

# Springer-Lehrbuch



Kurt Meyberg · Peter Vachenauer

# Höhere Mathematik 1

Differential- und Integralrechnung  
Vektor- und Matrizenrechnung

Zweite, korrigierte Auflage  
Mit 444 Abbildungen

Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York  
London Paris Tokyo  
Hong Kong Barcelona  
Budapest

**Prof. Dr. Kurt Meyberg  
Dr. Peter Vachenauer**  
**Mathematisches Institut  
der Technischen Universität München**  
**Arcisstraße 21  
D-80290 München**

Mathematics Subject Classification (1991): 00A05, 00-01, 00A06

ISBN-13: 978-3-540-53190-6    e-ISBN-13: 978-3-642-97286-7  
DOI: 10.1007/978-3-642-97286-7

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme  
Meyberg, Kurt: Höhere Mathematik/Kurt Meyberg; Peter Vachenauer. – Berlin; Heidelberg; New York;  
London; Paris; Tokyo; Hong Kong; Barcelona; Budapest: Springer.  
(Springer-Lehrbuch)  
NE: Vachenauer, Peter:  
1. Differential- und Integralrechnung, Vektor- und Matrizenrechnung. – 2., korrigierte Aufl. – 1993  
ISBN-13: 978-3-540-53190-6

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1990, 1993

Datenkonvertierung: Universitätsdruckerei H. Stürtz AG, Würzburg  
44/3140 - 5 4 3 2 1 0 – Gedruckt auf säurefreiem Papier

## Vorwort zur zweiten Auflage

Die sehr lebhaft und freundliche Aufnahme unseres Buches hat uns veranlaßt, Darstellung und Stoffauswahl für diese Neuauflage nahezu unverändert zu lassen. Wir haben aber zahlreiche kleinere Textverbesserungen vorgenommen, Beweise geglättet und weitere Druckfehler beseitigt. Dem Trend der Programmierausbildung folgend haben wir in einem Anhang die von Frau cand. ing. R. Knäulein erstellten Pascal-Übersetzungen der im Text eingestreuten Programme angefügt.

Wir bedanken uns herzlich für die zahlreichen Hinweise und freuen uns auch in Zukunft über jeden Verbesserungsvorschlag.

München, im März 1993

*Kurt Meyberg Peter Vachenauer*

## Vorwort zur ersten Auflage

Dieses zweibändige Lehrbuch ist aus den Vorlesungen und Übungen der Verfasser zur Höheren Mathematik für Ingenieure der Fachrichtungen Maschinenbau und Elektrotechnik an der Technischen Universität München hervorgegangen. Es ist in erster Linie als kompakter Begleittext zur viersemestrigen Grundvorlesung für die Studenten der Ingenieurwissenschaften und anderer technisch-physikalischer Studienfächer (etwa Physik, Technomathematik und Informatik) konzipiert.

Da die moderne Technik vom Ingenieur immer umfassendere und tiefere mathematische Kenntnisse verlangt, gehen wir an einigen Stellen über den üblichen Vorlesungsstoff der Grundkurse hinaus oder stellen einige Themen gründlicher dar, als es in den Vorlesungen möglich ist. Das betrifft im vorliegenden Band insbesondere in Kapitel 6 den Ausflug in die abstrakte Welt der Vektorräume und in allen Kapiteln die stärkere Berücksichtigung der wichtigsten numerischen Aspekte. Damit ist dieses Buch auch für Studenten höherer Semester zur Fortbildung und für den Praktiker als Nachschlagewerk geeignet.

Die in Kapitel 1 dargestellte Vektorrechnung, insbesondere die Behandlung gebundener Vektoren, ist den Bedürfnissen der Technischen Mechanik angepaßt, sie kann für andere Fachrichtungen abgekürzt oder ausgelassen werden. Andererseits besteht die Notwendigkeit, die algebraischen und numerischen Methoden bereits in den Grundkursen stärker zu berücksichtigen. Die Lineare Algebra in Kapitel 6 ist unabhängig vom Vorhergehenden und kann vorgezogen, eventuell parallel mit den Kapiteln 2 – 5 behandelt werden.

