

# Hochschultext



G. Schmidt

# Grundlagen der Regelungstechnik

Mathematische Beschreibung,  
Verhalten, Stabilität,  
Entwurf linearer und einfacher  
nichtlinearer Regelungen

Mit 152 Abbildungen, 22 Tabellen und  
62 Beispielen

Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg New York 1982

**Dr.-Ing. GÜNTHER SCHMIDT**

**o. Professor, Lehrstuhl und Laboratorium  
für Steuerungs- und Regelungstechnik  
der Technischen Universität München**

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Schmidt, Günther:

Grundlagen der Regelungstechnik : math. Beschreibung, Verhalten, Stabilität, Entwurf / G. Schmidt.  
Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1982

**ISBN-13: 978-3-540-11068-2**

**e-ISBN-13: 978-3-642-96667-5**

**DOI: 10.1007/978-3-642-96667-5**

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funk-  
sendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der  
Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Ver-  
wertung, vorbehalten.

Die Vergütungsansprüche des § 54, Abs. 2 UrhG werden durch die »Verwertungsgesell-  
schaft Wort«, München, wahrgenommen.

© Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1982

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in  
diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme,  
daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als  
frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

2362/3020-543210

# Vorwort

Während des zurückliegenden Jahrzehnts wurde die Regelungstechnik als ingenieurwissenschaftliche Grundlagendisziplin in nahezu alle Studiengänge der Elektrotechnik, des Maschinenbaus und verwandter Gebiete der Technik und Naturwissenschaften aufgenommen. Diese positive Entwicklung ist nicht zuletzt darauf zurückzuführen, daß sich die auf das Erkennen funktioneller Wirkungsstrukturen und die Behandlung systemdynamischer Eigenschaften ausgerichtete regelungstechnische Betrachtungsweise in Theorie und Praxis vielfältig bewährt hat.

Während sich das äußere Erscheinungsbild regelungstechnischer Gerätesysteme von Anwendungsgebiet zu Anwendungsgebiet wesentlich unterscheiden kann und sich teilweise auch über die Jahre hinweg durch Einbeziehen neuer technologischer Entwicklungen erheblich veränderte, erwies sich die regelungstechnische Methodenlehre demgegenüber als weitgehend unabhängig. So hat zwar das stärkere Eindringen digitaler oder allgemeiner von Rechnertechniken in die Realisierung von Steuerungs- und Regelungssystemen bestimmte theoretische Anpassungen und Erweiterungen in der grundlegenden Theorie erfordert; bedingt durch die überwiegend der Klasse der kontinuierlichen und analogen Systeme zuzurechnenden regelungstechnisch zu beherrschenden Objekte und Prozesse dominiert jedoch auch weiterhin im Bereich der Grundlagen die kontinuierliche gegenüber der diskreten Betrachtungsweise.

In diesem Sinne versucht das vorliegende Buch systematisch in Prinzipien und methodische Grundlagen der Regelungstechnik einzuführen. Der Stoffumfang entspricht in etwa einer seit 10 Jahren an der Technischen Universität München für Studenten der Elektrotechnik und des Maschinenwesens im 5. Semester durchgeführten Einführungsvorlesung. Insgesamt trägt das Buch mehr den Charakter eines Lern- denn eines Lehrbuches, was nicht zuletzt unterstrichen wird durch das beispielhafte Vorgehen bei der Vermittlung bestimmter theoretischer Sachverhalte, durch die zahlreichen Abbildungen zur Veranschaulichung abstrakter Zusammenhänge und die vielfältig eingestreuten Zahlenbeispiele.

Ausgehend von phänomenologischen Betrachtungen über Steuerungen und Regelungen in Kapitel 1 werden in Kapitel 2 grundlegende Verfahren der mathematischen Systembeschreibung von Regelkreisgliedern und die verschiedenen Möglichkeiten ihrer Ausdeutung und Interpretation behandelt. Dabei wird versucht, Ingenieurstudenten der verschiedensten Fachrichtungen über das Mittel der Analogiebetrachtungen einen einheitlichen Zugang zur Frage der regelungstechnischen Modellbildung zu vermitteln.

