Mathematik für Technische Gymnasien und Berufliche Oberschulen
Band 1

Karl-Heinz Pfeffer · Thomas Zipsner

Mathematik für Technische Gymnasien und Berufliche Oberschulen Band 1

Analysis

Springer Vieweg

Karl-Heinz Pfeffer

Thomas Zipsner
Essenheim, Deutschland

ISBN 978-3-658-09264-1
ISBN 978-3-658-09265-8 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-09265-8

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Vieweg

Planung: Ulrike Schmickler-Hirzebruch

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort

Es war für mich eine große Ehre, als Frau Pfeffer mir die verantwortliche Überarbeitung des Lehrbuchs Ihres verstorbenen Mannes übertragen und anvertraut hat. Diese Aufgabe habe ich gerne angenommen. Als erster Band erscheint nun der Band Analysis.

Vieles wird der Leser im Buch nicht mehr vorfinden. Vor allem die eher streng mathematischen Abhandlungen und Abschnitte wurden bewusst zu Gunsten einer kurzen und prägnanten und eher „anwendungsorientierten" Darstellung herausgenommen. Etliche weiterführende Aufgaben finden sich jetzt als Zusatznutzen für den geneigten Leser im Internet beim Buch. Auch der Text wurde gestrafft und zum Teil umformuliert. Das ehemalige Kapitel Vertiefung der Differential- und Integralrechnung wurde in die entsprechenden verbleibenden sechs Kapitel integriert.

Ich hoffe, dass dies alles dazu beiträgt, den Nutzen für den Lernenden zu erhöhen und die Qualität des Lehrbuchs auf dem bekannten Niveau zu halten.

Für Anregungen und konstruktive Hinweise bin ich jederzeit dankbar. Diese können unter thomas.zipsner@springer.com erfolgen.

April 2015 Thomas Zipsner

Vorwort zur 8. Auflage

Analysis für technische Oberschulen ist das Nachfolgewerk der seit 1981 aufgelegten „Analysis für Fachoberschulen“, ergänzt durch Elemente der analytischen Geometrie und Grundlagen zum Rechnen mit komplexen Zahlen. Es ist ein Lehr- und Arbeitsbuch für Lernende an Fach- und Berufsoberschulen sowie an Fachgymnasien und für Studierende an Fachhochschulen im Erstsemester, ausgerichtet auf die Fachrichtung Technik.

Die spezifisch technische Akzentuierung der Inhalte ist dabei so behutsam erfolgt, dass innermathematische Problemstellungen nicht zu kurz kommen und eine Verwendung des Buches in beruflichen Oberschulen nichttechnischer Fachrichtungen ebenfalls gut möglich ist.

Es berücksichtigt in besonderem Maße unterschiedliche mathematische Vorkenntnisse, indem wiederholende Thematik angeboten wird, die je nach Bedarf mehr oder weniger selbstständig von den Nutzern erarbeitet werden kann.

Der didaktische Leitgedanke dieses Buches beinhaltet, *grundlegende* Kenntnisse über Funktionen zu vermitteln, ohne dabei die Theorie überzubewerten. Dazu gehört es, hinführend zu den klassischen Methoden der Analysis auch die hierfür wesentlichen elementaren Rechentechniken und geometrischen Denkweisen bereitzustellen und einzuüben.

Das geschieht zunächst durch bewusst breit angelegte Überlegungen zu den linearen und quadratischen Funktionen, an die sich die einschlägigen Nullstellenermittlungen ganzrationaler Funktionen höheren Grades anschließen. Abgerundet wird die elementare Funktionenlehre durch Betrachtung der trigonometrischen Grundfunktionen und mündet ein in die Erarbeitung der allgemeinen Sinusfunktion.

Dieser Einstieg in die Analysis, je nach Lerngruppe und Lernintention abkürzbar, hat den Vorteil, dass nach der sich anschließenden optionalen Erarbeitung des Grenzwertbegriffes über Folgen bzw. über Funktionen den Lernenden die Problemstellungen der Differential- und der Integralrechnung durchsichtiger erscheinen: Grundsätzliche Vorgehensweisen werden wieder aufgegriffen (Wiederholungseffekt!) und gemäß Spiralprinzips in erweitertem Zusammenhang angewandt.

Besonders erwähnenswert ist, dass die Integralrechnung nicht über Ober- und Untersummenermittlung, sondern anschaulich-direkt über Flächeninhaltsfunktionen eingeführt wird.

Neu ist der Einbezug von Elementen der Analytischen Geometrie und grundlegender Ausführungen zum Rechnen mit komplexen Zahlen; auf „Nahtstellen“ zur *Analysis* wird bewusst hingewiesen.

Viele Beispielaufgaben mit Lösungen erleichtern das selbstständige Einüben des Stoffes. Das umfangreiche, zum großen Teil ganzheitlich-anwendungsbezogene Aufgabenmaterial ermöglicht handlungsorientierte Unterrichtsansätze, schülerorientierte Übungsphasen und intensive Vorbereitung auf Lernkontrollen. Die Aufgabenanordnung ist innerhalb derselben Thematik weitmöglichst im Sinne einer methodischen Reihe schwierigkeitsgraddifferenziert erfolgt; besonders schwierige Aufgaben sind *kursiv* gekennzeichnet.

Die mit * versehenen Inhalte dienen der Abrundung. Sie können ohne Einfluss auf das weitere Vorgehen auch weggelassen werden. – Im Unterricht bieten sie sich durchaus als Themen für Referate an.

