
Mathematik im Betrieb

Heinrich Holland • Doris Holland

Mathematik im Betrieb

Praxisbezogene Einführung mit Beispielen

11., durchgesehene und korrigierte Auflage

Heinrich Holland
University of Applied Sciences Mainz
Mainz, Deutschland

Doris Holland
Fachhochschulen Mainz und Worms
Mainz, Deutschland

ISBN 978-3-658-06564-5
DOI 10.1007/978-3-658-06565-2

ISBN 978-3-658-06565-2 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1989, ..., 2006, 2008, 2012, 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Gabler ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.
www.springer-gabler.de

Vorwort

Das vorliegende Buch deckt den Stoff der Vorlesung Wirtschaftsmathematik ab. Es legt damit die Grundlagen, die im weiteren Verlauf eines wirtschaftswissenschaftlichen Studiums benötigt werden.

Nach dem Motto „Warum kompliziert, wenn es auch einfach geht?“, werden komplexe Bereiche der Wirtschaftsmathematik übersichtlich Schritt für Schritt auch für mathematisch unerfahrene Studierende erläutert.

Die mathematischen Verfahren werden mit ihren Anwendungsmöglichkeiten in der betrieblichen Praxis dargestellt. Dabei wird bewusst weitestgehend auf eine mathematisch-wissenschaftliche Fachsprache verzichtet. Nicht die mathematische Eleganz steht im Vordergrund, sondern die praktische Umsetzung der Verfahren. Mathematische Beweise und Herleitungen sind an den Stellen enthalten, an denen sie zum Verständnis des Stoffes beitragen.

Das Buch hat das Ziel, dem Leser durch diese pragmatische Darstellungsweise die Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik nahe zu bringen. Übersichtlich strukturierte Schemata geben dabei eine Hilfestellung.

Aus diesem Grund wird ein besonderer Wert darauf gelegt, in jedem Kapitel den Stoff anhand von Beispielaufgaben, die aus dem Bereich der Wirtschaft stammen, zu erläutern und zu vertiefen. Weitere Aufgaben mit Musterlösungen machen es möglich, den Stoff eigenständig zu erarbeiten. Sie können zur Selbstkontrolle und zur Prüfungsvorbereitung genutzt werden.

Ergänzend haben wir eine Fallstudie in das Buch aufgenommen, die den behandelten Stoff anhand einer betriebswirtschaftlichen Unternehmenssituation wiederholt. Die Fallstudie zeigt die Verbindung zwischen der Wirtschaftsmathematik und der Betriebswirtschaftslehre auf und wird durch eine ausführliche Lösung im Anhang vervollständigt.

Die jetzt vorliegende elfte Auflage wurde durchgesehen und korrigiert.

Doris und Heinrich Holland

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	V
Inhaltsverzeichnis.....	VII
1 Mathematische Grundlagen.....	1
1.1 Zahlbegriffe.....	1
1.2 Potenzen.....	2
1.3 Wurzeln.....	5
1.4 Logarithmen.....	7
1.5 Exponentialgleichungen.....	8
1.6 Summenzeichen.....	9
2 Funktionen mit einer unabhängigen Variablen.....	15
2.1 Funktionsbegriff.....	15
2.2 Darstellungsformen.....	17
2.3 Umkehrfunktionen.....	20
2.4 Lineare Funktionen.....	23
2.5 Ökonomische lineare Funktionen.....	27
2.6 Nichtlineare Funktionen und ihre ökonomische Anwendung.....	38
2.6.1 Problemstellung.....	38
2.6.2 Parabeln.....	38
2.6.3 Hyperbeln.....	43
2.6.4 Wurzelfunktionen.....	44
2.6.5 Exponentialfunktionen.....	46
2.6.6 Logarithmusfunktionen.....	47
3 Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen.....	49
3.1 Begriff.....	49
3.2 Analytische Darstellung.....	50
3.3 Tabellarische Darstellung.....	50
3.4 Grafische Darstellung.....	51
3.4.1 Grundlagen.....	51
3.4.2 Lineare Funktionen mit zwei unabhängigen Variablen.....	53
3.4.3 Nichtlineare Funktionen mit zwei unabhängigen Variablen.....	55
3.5 Ökonomische Anwendung.....	59

4	Eigenschaften von Funktionen	65
4.1	Nullstellen, Extrema, Steigung, Krümmung, Symmetrie	65
4.2	Grenzwerte	71
4.3	Stetigkeit.....	75
5	Differentialrechnung bei Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	81
5.1	Problemstellung	81
5.2	Die Steigung von Funktionen und der Differentialquotient.....	82
5.3	Differenzierungsregeln	85
5.3.1	Ableitung elementarer Funktionen	85
5.3.2	Differentiation verknüpfter Funktionen.....	86
5.3.3	Höhere Ableitungen	91
5.4	Anwendungen der Differentialrechnung	93
5.4.1	Extrema.....	93
5.4.2	Steigung einer Funktion.....	98
5.4.3	Krümmung einer Funktion.....	100
5.4.4	Wendepunkte.....	101
5.5	Kurvendiskussion.....	102
5.6	Newtonsches Näherungsverfahren	106
5.7	Wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnung	109
5.7.1	Bedeutung der Differentialrechnung für die Wirtschaftswissenschaften.....	109
5.7.2	Differentiation wichtiger wirtschaftlicher Funktionen	111
5.7.2.1	Kostenfunktion.....	111
5.7.2.2	Umsatzfunktion	113
5.7.2.3	Gewinnfunktion.....	114
5.7.2.4	Gewinnmaximierung	115
5.7.2.5	Cournotscher Punkt	117
5.7.2.6	Optimale Bestellmenge	121
5.7.2.7	Elastizitäten	124
6	Differentialrechnung bei Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	131
6.1	Partielle erste Ableitung.....	131
6.2	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	134
6.3	Extremwertbestimmung	135
6.4	Extremwertbestimmung unter Nebenbedingungen	138
6.4.1	Problemstellung	138
6.4.2	Variablensubstitution	140
6.4.3	Multiplikatorregel nach Lagrange.....	141