Kapitel 3 legt dann die grundsätzlichen Eigenschaften der signalmäßigen Rückführungs- und Kreisstruktur dar. Aufbauend auf dieses Wissen werden das prinzipielle Verhalten linearer Regelkreise und die Prinzipien zur gerätetechnischen Verwirklichung analoger und digitaler Standardregler erläutert. Kapitel 4 ist der zentralen Frage der Stabilität linearer Regelungssysteme gewidmet und leitet damit zu Kapitel 5 über, das verschiedene Ansatzmöglichkeiten für den Regler- und Regelkreisentwurf behandelt. Kapitel 6 rundet schließlich mit grundlegenden Ausführungen über eine wichtige Klasse nichtlinearer Regelungssysteme die überwiegend auf zeitinvariante, lineare Systeme ausgerichteten Betrachtungen des Buches ab.

Es ist mir ein besonderes Anliegen, meinen Mitarbeitern, die bei der Abfassung des Textes gestalterisch und korrigierend mitwirkten, sehr herzlich für Ihre Unterstützung zu danken. Dieser Dank gilt insbesondere Herrn Dr. B. Wiegele, der eine erste Textformulierung vornahm, den Herren Dr. F. Freyberger und B. Bieker, die die Endkorrektur des Manuskriptes besorgten sowie den Damen Frau S. Breitwieser, R. Heinz und M. Bercea, die mit Sorgfalt und Einfühlungsvermögen die komplizierten Schreib- und Zeichenarbeiten durchführten. Gedankt sei aber auch den Mitarbeitern des Verlages für die gedeihliche Zusammenarbeit bei der Fertigstellung des Buches.

München, im Herbst 1981

G. Schmidt

# Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis wichtiger Formelzeichen und Abkürzungen .....	XII
Verzeichnis der Tabellen .....	XIV
1 Einführung .....	1
1.1 Was ist Regelungstechnik .....	1
1.2 Historische Entwicklung der Regelungstechnik .....	1
1.3 Systematik der Entwicklung regelungstechnischer System- beschreibungen .....	3
1.4 Elemente des Signalflußplanes .....	10
1.5 Grundsätzlicher Aufbau und Signalfluß von Steuerungen und Regelungen .....	10
1.5.1 Geschwindigkeitssteuerung .....	10
1.5.2 Geschwindigkeits- (bzw. Drehfrequenz-) regelung .	11
1.6 Begriffe der Steuerungs- und Regelungstechnik .....	17
1.6.1 Steuerung, Steuerkette .....	17
1.6.2 Regelung, einschleifiger Regelkreis .....	18
1.7 Weitere Gesichtspunkte beim Lösen technischer Regelungs- aufgaben .....	20
2 Mathematische Beschreibung von Regelkreisgliedern .....	23
2.1 Klassifizierung von Systemen .....	23
2.1.1 Einteilung von Systemen gemäß der Signalart .....	23
2.1.2 Einteilung kontinuierlicher Systeme gemäß ihrer mathematischen Beschreibung .....	25
2.2 Beschreibung von Systemen mit konzentrierten Parametern	29
2.3 Beschreibung von Systemen mit verteilten Parametern ....	34
2.4 Beschreibung von Systemen in und um einen Betriebspunkt	36
2.4.1 Beschreibung linearer dynamischer Übertragungs- glieder .....	36
2.4.2 Beschreibung nichtlinearer dynamischer Übertra- gungsglieder und Linearisierung .....	38