Der Praktiker erwartet von der Mathematik nicht nur Erkenntnis, sondern Resultate. Wir berücksichtigen die für ihn besonders wichtige algorithmische Seite der Mathematik durch im Druck hervorgehobene Überblicke mit detaillierten Rechenschemata. Sie enthalten – in Schritten aufgegliedert – die Methoden zum Lösen konkreter Aufgaben und können nicht zuletzt als Repetitorium zur Prüfungsvorbereitung dienen.

Ferner fügen wir eine größere Zahl von Programmen ein, die auf erprobten numerischen Algorithmen fußen. Wir haben uns zur Darstellung dieser Programme für die Programmiersprache GfA-Basic entschieden, da diese einerseits die zugrundeliegenden Algorithmen besonders gut erkennen läßt, andererseits aufgrund ihrer Strukturierung vom etwas geübten Programmierer leicht in jede höhere Sprache übersetzt werden kann. In erster Linie ist aber an den Einsatz der Programme auf studienbegleitenden Taschen- oder Kleinrechnern gedacht. Für den verständnisvollen Umgang mit den mathematischen Modellen der Physik und der Technik reicht die Fähigkeit im Anwenden fertiger Rezepte natürlich nicht aus. Unerläßlich ist auch die Kenntnis der mathematischen Grundlagen und vielfältigen Methoden, mit denen sie behandelt werden. Wir haben deshalb alle wesentlichen Beweise ausgeführt. Der Studienanfänger kann einen Teil dieser Beweise und die mit \* gekennzeichneten Abschnitte beim ersten Durcharbeiten auslassen; er sollte sich dafür verstärkt mit den zahlreichen ausführlich vorgerechneten Beispielen und den einfacheren Übungsaufgaben beschäftigen. Der etwas geübtere Leser wird die straffe Darstellung der anspruchsvolleren Beweise sicher schätzen. Für ihn sollten auch die schwierigeren Aufgaben eine Herausforderung bedeuten.

Die Verfasser sind den Kollegen und Mitarbeitern an der Technischen Universität München sehr dankbar, die durch ihre Hilfe, manch guten Rat und viele Gespräche über Inhalte und Darstellung der „Ingenieurmathematik“ zum Entstehen dieses Buches beigetragen haben. Insbesondere danken wir Prof. Dr. CHR. REINSCH, Prof. Dr. H.J. KROLL, Dr. S. WALCHER, Dipl. Math. M. BINDER, Dipl. Math. H. GRADL, Dipl. Math. R. NIEMCZYK, Dipl. Math. St. SAUTTER und Dipl. Math. A. HUNDEMER, sie haben die Teile des Manuskripts gelesen, zahlreiche Druckfehler entdeckt und wertvolle Verbesserungsvorschläge beigetragen.

Die Druckqualität sollte zur guten Verständlichkeit bestmöglich, der Preis studentenfreundlich sein, daher wurden die Druckvorlagen mit der hochauflösenden T<sub>E</sub>X-Monotype-Variante der H. STUERTZ AG erzeugt. Daß sich dieser Entschluß trotz der anfangs zusätzlichen Pionierarbeit doch gelohnt hat, ist vor allem das Verdienst von Frau cand.math. I. ABOLD; sie hat den T<sub>E</sub>X-Quelltext mit Präzision, Geschmack und viel Einfallsreichtum erstellt und dabei nie ihre liebenswürdige Geduld verloren. Ihr gilt unser besonderer Dank.

