Tomas Gal   Jan Gal

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Aufgabensammlung

Mit 72 Abbildungen und 42 Tabellen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York Tokyo

Prof. Dr. Dr. Tomas Gal
Fachbereich Wirtschaftswissenschaft, Fernuniversität Hagen
Roggenkamp 6, D-5800 Hagen

Dr. Jan Gal
Insterburgerweg 7, D-4020 Mettmann

ISBN-13: 978-3-540-16381-7 e-ISBN-13: 978-3-642-96946-1
DOI: 10.1007/978-3-642-96946-1

CIP-Kurztitelaufnahmen der Deutschen Bibliothek
Gal, Tomas: Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler / Tomas Gal; Jan Gal.
- Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer, 1986
ISBN-13: 978-3-540-16381-7

NE: Gal, Jan:

2142/3140 543210

Mit diesem Büchlein bekommen die Leser des Buches "Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler" (Gal, Kruse, Piehler, Vogeler, Wolf: "Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler", I, II, III, Springer 1982)[1] eine Hilfe zur Hand, die es Ihnen ermöglicht, die Materie der durchgearbeiteten Kapitel noch besser zu verstehen und im Gedächtnis stärker zu verankern. Denn, und damit entdecken wir kein Neuland, je mehr Aufgaben man zu einem Abschnitt rechnet, desto sicherer beherrscht man die entsprechende Materie ("Die Übung macht den Meister").Die Aufgaben wurden ursprünglich für Zwecke des Studiums der Mathematik für Ökonomen an der FeU Hagen zusammengestellt. Einige "Generationen" von Studenten der FeU haben sich dieser Aufgaben bedient und es war für sie eine große Hilfe. Viele Studenten haben geäußert, daß sie sich ohne diese Aufgabensammlung nicht vorstellen könnten, wie sie das Studium der Mathematik für Ökonomen bewältigt hätten.
Die Inhalte der Aufgaben in dieser Sammlung lehnen sich an die Reihenfolge der Kapitel und deren Inhalte im oben erwähnten Buch. Nichtsdestoweniger kann diese Sammlung auch völlig unabhängig vom Buch benutzt werden, denn die Aufgabeninhalte stimmen mit den allgemeinen Anforderungen an die s.g. "höhere Mathematik" für Ökonomen und im großen Teil auch der des ingenieur- und sozialwissenschaftlichen Studiums überein. Die Aufgaben sind kapitelweise numeriert, wobei die dekadische Schreibweise jeder Aufgabe eindeutig eine Nummer zuordnet. So z. B. Aufgabe 3.7 ist die 7te Aufgabe im Kapitel 3 "Matrizenrechnung". Die Lösungen in diesem Heft sind gleichnumeriert, so daß die Auffindung der Lösung einer Aufgabe leicht ist. Es ist empfehlenswert, eine Aufgabe zunächst selbständig zu lösen und das Ergebnis mit der Lösung in der Sammlung zu vergleichen, wenn Sie jedoch feststellen, daß Sie bei der Lösung nicht weiterkommen, so sollten Sie sich die Lösung

---

[1] In den Fußnoten wird hierfür die Kurzbezeichnung "WiMa-Buch" verwendet.

in der Sammlung anschauen, insbesondere die "Anleitungen". Wenn nichtmals das weiterhilft, so ist es empfehlenswert, das entsprechende Kapitel im o.g. Buch nochmals nachzulesen. Wir wünschen den "Bearbeitern" dieser Sammlung viele Erfolgserlebnisse bei der Lösung der Aufgaben. Von den Kapiteln 1, 6 und 11 (entspricht Teil I, II und III des WiMa-Buches) haben wir eine Auswahl der wichtigsten Symbole eingefügt. Ein komplettes Symbolverzeichnis findet der Leser am Anfang jeden Teiles des WiMa-Buches.