7	Grundlagen der Integralrechnung	147
7.1	Unbestimmtes Integral	147
7.2	Bestimmtes Integral.....	150
7.3	Wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen	154
8	Matrizenrechnung	161
8.1	Bedeutung der Matrizenrechnung.....	161
8.2	Begriff der Matrix	161
8.3	Spezielle Matrizen	163
8.4	Matrizenoperationen.....	165
8.4.1	Gleichheit von Matrizen	165
8.4.2	Transponierte von Matrizen	165
8.4.3	Addition von Matrizen	166
8.4.4	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	167
8.4.5	Skalarprodukt von Vektoren.....	168
8.4.6	Multiplikation von Matrizen.....	169
8.4.7	Inverse einer Matrix.....	176
8.4.8	Input-Output-Analyse	177
8.5	Lineare Gleichungssysteme	186
8.5.1	Problemstellung und ökonomische Bedeutung.....	186
8.5.2	Lineare Gleichungssysteme in Matrixschreibweise ...	187
8.5.3	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	189
8.5.4	Rang einer Matrix	191
8.5.5	Lösung linearer Gleichungssysteme	191
8.5.6	Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems	197
8.5.7	Innerbetriebliche Leistungsverrechnung	200
9	Lineare Optimierung	205
9.1	Ungleichungen.....	205
9.2	Grafische Methode der linearen Optimierung.....	209
9.3	Analytische Methode der linearen Optimierung.....	219
9.3.1	Problemstellung	219
9.3.2	Simplex-Methode.....	222
9.3.3	Verkürztes Simplex-Tableau.....	228
10	Finanzmathematik	239
10.1	Grundlagen der Finanzmathematik	239
10.1.1	Folgen	239
10.1.2	Reihen.....	244
10.1.3	Grenzwerte von Folgen.....	248
10.1.4	Grenzwerte von Reihen	251
10.2	Finanzmathematische Verfahren	252
10.2.1	Abschreibungen	252

10.2.2	Zinsrechnung.....	258
10.2.2.1	Begriffe der Zinsrechnung.....	258
10.2.2.2	Einfache Verzinsung.....	259
10.2.2.3	Zinseszinsrechnung.....	260
10.2.2.4	Unterjährige Verzinsung.....	263
10.2.2.5	Stetige Verzinsung	265
10.2.3	Rentenrechnung	268
10.2.4	Tilgungsrechnung	271
10.2.5	Investitionsrechnung	274
10.2.5.1	Dynamische Verfahren der Investitionsrechnung.....	274
10.2.5.2	Kapitalwertmethode (NPV Net Present Value-Methode)	274
10.2.5.3	Annuitätenmethode	278
10.2.5.4	Interne Zinsfußmethode	278
10.2.5.5	Kritische Werte-Rechnung (Break-Even-Analyse)	282
11	Kombinatorik	285
11.1	Grundlagen.....	285
11.2	Permutationen.....	287
11.3	Kombinationen.....	289
11.4	Die Formeln zur Kombinatorik	297
12	Fallstudie	301
12.1	Unternehmenssituation	301
12.2	Produktionsbereich I.....	302
12.3	Produktionsbereich II.....	303
12.4	Produktionsbereich III	305
12.5	Tochterunternehmen Frankreich.....	307
13	Lösungen der Übungsaufgaben.....	309
13.1	Lösungen zu Kapitel 2	309
13.2	Lösungen zu Kapitel 3	312
13.3	Lösungen zu Kapitel 4	314
13.4	Lösungen zu Kapitel 5	315
13.5	Lösungen zu Kapitel 6	322
13.6	Lösungen zu Kapitel 7	325
13.7	Lösungen zu Kapitel 8	328
13.8	Lösungen zu Kapitel 9	330
13.9	Lösungen zu Kapitel 10	333
13.10	Lösungen zu Kapitel 11	337

14	Lösungen zur Fallstudie	341
14.1	Lösungen zu Produktionsbereich I.....	341
14.2	Lösungen zu Produktionsbereich II	343
14.3	Lösungen zu Produktionsbereich III	345
14.4	Lösungen zu Tochterunternehmen Frankreich.....	349
15	Musterklausuren	353
15.1	Musterklausur 1.....	353
15.2	Musterklausur 2.....	357
15.3	Lösungen zu Musterklausur 1.....	361
15.4	Lösungen zu Musterklausur 2.....	372
	Stichwortverzeichnis	383