Ein Teil der Abbildungen konnte von cand.ing. R. MATTUSCHAT auf einem 3D-CAD-Rechensystem am Lehrstuhl für Konstruktion im Maschinenbau erstellt werden. Wir danken Prof. Dr. K. EHRENSPIEL für das freundliche Entgegenkommen. Ebenso dankend erwähnen wir die Studentinnen und Studenten T. ERIS, K. MATTUSCHAT und Frau cand.inf. A. SCHRAMM, die zusammen mit CHR. VACHENAUER die Skizzen für die übrigen Graphiken hingebungs- und kunstvoll auf den Bildschirm des ATARI-ST umsetzten.

Schließlich gilt unser Dank auch dem Springer-Verlag für die stets vorbildliche Zusammenarbeit, speziell Herrn Dr. J. HEINZE, der die verschiedenen Entstehungsphasen dieses Buches mit lebhaft förderndem Interesse, Geduld und fachmännischem Rat verfolgt hat.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Kapitel 1. Zahlen und Vektoren</b> .....	1
§1. <b>Mengen und Abbildungen</b> .....	1
1.1 Mengen – 1.2 Mengenoperationen – 1.3 Abbildungen	
§2. <b>Die reellen Zahlen</b> .....	3
2.1 Bezeichnungen – 2.2 Ungleichungen – 2.3 Intervalle – 2.4 Schranken – 2.5 Der Betrag – 2.6 Die vollständige Induktion – 2.7 Binomialkoeffizienten und die binomische Formel – Aufgaben	
§3. <b>Die Ebene</b> .....	11
3.1 Kartesische Koordinatensysteme – 3.2 Winkel – 3.3 Sinus, Cosinus – 3.4 Drehungen	
§4. <b>Vektoren</b> .....	17
4.1 Kartesische Koordinatensysteme im Raum – 4.2 Vektoren – 4.3 Die Addition von Vektoren – 4.4 Die skalaren Vielfachen eines Vektors – 4.5 Der Betrag – 4.6 Vektoren im Koordinatensystem	
§5. <b>Produkte</b> .....	22
5.1 Der Winkel zwischen zwei Vektoren – 5.2 Das Skalarprodukt – 5.3 Das Vektorprodukt – 5.4 Das Spatprodukt – Aufgaben	
§6. <b>Geraden und Ebenen</b> .....	34
6.1 Parameterdarstellungen einer Geraden – 6.2 Die Koordinatengleichungen einer Geraden – 6.3 Die Momentengleichung der Geraden – 6.4 Abstand Punkt-Gerade – 6.5 Abstand Gerade-Gerade – 6.6 Parameterdarstellungen einer Ebene – 6.7 Parameterfreie Darstellungen einer Ebene – 6.8 Die Gerade als Schnitt zweier Ebenen – 6.9 Die Winkel zwischen zwei Ebenen und zwischen einer Ebene und einer Geraden – Aufgaben	
§7. <b>Gebundene Vektoren</b> .....	47
7.1 Gebundene Vektoren – 7.2 Ein System gebundener Vektoren – 7.3 Die Reduktion eines Systems gebundener Vektoren – Aufgaben	
§8. <b>Die komplexen Zahlen</b> .....	53
8.1 Die Menge der komplexen Zahlen – 8.2 Die vier Grundrechenarten in $\mathbb{C}$ – 8.3 Die Konjugation und der Betrag komplexer Zahlen – 8.4 Anwendungen	

