
Studienbücher Wirtschaftsmathematik

Herausgegeben von
Prof. Dr. Bernd Luderer, Technische Universität Chemnitz

Die Studienbücher Wirtschaftsmathematik behandeln anschaulich, systematisch und fachlich fundiert Themen aus der Wirtschafts-, Finanz- und Versicherungsmathematik entsprechend dem aktuellen Stand der Wissenschaft.

Die Bände der Reihe wenden sich sowohl an Studierende der Wirtschaftsmathematik, der Wirtschaftswissenschaften, der Wirtschaftsinformatik und des Wirtschaftsingenieurwesens an Universitäten, Fachhochschulen und Berufsakademien als auch an Lehrende und Praktiker in den Bereichen Wirtschaft, Finanz- und Versicherungswesen.

Bernd Luderer

Klausurtraining Mathematik und Statistik für Wirtschaftswissenschaftler

Aufgaben - Hinweise - Testklausuren -
Lösungen - Häufige Fehler

4., erweiterte Auflage

Unter Mitarbeit von Karl-Heinz Eger und Dana Uhlig

 Springer Gabler

Prof. Dr. Bernd Luderer
Fakultät für Mathematik
Technische Universität Chemnitz
Chemnitz, Deutschland

ISBN 978-3-658-05545-5
DOI 10.1007/978-3-658-05546-2

ISBN 978-3-658-05546-2 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Gabler

© Springer Fachmedien Wiesbaden 1997, 2003, 2008, 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Gabler ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-gabler.de

Vorwort zur 4. Auflage

Die mathematischen Grundlagen spielen in einem wirtschaftswissenschaftlichen Studium eine nicht unbedeutende Rolle, wird doch in einer Reihe volks- und betriebswirtschaftlicher Fächer von ihnen Gebrauch gemacht. Gleichzeitig stellt die Mathematik für viele eine Hürde dar, die erst einmal überwunden sein will.

Eine Möglichkeit der gezielten Vorbereitung auf die oftmals gefürchteten Mathematik-Klausuren ist – neben dem regelmäßigen Vorlesungsbesuch und dem Nacharbeiten des Gehörten – die intensive Beschäftigung mit früher gestellten Klausuraufgaben. Wechseln diese auch von Jahr zu Jahr, so liefert die hier vorliegende, den Zeitraum von über 20 Jahren umfassende Sammlung von Prüfungsaufgaben doch einen guten Anhaltspunkt über das Spektrum möglicher Aufgaben sowie Schwerpunkte der Mathematikvorlesung. Dabei haben Klausuraufgaben ihre eigene Spezifik: nicht zu leicht, aber auch nicht zu arbeitsaufwendig.

Aus den genannten Gründen erschien es mir nützlich, Original-Klausuraufgaben auszuwählen, diese mit ausführlichen Lösungen, Hinweisen und Kommentaren zu versehen und in Buchform zu veröffentlichen. Die enthaltenen Kapitel und Schwerpunkte sind:

- Lineare Algebra (Matrizenmultiplikation und Verflechtung, inverse Matrix und Leontief-Modell, lineare Gleichungssysteme, Matrizenungleichungen, lineare Unabhängigkeit, Determinanten),
- Analysis der Funktionen einer Variablen (Eigenschaften, Extremwerte, Approximation, numerische Nullstellenberechnung, Integrale),
- Analysis der Funktionen mehrerer Veränderlicher (Differentiation und Approximation, Extremwerte ohne und mit Nebenbedingungen, Methode der kleinsten Quadratsumme),
- Lineare Optimierung (Modellierung, grafische Lösung, Simplexmethode, Dualität),
- Finanzmathematik (Zins- und Zinseszinsrechnung, Rentenrechnung, Tilgungsrechnung, Renditeberechnung),
- Verschiedenes (Ungleichungen und Beträge, Mengenlehre und Logik, Zahlenfolgen, analytische Geometrie),

- Beschreibende (deskriptive) Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Schließende (induktive) Statistik sowie
- kurze Übersichtsfragen.