Meinen Kolleginnen und Kollegen danke ich für die über die Jahre hinweg erfolgten hilfreichen Anregungen und Bestätigungen, meiner Ehefrau Gertrud Annedore für unermüdliches Korrekturlesen.

Besonderer Dank gilt Herrn Thomas Zipsner aus dem Lektorat des Vieweg+Teubner Verlages für konstruktive Hinweise und kritische Sichtung des Manuskriptes.

Hannover, im Februar 2010 Karl-Heinz Pfeffer

Mathematische Zeichen und Begriffe

Logik

$:=$	*definitionsgemäß gleich*
$\wedge$	*und* (im Sinne von sowohl ... als auch)
$\vee$	*oder*
$\Rightarrow$	*daraus folgt*; wenn ..., dann
$\Leftrightarrow$	*äquivalent* (gleichwertig); genau dann ..., wenn ($p \Leftrightarrow q$: aus p folgt q und umgekehrt)

Relationen zwischen Zahlen

$a = b$	a gleich b
$a \neq b$	a ungleich b
$a < b$	a kleiner b
$a > b$	a größer b
$a \leq b$	a kleiner oder gleich b
$a \geq b$	a größer oder gleich b
$a \approx b$	a ungefähr gleich b

Mengen

$A, B, C, \ldots, M, N, \ldots$	Mengen
$a \in M$ $(M \ni a)$	a ist Element von M (M enthält a)
$a \notin M$	a ist nicht Element von M
$\{a, b, c, d\}$	Menge mit den Elementen a, b, c und d
$\{x \mid \ldots\}$	Menge aller x, für die gilt ...
$\{x \mid \ldots\}_M$	Menge aller $x \in M$, für die gilt ...
$\{\,\}$	leere Menge
$A = B$	A gleich B, d. h. $x \in A \Leftrightarrow x \in B$

$A \subset B$ ($B \supset A$)	A ist (echte) Teilmenge von B: $x \in A \Rightarrow x \in B$ und $A \neq B$ (B ist (echte) Obermenge von A)
$A \subseteq B$	A ist echte oder unechte Teilmenge von B (d. h. $A \subset B$ oder $A = B$)
$A \not\subseteq B$	A ist nicht Teilmenge von B
$A \cap B := \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	Schnittmenge (Durchschnitt) von A und B
$A \cup B := \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	Vereinigungsmenge von A und B

Charakteristische Mengen

$\mathbb{N} := \{1, 2, 3, \ldots\}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$	Menge der natürlichen Zahlen mit 0
$\mathbb{N}^* := \mathbb{N} \setminus \{0\}$	Menge der natürlichen Zahlen ohne 0
$\mathbb{Z} := \{\ldots, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$	Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Z}^* := \mathbb{Z} \setminus \{0\}$	Menge der ganzen Zahlen ohne 0
$\mathbb{Q} := \left\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{Z}^*\right\}$	Menge der rationalen Zahlen
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}^+$	Menge der positiven reellen Zahlen
$\mathbb{R}_0^+ := \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$	Menge der positiven reellen Zahlen einschl. 0
$\mathbb{R}^- := \mathbb{R} \setminus \mathbb{R}_0^+$	Menge der negativen reellen Zahlen
$\mathbb{R}^* := \mathbb{R} \setminus \{0\}$	Menge der reellen Zahlen ohne 0
$\mathbb{C} := \{z \mid z = x + \mathrm{i}y \wedge x, y \in \mathbb{R}\}$	Menge der komplexen Zahlen
$[a; b] := \{x \mid a \leq x \leq b\}_{\mathbb{R}}$	geschlossenes Intervall
$]a; b[:= \{x \mid a < x < b\}_{\mathbb{R}}$	offenes Intervall
$[a; b[:= \{x \mid a \leq x < b\}_{\mathbb{R}}$ $]a; b] := \{x \mid a < x \leq b\}_{\mathbb{R}}$	halboffenes Intervall
$\lvert x\rvert := \begin{cases} +x & \text{für } x \in \mathbb{R}_0^+ \\ -x & \text{für } x \in \mathbb{R}^- \end{cases}$	*Betrag* einer (reellen) Zahl x

Funktionen

$\rightarrow$	Zahlen- und Mengenzuordnungspfeil
f (auch g oder h)	*Funktion*
$f : x \rightarrow f(x)$	Funktionsvorschrift
$f(x)$	Funktionswert (Bild von x); aber auch Funktionsterm
$y = f(x)$	Funktionsgleichung
$P(x \mid y)$	Punkt der x, y-Ebene: $\mathbb{R}^2$-Ebene
$\equiv$	Identitätszeichen („ist identisch gleich“); z. B. Gerade $g \equiv y = 2x - 1$

$f \circ g\ (g \circ f)$	Verknüpfungszeichen für verkettete Funktionen (f nach g bzw. g nach f)
$f', f'', f''', \ldots, f^{(n)}$	1., 2., 3., …, n-te Ableitungsfunktion von f
$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	*bestimmtes* Integral der Funktion f über $[a;b]$
$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	*unbestimmtes* Integral der Funktion f
$F(x) = \int f(x)\,\mathrm{d}x$	*Stammfunktionen* von f mit $F'(x) = f(x)$

Weitere Zeichen

(a_n)	Folge mit den Gliedern $(a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots)$
$\sum_{k=1}^{n} a_k$	Summationssymbol: $a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$
∞	unendlich
$\lim\limits_{n \to \infty} a_n$	Grenzwert einer Folge für n gegen ∞
$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$	Grenzwert einer Funktion f für x gegen x_0

Inhaltsverzeichnis