<b>Kapitel 2. Funktionen, Grenzwerte, Stetigkeit</b> .....	58
<b>§1. Funktionen (Grundbegriffe)</b> .....	58
1.1 Funktionen – 1.2 Monotonie – 1.3 Das Rechnen mit Funktionen	
<b>§2. Polynome und rationale Funktionen</b> .....	61
2.1 Polynome – 2.2 Polynomnullstellen – Faktorisierung – 2.3 Polynominterpolation – 2.4 Der Graph – 2.5 Rationale Funktionen, Polynomdivision – 2.6 Der Definitionsbereich $D$ – 2.7 Ergänzung: Polynome über $\mathbb{C}$ – Aufgaben	
<b>§3. Die Kreisfunktionen</b> .....	75
3.1 Definition und einfache Eigenschaften – 3.2 Die Tangens- und Cotangensfunktion – 3.3 Die Polardarstellung komplexer Zahlen – 3.4 Anwendungen der De Moivre-Formeln – 3.5 Harmonische Schwingungen – Aufgaben	
<b>§4. Zahlenfolgen und Grenzwerte</b> .....	88
4.1 Folgen – 4.2 Definition des Grenzwerts; konvergente Zahlenfolgen	
<b>§5. Rechenregeln für Grenzwerte und Konvergenzkriterien</b> .....	93
5.1 Rechenregeln – 5.2 Grenzwertbestimmung durch Abschätzung – 5.3 Monotone Folgen – 5.4 Die Exponentialfunktion – 5.5 Für Fortgeschrittene: Das Cauchy-Konvergenzkriterium – Aufgaben	
<b>§6. Funktionengrenzwerte, Stetigkeit</b> .....	103
6.1 Definitionen – 6.2 Die 6 elementaren Methoden der Grenzwertbestimmung – 6.3 Asymptoten – 6.4 Stetigkeit – Aufgaben	
<b>Kapitel 3. Differentiation</b> .....	112
<b>§1. Die Ableitung einer differenzierbaren Funktion</b> .....	112
1.1 Die Definition der Ableitung – 1.2 Die geometrische Deutung der Ableitung: Tangentenanstieg – 1.3 Die analytische Deutung der Ableitung: Lineare Approximation – 1.4 Die physikalische Deutung der Ableitung: Geschwindigkeit – 1.5 Stetigkeit ist notwendig für Differenzierbarkeit – 1.6 Differentiationsregeln – 1.7 Die Differentiation der Polynome und der rationalen Funktionen – 1.8 Die Ableitung der Kreisfunktionen – 1.9 Die Kettenregel – 1.10 Höhere Ableitungen – Aufgaben	
<b>§2. Anwendungen der Differentiation</b> .....	121
2.1 Maxima und Minima einer Funktion – 2.2 Der Mittelwertsatz – 2.3 Wendepunkte – 2.4 Die Regeln von De L'Hospital – 2.5 Kurvendiskussion – 2.6 Nullstellen und Fixpunkte – 2.7 Kubische Splines – Aufgaben	

**§3. Umkehrfunktionen** ..... 139  
 3.1 Grundlagen – 3.2  $n$ -te Wurzel, rationale Exponenten – 3.3 Arcussinus, Arcuscossinus, Arcustangens – Aufgaben

**§4. Die Exponential- und Logarithmusfunktion** ..... 147  
 4.1 Die  $e$ -Funktion – 4.2 Die Kurve  $y = e^x$  – 4.3 Exponentiell wachsende bzw. fallende Prozesse – 4.4 Der natürliche Logarithmus – 4.5 Allgemeine Exponentialfunktionen und Logarithmen – 4.6 Die Hyperbelfunktionen  $\sinh$ ,  $\cosh$ ,  $\tanh$  – Aufgaben

**Kapitel 4. Integration**..... 161

**§1. Das bestimmte Integral**..... 161  
 1.1 Die Definition des bestimmten Integrals – 1.2 Die geometrische Deutung – 1.3 Elementare Integrationsregeln und der Mittelwertsatz – 1.4 Differentiation und Integration – Aufgaben

**§2. Integrationsregeln**..... 169  
 2.1 Linearität – 2.2 Partielle Integration – 2.3 Die Substitutionsmethode – 2.4 Symmetrien beachten – 2.5 Ausblicke – Aufgaben

**§3. Die Integration der rationalen Funktionen**..... 179  
 3.1 Die Partialbruchzerlegung – 3.2 Die Integration – 3.3 Die Integration von  $R(e^x)$  – 3.4 Die Integration von  $R\left(x, \sqrt[k]{\frac{ax+b}{cx+e}}\right)$ ,  $ae-bc \neq 0$  – 3.5 Die Integration von  $R(\sin x, \cos x)$  – 3.6 Trigonometrische und hyperbolische Substitutionen – Aufgaben