Letztere erfordern zur Beantwortung keine Rechnung und nur wenig Zeit, dafür aber gewisse theoretische Kenntnisse, während in den meisten anderen gestellten Aufgaben die Anwendung von Methoden und Algorithmen sowie auch Rechenfertigkeiten (denn jede Klausur hat ein Zeitlimit!) im Vordergrund stehen.

Einige der Aufgaben wurden leicht redaktionell bearbeitet und ähnliche Aufgaben teilweise zusammengefasst. Allerdings sind dadurch manche Aufgaben umfangreicher geworden als diejenigen in den Klausuren. Ferner erschien es mir angeraten, die Aufgaben nach Gebieten zu ordnen. So kann nun die Prüfungsvorbereitung gezielt entsprechend der einzelnen Gebiete erfolgen.

Sind auch Ausbildungsumfang und Schwerpunktsetzung in den einzelnen Hochschulrichtungen nicht völlig identisch, so konnte doch in Abstimmung mit Fachkollegen verschiedener Universitäten und unter Einbeziehung ihrer Erfahrungen gesichert werden, dass alle wesentlichen Ausbildungsinhalte durch die im Buch enthaltenen Aufgaben abgedeckt werden.

Die im Anhang enthaltenen ausführlichen Lösungen und Kommentare sollen Unterstützung bei der Bearbeitung der Aufgaben leisten sowie all jenen, die die gestellten Probleme richtig gelöst haben, dies bestätigen. Andererseits nützt es nicht viel, zu jeder Aufgabe sofort die Lösung im Anhang zu suchen, denn die Mathematik erschließt sich einem nur durch selbständige Arbeit. Besser ist es, in den am Ende jedes Kapitels stehenden Hinweisen nachzuschlagen, wo für die meisten Aufgaben Anregungen zur Lösung gegeben werden und auf besondere Schwierigkeiten aufmerksam gemacht wird.

Die Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik wurden von Frau Dr. D. Uhlig und Herrn Prof. Dr. K.-H. Eger in Zusammenarbeit mit Herrn S. Baitz zusammengestellt. Ferner waren in der einen oder anderen Weise die Herren Dr. R. Baumgart, Prof. Dr. S. Dempe, Dr. K. Eppler, P. Espenhain und Prof. Dr. J. Käschel an der Auswahl bzw. der Ausarbeitung mancher Aufgaben beteiligt. Ihnen allen sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Besonderer Dank gilt den Herren Dr. C. Schumacher, Dr. M. Stöcker und Dr. U. Würker für die sorgfältige Anfertigung der Abbildungen.

Die vierte Auflage zeichnet sich dadurch aus, dass das Kapitel zur deskriptiven Statistik und ein kurzes Kapitel über häufig begangene Fehler, die mir in meiner langjährigen Lehrpraxis an der Universität immer wieder aufgefallen sind, neu aufgenommen wurden. Ferner fanden drei aktuelle Klausuren (Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I und II sowie Statistik für Wirtschaftswissenschaftler) zusammen mit ihren Musterlösungen Aufnahme in das Buch. Daneben wurden wie immer auch einige kleinere Fehler beseitigt. Für die Hinweise darauf bedanke ich mich bei meinen Studenten, insbesondere Frau Julia Pfeil, sowie verschiedenen Kollegen. Außerdem erfolgte eine Anpassung an die Bezeichnungen aus der speziell auf die Bedürfnisse von Studenten der Wirtschaftswissenschaften zugeschnittenen Formelsammlung

Luderer B., Nollau V., Veters K.: Mathematische Formeln für Wirtschaftswissenschaftler, 7. Aufl., Vieweg + Teubner, Wiesbaden 2012.

Dem Verlag Springer Gabler bin ich für die Aufnahme des Buches in die Reihe „Studienbücher Wirtschaftsmathematik“ und die bewährte gute Zusammenarbeit zu großem Dank verpflichtet. Mein besonderer Dank geht dabei an Frau Schmickler-Hirzebruch.