2.4.3	Linearisieren statischer Signalzusammenhänge ....	39
2.4.4	Systembeschreibung und Signalflußplan für das Kleinsignalverhalten .....	42
2.5	Modellbildung mit Hilfe physikalischer Analogien .....	44
2.5.1	Vorüberlegungen .....	44
2.5.2	Kenngrößen verallgemeinerter oder abstrakter Netz- werke .....	45
2.5.3	Kenngrößen elektrischer Systeme .....	47
2.5.4	Kenngrößen hydraulischer Systeme .....	47
2.5.5	Kenngrößen pneumatischer Systeme .....	50
2.5.6	Kenngrößen thermischer Systeme .....	51
2.5.7	Kenngrößen mechanisch-translatorischer Systeme ..	53
2.5.8	Kenngrößen mechanisch-rotatorischer Systeme .....	54
2.5.9	Kenngrößen bestimmter nicht-technischer Systeme .	55
2.5.10	Beispielhafte Entwicklung von Systembeschreibungen	58
2.6	Normieren der Systembeschreibung .....	64
2.7	Übertragungsverhalten linearer, zeitinvarianter Übertra- gungsglieder .....	65
2.7.1	Bestimmung der Systemantwort .....	66
2.7.2	Stabilität linearer Übertragungsglieder .....	72
2.7.3	Sinusantwort und Frequenzgangfunktion .....	73
2.8	Übertragungsfunktionen linearer Übertragungsglieder ....	79
2.8.1	Grundtatsachen der Laplace-Transformation .....	79
2.8.2	Übertragungsfunktion eines linearen Übertragungs- gliedes .....	85
2.8.3	Deutungen der Übertragungsfunktion .....	86
2.8.4	Grenzwertsätze der L-Transformation .....	91
2.8.5	Signalflußbildalgebra .....	92
2.9	Eigenschaften elementarer Übertragungsglieder .....	97
2.9.1	Proportionales Übertragungsglied, P-Glied .....	97
2.9.2	Integrierendes Übertragungsglied, I-Glied .....	97
2.9.3	Differenzierendes Übertragungsglied, D-Glied ....	100
2.9.4	Totzeitglied, $T_t$ -Glied .....	100
2.9.5	Verzögerungsglied 1. Ordnung, $PT_1$ -Glied .....	101
2.9.6	Verzögerungsglied 2. Ordnung, $PT_2$ -Glied .....	103
2.10	Eigenschaften zusammengesetzter Übertragungsglieder ....	110
2.11	Klassifizierung allgemeiner linearer Übertragungsglieder	113
2.11.1	Übertragungsglieder mit globalem P-, I-, D- und $T_t$ -Verhalten .....	113
2.11.2	Aufteilung eines Übertragungsgliedes in Phasen- minimum- und Allpaßglied .....	117
2.11.3	Reine Allpaßglieder .....	120

2.12	Bestimmen systemdynamischer Eigenschaften eines Übertragungsgliedes aus Kenntnis der Pol- und Nullstellen-Verteilung .....	121
2.12.1	Halbanalytisches Verfahren zur Bestimmung der Übergangsfunktion .....	121
2.12.2	Erkennen dominierender Systemeigenschaften .....	125
3	Das Verhalten linearer Regelkreise .....	134
3.1	Grundstruktur des einschleifigen Regelkreises .....	134
3.2	Grundsätzliche regelungstechnische Anforderungen an Regelkreise .....	135
3.3	Grundsätzliche Eigenschaften der Kreisstruktur .....	136
3.3.1	Signalzusammenhänge .....	136
3.3.2	Führungsübertragungsverhalten .....	138
3.3.3	Störübertragungsverhalten .....	148
3.3.4	Zusammenfassende Beurteilung der Eigenschaften der Kreisstruktur .....	148
3.4	Gesichtspunkte bei der Reglerauswahl für einschleifige Regelkreise .....	149
3.4.1	Allgemeine Zusammenhänge .....	149
3.4.2	Reglerauswahl im Hinblick auf gutes stationäres Regelkreisverhalten .....	151
3.4.3	Reglerauswahl im Hinblick auf gutes dynamisches Regelkreisverhalten .....	154
3.4.4	Zusammenfassende Bewertung der Ergebnisse .....	162
3.5	Typische lineare Regler .....	163
3.5.1	PID-Regler .....	164
3.5.2	Phasenhebende und -absenkende Reglertypen .....	165
3.5.3	Verwirklichung von Reglern mit analogen Mitteln .....	168
3.5.4	Verwirklichung von Reglern mit digitalen Mitteln (Rechnern) .....	173
4	Stabilität linearer Regelkreise .....	184
4.1	Stabilitätsdefinitionen .....	184
4.1.1	Asymptotische Stabilität .....	184
4.1.2	BIBO-Stabilität .....	185
4.1.3	Stabilitätsbetrachtungen anhand von Übertragungsfunktionen .....	186
4.2	Algebraisches Stabilitätskriterium nach (Routh-) Hurwitz .....	189
4.2.1	Formulierung des Kriteriums .....	189
4.2.2	Anwendung auf lineare Regelkreise .....	192