**§4. Uneigentliche Integrale** ..... 185  
 4.1 Die Definition der uneigentlichen Integrale – 4.2 Ein Konvergenz-Test – 4.3 Ein an beiden Grenzen uneigentliches Integral – 4.4 Ausnahmestellen im Innern des Integrationsintervalls – Aufgaben

**§5. Kurven, Längen- und Flächenmessung**..... 190  
 5.1 Die Parameterdarstellung – 5.2 Tangente und Normale – 5.3 Kurvenlänge – 5.4 Krümmung und Krümmungskreis – 5.5 Die Polardarstellung einer ebenen Kurve – 5.6 Flächeninhalte – Aufgaben

**§6. Weitere Anwendungen des Integrals**..... 204  
 6.1 Abkürzende Redeweisen – 6.2 Das Volumen eines Rotationskörpers – 6.3 Die Mantelfläche – Aufgaben

**§7. Numerische Integration**..... 206  
 Aufgaben



<b>Kapitel 5. Potenzreihen</b> .....	212
§1. <b>Unendliche Reihen</b> .....	212
1.1 Grundbegriffe – 1.2 Absolute Konvergenz – Aufgaben	
§2. <b>Reihen von Funktionen</b> .....	221
2.1 Gleichmäßige Konvergenz – 2.2 Gleichmäßig konvergente Funktionenreihen – Aufgaben	
§3. <b>Potenzreihen</b> .....	226
3.1 Der Konvergenzradius – 3.2 Berechnung des Konvergenzradius – 3.3 Die Differentiation und Integration von Potenzreihen – 3.4 Die Potenzreihendarstellung einiger Funktionen – 3.5 Die Binomialreihe – 3.6 Potenzreihen mit dem Zentrum $a \neq 0$ – 3.7 Koeffizientenvergleich – Aufgaben	
§4. <b>Der Satz von Taylor; Taylor-Reihen</b> .....	237
4.1 Die Taylor-Formel – 4.2 Die Taylor-Reihe – 4.3 Methoden der Reihenentwicklung – Aufgaben	
§5. <b>Anwendungen (an Beispielen)</b> .....	244
5.1 Grenzwertberechnungen – 5.2 Näherungsformeln (Approximation) – 5.3 Die Reihendarstellung und Berechnung einer Integralfunktion mit nicht elementar integrierbarem Integranden – 5.4 Potenzreihenansatz zur Lösung einfacher Differentialgleichungen – Aufgaben	
 <b>Kapitel 6. Lineare Algebra</b> .....	 250
§1. <b>Lineare Gleichungssysteme und Matrizen</b> .....	250
1.1 Was ist eine Matrix? – 1.2 Addition, Subtraktion und Multiplikation mit einem Zahlenfaktor – 1.3 Lineare Gleichungssysteme und Matrizen – 1.4 Das Gaußsche Lösungsverfahren – Aufgaben	
§2. <b>Die Matrizenmultiplikation</b> .....	265
2.1 „Zeile mal Spalte“ – 2.2 Die Multiplikation zweier Matrizen – 2.3 Rechenregeln – 2.4 Die Transponierte einer Matrix – 2.5 Invertierbare Matrizen – 2.6 Diagonal- und Dreiecksmatrizen – Aufgaben	
§3. <b>Vektorräume</b> .....	274
3.1 Der „abstrakte“ Vektorraum – 3.2 Unterräume, Linearkombinationen, lineare Hülle – 3.3 Basis und Dimension – Aufgaben	
§4. <b>Elementarmatrizen und elementare Umformungen</b> .....	286
4.1 Zeilenraum und Spaltenraum – 4.2 Elementarmatrizen – 4.3 Der Rang und die $P$ - $Q$ -Normalform – 4.4 Rechenverfahren – Aufgaben	

