezogen. Die einzelnen Resultate werden in einem kurzen Resümee noch einmal systematisch aufgeführt und in vier Thesen zusammengefasst. Die Resultate werden in einer kurzen Schlussbetrachtung auf ihre allgemeinere Bedeutung hin reflektiert.