4.2.3	Beiwerte-Diagramm, Stabilitätskarte .....	194
4.2.4	Stabilitätsreserven .....	196
4.3	Wurzelortskurven (WOK)-Verfahren .....	198
4.3.1	Analytische Bestimmung von Wurzelorten .....	198
4.3.2	Halbanalytische Verfahren zur Bestimmung von Wurzelortskurven .....	200
4.3.3	Konstruktionshilfen für die Bestimmung von Wurzel- ortskurven .....	205
4.4	Frequenzgangverfahren zur Stabilitätsprüfung .....	211
4.4.1	Schwingbedingung in Regelkreisen .....	211
4.4.2	Verallgemeinerung der Schwingbedingung .....	213
4.4.3	Stabilitätsprüfung mit Hilfe der Linke-Hand-Regel	215
4.4.4	Nyquist-Stabilitäts-Kriterium in Ortskurvendarstel- lung .....	216
4.4.5	Modifiziertes Nyquist-Kriterium .....	219
4.4.6	Stabilität von Regelkreisen mit Totzeit .....	221
4.5	Frequenzlinien im Bode-Diagramm .....	227
4.5.1	Bode-Diagramm .....	227
4.5.2	Frequenzkennlinien elementarer Übertragungsglieder	228
4.5.3	Frequenzkennlinien zusammengesetzter Übertragungs- glieder .....	233
4.6	Auswertung des Nyquist-Kriteriums im Bode-Diagramm .....	237
4.6.1	Formulierung des Stabilitätskriteriums .....	237
4.6.2	Phasen- und Amplitudenrand .....	239
5	Entwurf des Regelkreisverhaltens .....	245
5.1	Vorbemerkungen .....	245
5.2	Anforderungen an den Regelkreisentwurf .....	245
5.3	Systematische Probiervverfahren zum Regelkreisentwurf ...	246
5.3.1	Entwurf mittels Frequenzkennlinien .....	246
5.3.2	Entwurf mit Hilfe von Wurzelortskurven in der p-Ebene .....	255
5.4	Entwurf durch Optimieren der Reglerparameter .....	260
5.5	Dimensionierung der Reglerparameter mit Hilfe von Ein- stellregeln .....	263
5.5.1	Einstellregeln nach Ziegler und Nichols .....	263
5.5.2	Reglerdimensionierung basierend auf Ersatzkenn- größen der Übergangsfunktion der Regelstrecke ...	265
5.5.3	Einstellregeln des Symmetrischen Optimums .....	266
5.6	Maßnahmen zur Verbesserung des Regelungsverhaltens und Erweiterungen der Regelungsstruktur .....	269