<b>§5. Determinanten</b> .....	299
5.1 Einführung – 5.2 Definition der Determinante einer $n \times n$ -Matrix –	
5.3 Rechenregeln für Determinanten – 5.4 Die Entwicklung von $\det A$	
nach einer beliebigen Zeile oder Spalte – 5.5 Beispiele – 5.6 Anwen-	
dungen – Aufgaben	
<b>§6. Lineare Abbildungen und Eigenwerte</b> .....	311
6.1 Lineare Abbildungen – 6.2 $V = W = \mathbb{R}^n$ – 6.3 Längen und Winkel	
im $\mathbb{R}^n$ ; Orthogonalität – 6.4 Speziell: Spiegelungen und Drehungen	
– 6.5 Das Schmidtsche Orthonormierungsverfahren – 6.6 Basiswechsel,	
Koordinatentransformation – 6.7 Eigenwerte, Eigenvektoren – 6.8 Die	
orthogonale Gruppe – Aufgaben	
<b>§7. Symmetrische Matrizen und quadratische Formen</b> .....	339
7.1 Quadratische Formen – 7.2 Die Hauptachsentransformation –	
7.3 Quadriken – 7.4 Die nichtorthogonale Diagonalisierung einer sym-	
metrischen Matrix – 7.5 Positiv definite Matrizen – Aufgaben	
<b>Kapitel 7. Funktionen in mehreren Variablen: Differentiation</b> .....	359
<b>§1. Kurven im <math>\mathbb{R}^n</math></b> .....	360
1.1 Parameterdarstellungen – 1.2 Das begleitende Dreibein, Krümmung,	
Torsion – 1.3 Ergänzung: Der natürliche Parameter und die Frenet-	
schen Formeln – Aufgaben	
<b>§2. Reellwertige Funktionen mehrerer reeller Veränderlicher</b> .....	370
2.1 Grundlagen – 2.2 Grenzwerte und Stetigkeit – 2.3 Partielle Ablei-	
tungen, der Gradient – 2.4 Die totale Ableitung und lineare Approximi-	
ation – 2.5 Einfache Anwendungen – 2.6 Die Richtungsableitung, der	
Anstieg und die Kettenregel – Aufgaben	
<b>§3. Anwendungen der Differentiation</b> .....	391
3.1 Die Bedeutung des Gradienten – 3.2 Approximation höherer Ord-	
nung; die Taylor-Formel – 3.3 Implizite Funktionen – 3.4 Lokale Mi-	
nima und Maxima – 3.5 Ausgleichsrechnung – 3.6 Extremwertaufgaben	
mit Nebenbedingungen – Aufgaben	
<b>§4. Vektorwertige Funktionen</b> .....	418
4.1 Die Differentiation – 4.2 Die Kettenregel – 4.3 Räumliche Skalaren-	
und Vektorfelder – 4.4 Gradient, Divergenz, Rotation, Laplace-	
Operator – Aufgaben	

<b>Kapitel 8. Funktionen in mehreren Variablen: Integration</b> .....	430
§1. <b>Parameterintegrale</b> .....	430
1.1 Parameterintegrale – Aufgaben	
§2. <b>Kurvenintegrale</b> .....	435
2.1 Das Kurvenintegral einer skalaren Funktion – 2.2 Anwendungen – 2.3 Die Integration eines Vektorfeldes längs einer Kurve – 2.4 Anwendungen und Beispiele – 2.5 Das Potential eines Gradientenfeldes – 2.6 Die praktische Bestimmung eines Potentials ( $n = 3$ ) – Aufgaben	
§3. <b>Die Integration über ebene Bereiche</b> .....	454
3.1 Der Flächeninhalt – 3.2 Definition und einfache Eigenschaften des Doppelintegrals – 3.3 Die Berechnung des Doppelintegrals in kartesischen Koordinaten – 3.4 Weitere Anwendungen und Beispiele – 3.5 Der Satz von Green – Aufgaben	
§4. <b>Die Integration über Flächen im Raum</b> .....	467
4.1 Parameterdarstellungen – 4.2 Beispiele – 4.3 Der Flächeninhalt – 4.4 Das Oberflächenintegral einer skalaren Funktion – 4.5 Die Transformationsformel für Gebietsintegrale – 4.6 Das Oberflächenintegral eines Vektorfeldes – 4.7 Der Satz von Stokes – Aufgaben	
§5. <b>Die Integration über dreidimensionale Bereiche</b> .....	488
5.1 Definition und einfache Eigenschaften des Dreifachintegrals – 5.2 Einfache Anwendungsbeispiele – 5.3 Die Transformationsformel für Volumenintegrale – 5.4 Der Divergenzatz – 5.5 Einige Anwendungen der Integralsätze – 5.6 Orthogonale krummlinige Koordinaten – Aufgaben	
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	505
<b>Anhang: Pascal-Programme</b> .....	507
<b>Namen- und Sachverzeichnis</b> .....	517