Hagen, im August 1985 Die Autoren

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Aufgabensammlung

Übungsaufgaben zum Buch Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Inhaltsverzeichnis

SYMBOLVERZEICHNIS

$x \leq y$ (bzw. $x \geq y$)	x ist kleiner (bzw. größer) oder gleich y
$x < y$ (bzw. $x > y$)	x ist echt kleiner (bzw. größer) y
( )	Runde Klammern bei Vektoren, Punkten, Matrizen, offenen Intervallen und geordneten Paaren
[ ]	Eckige Klammern bei abgeschlossenen Intervallen
<>	Spitze Klammern bei erzeugten Teilräumen
{ }	Geschweifte Klammern bei Mengen
IN[1]	Menge der natürlichen Zahlen
IR (bzw. IR^{+})[1]	Menge der reellen (bzw. positiven reellen) Zahlen
	Menge der n-dimensionalen reellen Vektoren
$A \setminus B$	Differenzmenge (oder: A ohne B)
$\complement A$	Komplementärmenge (oder: Komplement) von A
$j = 1, \ldots, n$	Der Index j läuft von 1 bis n
$\sum\limits_{j=k}^{n}$	Summe über j von k bis n $\left[\text{z. B. } \sum\limits_{j=3}^{5} a_j = a_3 + a_4 + a_5\right]$
$x = (x_1, \ldots, x_n)^T = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$	Spaltenvektor $x \in \mathrm{IR}$
$x^T = (x_1, \ldots, x_n)$	Zeilenvektor; der transponierte Vektor x
$0 = (0, \ldots, 0)^T$	(n-dimensionaler) Nullvektor
$\langle x^1, \ldots, x^k \rangle$	Teilraum, der von den Vektoren $x^1, \ldots, x^k$ erzeugt wird
$A = A_{m,n} = (a_{ij}) = (a_{ij})_{m,n} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$	mxn-Matrix mit den Elementen a_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$

---

1 Diese Zeichen sollen als Standardbezeichnungen mit dem zusätzlichen "I" nur diese Zeichen von allen anderen abgrenzen. Es wird also nicht als "in" bzw. "ir", sondern als "n" bzw. "r" gelesen.

I, I_n	Einheitsmatrix $\left[\text{z. B. } I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right]$
A^T	Transponierte Matrix A
rg A	Rang von A
$\|A\|$, det A	Determinante von A
Int P	Inneres der Punktmenge P
Rd P	Rand der Punktmenge P
$(A\|b)$	Erweiterte Koeffizientenmatrix
B, N	Basis (-matrix) bzw. Matrix der Nichtbasisvektoren
x_B	Basislösung
$x_B^{(o)}$	Vollständige Basislösung
x_N	Vektoren der Nichtbasisvariablen (oder: der frei wählbaren) Variablen
x_a	Allgemeine Lösung
β^k	k-te Spalte der Basisinversen B^{-1}
X bzw. $\bar{X}$	Lösungsraum eines linearen (Un-) Gleichungssystems bzw. der zugehörigen kanonischen Form
$P_n(\lambda)$	Charakteristisches Polynom zum Eigenwertproblem $Ax = \lambda x$
D_f	Definitionsbereich einer Funktion f
W_f	Wertebereich einer Funktion f
$f : D_f \to \mathbb{R}$ oder $y = f(x),\ x \in D_f,\ D_f \subseteq \mathbb{R}$	Funktion, definiert auf der Menge D_f mit Werten in $\mathbb{R}$
Δx	Differenz $(x - x_o)$
f', y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df}{dx}$, $\frac{df(x)}{dx}$	Ableitung von $y = f(x)$
$f^{(k)}$, $y^{(k)}$, $\frac{d^kf}{dx^k}$, $\frac{d^ky}{dx^k}$	k-te Ableitung von f
f'_{x_i}, $\frac{\partial f}{\partial x_i}$	partielle Ableitung von f nach x_i, $i \in \{1, \ldots, n\}$
$\left.\frac{\partial f}{\partial x_i}\right\|_{(x_1,\ldots,x_n)^T}$	partielle Ableitung von f nach x_i an einer Stelle $x = (x_1, \ldots, x_n)^T$
$F(x)\Big\|_a^b$	Differenz $F(b) - F(a)$ der Stammfunktion $F(x)$

z^{neu}, z^{alt}	Zielfunktionswert vor bzw. nach einem Simplexschritt
z_{max} bzw. z_{min}	Optimaler Zielfunktionswert
Θ_{min}	Kriteriumselement beim Zulässigkeitskriterium
Δz_j	Kriteriumselement beim Optimalitätskriterium
p_i	Hilfsvariable bei der Zwei-Phasen-Methode
H	Hilfszielfunktion bei der Zwei-Phasen-Methode
(P) bzw. (D)	Primales bzw. duales LOP
x_A	Alternative Lösung bei einem LOP