Chemnitz, März 2014

Bernd Luderer

Inhaltsverzeichnis

1	Lineare Algebra	1
1.1	Matrizenmultiplikation, Verflechtung	1
1.2	Inverse Matrix und Leontief-Modell	7
1.3	Lineare Gleichungssysteme, Matrizengleichungen	9
1.4	Lineare Unabhängigkeit, Rang, Determinanten	13
1.5	Hinweise und Literatur	14
2	Analysis der Funktionen einer Variablen	21
2.1	Eigenschaften, Extremwerte, Kurvendiskussion	21
2.2	Numerische Nullstellenberechnung, Approximation von Funktionen	26
2.3	Integrale, Differenzialgleichungen	29
2.4	Hinweise und Literatur	31
3	Analysis der Funktionen mehrerer Veränderlicher	39
3.1	Differenziation und Approximation	39
3.2	Extremwerte bei mehreren Veränderlichen	42
3.3	Extremwerte unter Nebenbedingungen	44
3.4	Methode der kleinsten Quadratsumme	47
3.5	Hinweise und Literatur	51
4	Lineare Optimierung	59
4.1	Modellierung	59
4.2	Grafische Lösung	64
4.3	Simplexmethode	66
4.4	Dualität	68
4.5	Hinweise und Literatur	70
5	Finanzmathematik	75
5.1	Zins- und Zinseszinsrechnung	75
5.2	Rentenrechnung	78
5.3	Tilgungsrechnung	80

5.4	Renditeberechnung und Investitionsrechnung	81
5.5	Hinweise und Literatur	83
6	Verschiedenes	89
6.1	Ungleichungen und Beträge	89
6.2	Mengenlehre und Logik	90
6.3	Zahlenfolgen und Zahlenreihen	90
6.4	Geraden und Ebenen	91
6.5	Hinweise und Literatur	92
7	Deskriptive Statistik	97
7.1	Empirische Verteilungsfunktion und Maßzahlen	97
7.2	Boxplots, Regressionsgerade und Lorenzkurve	98
7.3	Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen	99
7.4	Hinweise und Literatur	100
8	Wahrscheinlichkeitsrechnung	103
8.1	Zufällige Ereignisse und Wahrscheinlichkeit	103
8.2	Zufallsgrößen	105
8.3	Zentraler Grenzwertungssatz	107
8.4	Hinweise und Literatur	108
9	Induktive Statistik	113
9.1	Konfidenzintervalle	113
9.2	Mittelwerttests	114
9.3	Prüfen einer Varianz	115
9.4	Prüfen von Wahrscheinlichkeiten	116
9.5	χ^2 -Test	117
9.6	Schätzfunktionen	118
9.7	Hinweise und Literatur	119
10	Kurze Übersichtsfragen	123
10.1	Fragen zur Algebra	123
10.2	Fragen zur Analysis	124
10.3	Fragen zur Linearen Optimierung	124
10.4	Fragen zur Finanzmathematik	125
10.5	Fragen zur deskriptiven Statistik	125
10.6	Fragen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung	126
10.7	Fragen zur induktiven Statistik	126
10.8	Sonstige Fragen	127

11	Häufig begangene Fehler	129
	11.1 Klammerrechnung	129
	11.2 Reihenfolge von Rechenoperationen	130
	11.3 Rechnen mit Summenzeichen	130
	11.4 Potenz- und Wurzelrechnung	131
	11.5 Rechnen mit Beträgen	131
	11.6 Umformen von Gleichungen	132
	11.7 Rechnen mit Ungleichungen	132
	11.8 Logik	133
	11.9 Gauß'scher Algorithmus	133
	11.10 Nachweis der Monotonie von Funktionen	133
	11.11 Lineare Optimierung	134
	11.12 Allgemeine Hinweise	134
12	Klausuren mit Musterlösungen	137
	12.1 Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I	137
	12.2 Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II	145
	12.3 Statistik für Wirtschaftswissenschaftler	150
13	Lösungen zu den Aufgaben	159
	13.1 Lösungen zu Kapitel 1	159
	13.2 Lösungen zu Kapitel 2	178
	13.3 Lösungen zu Kapitel 3	198
	13.4 Lösungen zu Kapitel 4	225
	13.5 Lösungen zu Kapitel 5	241
	13.6 Lösungen zu Kapitel 6	253
	13.7 Lösungen zu Kapitel 7	258
	13.8 Lösungen zu Kapitel 8	263
	13.9 Lösungen zu Kapitel 9	274
	13.10 Lösungen zu Kapitel 10	285
	Sachverzeichnis	297