## Verzeichnis der Programme

1. Programm HORNER .....	63
Auswertung eines Polynoms mit dem Horner-Schema	
2. Programm HORNER vollstaendig .....	63
Entwicklung eines Polynoms nach Potenzen von $x - b$	

3.	Programm NEWTON Interpolation.....	68
	Berechnung und Auswertung des Newton Interpolationspolynoms	
4.	Programm BISECTION.....	109
	Nullstellenbestimmung ( $f(x) = 0, x \in \mathbb{R}$ )	
5.	Programm NEWTON Verfahren.....	134
	Nullstellenbestimmung ( $f(x) = 0, x \in \mathbb{R}$ )	
6.	Programm KUBISCHE SPLINE.....	136
	Interpolation mit kubischer Spline-Funktion	
7.	Programm ROMBERG Integration.....	209
	Berechnung von $\int_a^b f(x)dx$ mittels Romberg-Extrapolation	
8.	Programm Vollst. Ellipt. Integrale.....	211
	Berechnung der vollständigen elliptischen Integrale $E(k)$ und $K(k)$ mit arithmetisch-geometrischem Mittel	
9.	Programm GAUSS.....	296
	Lösung des linearen Gleichungssystems $Ax = \mathbf{b}$ mit verbesserter LR- Zerlegung, Berechnung der Determinante von $A$	
10.	Programm LEVERRIER.....	333
	Berechnung der Koeffizienten des Polynoms $p(\lambda) = \det(\lambda E - A)$	
11.	Programm JACOBI.....	354
	Berechnung aller Eigenwerte und Eigenvektoren einer symmetrischen Matrix	
12.	Programm BAIRSTOW.....	384
	Berechnung aller komplexen Nullstellen eines reellen Polynoms	
13.	Procedure LINFIT.....	406
	Bestimmung der Ausgleichslösung eines überbestimmten linearen Gleichungssystems	
14.	Programm NLSQ.....	407
	Bestimmung der Ausgleichslösung eines überbestimmten nichtlinearen Gleichungssystems	

# Inhalt von Band 2

## **Kapitel 9. Gewöhnliche Differentialgleichungen**

- §1. Einführung
- §2. Spezielle Differentialgleichungen 1. Ordnung
- §3. Spezielle Differentialgleichungen 2. Ordnung
- §4. Existenzsätze
- §5. Numerische Lösung des Anfangswertproblems 1. Ordnung
- §6. Die Laplace-Transformation
- §7. Lösung mittels Potenzreihenansatz
- §8. DGL-Systeme und DGLn höherer Ordnung
- §9. Lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten
- §10. Stabilität, periodische Lösungen
- §11. Rand- und Eigenwertprobleme

## **Kapitel 10. Funktionentheorie**

- §1. Punktmengen in der komplexen Ebene
- §2. Einige elementare Funktionen
- §3. Gebrochen-lineare Funktionen
- §4. Potenzreihen
- §5. Differentiation, analytische Funktionen
- §6. Integration
- §7. Anwendungen der Cauchy-Integralformel
- §8. Harmonische Funktionen und das Dirichlet-Problem
- §9. Laurent-Reihen und Singularitäten
- §10. Residuentheorie

## **Kapitel 11. Fourier-Analysis**

- §1. Trigonometrische Polynome und Reihen
- §2. Fourier-Reihen
- §3. Konvergenz der Fourier-Reihe
- §4. Anwendungen (an Beispielen)
- §5. Diskrete Fourier-Analysis
- §6. Die Fourier-Transformation

## **Kapitel 12. Partielle Differentialgleichungen**

- §1. Einführung
- §2. Partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung
- §3. Lineare und quasilineare PDGn 2. Ordnung
- §4. Trennung der Variablen
- §5. Lösungen mit Laplace- und Fourier-Transformation
- §6. Lösungen mit Green-Funktion

**Kapitel 13. Variationsrechnung**

- §1. Funktionale und Variation
- §2. Die Euler-Differentialgleichung für  $I(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$
- §3. Natürliche Randbedingungen, Transversalitätsbedingung
- §4. Variationsaufgaben mit allgemeineren Funktionalen
- §5. Variation mit Nebenbedingungen
- §6. Variationsrechnung mit Funktionen in mehreren Variablen
- §7. Das Wechselspiel Variationsaufgaben – Differentialgleichungen
- §8. Direkte Methoden

# Bezeichnungen

## 1. Die griechischen Buchstaben.

Alpha	$\alpha$	A	Eta	$\eta$	H	Ny	$\nu$	N	Tau	$\tau$	T
Beta	$\beta$	B	Theta	$\vartheta$	$\Theta$	Xi	$\xi$	$\Xi$	Ypsilon	$\upsilon$	Y
Gamma	$\gamma$	$\Gamma$	Iota	$\iota$	I	Omikron	$\omicron$	O	Phi	$\varphi$	$\Phi$
Delta	$\delta$	$\Delta$	Kappa	$\kappa$	K	Pi	$\pi$	$\Pi$	Chi	$\chi$	X
Epsilon	$\varepsilon$	E	Lambda	$\lambda$	$\Lambda$	Rho	$\rho$	P	Psi	$\psi$	$\Psi$
Zeta	$\zeta$	Z	My	$\mu$	M	Sigma	$\sigma$	$\Sigma$	Omega	$\omega$	$\Omega$

## 2. Wichtige Mengen.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$	Menge der natürlichen Zahlen ( $\rightarrow$ S. 3),
$\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ ,	
$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, \dots\}$	Menge der ganzen Zahlen ( $\rightarrow$ S. 3),
$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} ; m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$	Menge der rationalen Zahlen ( $\rightarrow$ S. 3),
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen ( $\rightarrow$ S. 3),
$\mathbb{R}^n$	Menge der reellen Spaltenvektoren mit $n$ Komponenten ( $\rightarrow$ S. 251),
$\mathbb{R}_n$	Menge der reellen Zeilenvektoren mit $n$ Komponenten ( $\rightarrow$ S. 251),
$\mathbb{R}^{m \times n}$	Menge der reellen Matrizen mit $m$ Zeilen und $n$ Spalten ( $\rightarrow$ S. 251),
$\mathbb{C} = \{x + iy ; x, y \in \mathbb{R}\}$	Menge der komplexen Zahlen ( $\rightarrow$ S. 53),
$\mathbb{P}_n$	Menge der reellen Polynome vom Grad $\leq n$ ( $\rightarrow$ S. 276),
$\mathcal{C}^0(D, \mathbb{R})$	Menge der auf $D \subseteq \mathbb{R}^n$ stetigen reellen Funktionen ( $\rightarrow$ S. 377),
$\mathcal{C}^k(D, \mathbb{R})$	Menge der auf $D \subseteq \mathbb{R}^n$ $k$ -mal stetig partiell differenzierbaren reellen Funktionen ( $\rightarrow$ S. 377).