5.6.1	Störgrößen-Aufschaltung .....	270
5.6.2	Vorwärtssteuerung (Feedforward) .....	271
5.6.3	Hilfsregelgrößen-Aufschaltung .....	272
5.6.4	Verhältnisregelung .....	273
5.6.5	Kaskadenregelung .....	273
5.6.6	Zwei- und Mehrgrößenregelungen .....	274
5.6.7	Parameter/Struktur-adaptive Regelungen .....	275
6	Einfache nichtlineare Regelungen .....	277
6.1	Einführung und Abgrenzung .....	277
6.2	Analyse des Einschwingverhaltens eines nichtlinearen Regelkreises mittels Zeitbereichsmethoden .....	279
6.3	Die Harmonische Balance .....	284
6.3.1	Herleitung der Gleichung der Harmonischen Balance	284
6.3.2	Tiefpaßbedingung .....	287
6.3.3	Berechnung von Beschreibungsfunktionen .....	289
6.4	Analyse von Grenzwahlungen mit Hilfe der Beschreibungsfunktion .....	294
6.5	Stabilität von Grenzwahlungen .....	299
6.6	Nichtlineare Effekte im Zusammenhang mit der Instabilität linearer Regelkreise .....	302
	Literaturverzeichnis .....	305
	Sachverzeichnis .....	307

# Verzeichnis wichtiger Formelzeichen und Abkürzungen

$A(\omega) =  F(j\omega) $	Amplitudengang von $F(j\omega)$
$f\{.\}$	Funktionalbeziehung
$f(.)$	Funktion
$F(p)$	Übertragungsfunktion
$F_1 F_2 F_3(p)$	abgekürzte Schreibweise für $F_1(p) \cdot F_2(p) \cdot F_3(p)$
$F(j\omega)$	Frequenzgangfunktion
$F_1 F_2 F_3(j\omega)$	abgekürzte Schreibweise für $F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega) \cdot F_3(j\omega)$
$\underline{F}, p, \lambda$	komplexe F-, p- oder $\lambda$ -Ebene
Im	Imaginärteil
$j = \sqrt{-1}$	imaginäre Einheit
L-	kennzeichnet die Laplace-Transformation
$n(.)$	nichtlineare statische Funktion
$N(.)$	Beschreibungsfunktion
$p = \sigma + j\omega$	komplexe Variable der L-Transformation
$p_i$	Polstelle i
$p_i =  p_i  \cdot e^{j \cdot \text{arc } p_i}$	Zeiger $p_i$ in polarer Darstellung
$q_j$	Nullstelle j
Re	Realteil
$x(t_v) = x_v$	Wert von $x(t)$ zum Zeitpunkt $t_v$
$\{x_v\}$	zeitdiskrete Folge der Signalwerte $x_v$
$\underline{x}$	(Spalten-)Vektor mit Elementen $x_i$ , $i=1,2,\dots,n$
$\underline{x}^T = [x_1, \dots, x_n]$	transponierter Spaltenvektor=Zeilenvektor

### XIII

$\dot{x} = dx/dt$	erste zeitliche Ableitung von $x(t)$
$\overset{(n)}{x} = d^n x/dt^n$	n-te zeitliche Ableitung von $x(t)$
$\varphi(\omega) = \angle F(j\omega) = \text{arc } F(j\omega)$	Phasengang von $F(j\omega)$
$\lambda_i$	Eigenwert $i$
$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$	Kreisfrequenz
$\dots \stackrel{?}{=} \dots$	Prüfung auf Gleichheit, lies: Ist...gleich...?
$\dots := \dots$	Ergibt-Zeichen in Algorithmen

# Verzeichnis der Tabellen

Tabelle 1.1:	Funktionalbeziehungen zur Beschreibung des Systems Seilwinde .....	8
Tabelle 1.2:	Elemente des Signalflußplanes und ihre Bedeutung..	9
Tabelle 1.3:	Teilprobleme bei der Lösung einer technischen Re- gelaufgabe .....	22
Tabelle 2.1:	Übersicht über Kenngrößen verallgemeinerter Netz- werke .....	56
Tabelle 2.2:	Bezeichnung von Testsignalen und zugehörigen Systemantworten .....	67
Tabelle 2.3:	Testsignale und Systemantworten für das Übertra- gungsglied $T\dot{x}_a + x_a = Kx_e$ .....	68
Tabelle 2.4:	Funktionenpaare der Laplace-Transformation .....	82
Tabelle 2.5:	Rechenregeln der Laplace-Transformation .....	84
Tabelle 2.6:	Übersicht über einfache lineare Übertragungsglieder	98
Tabelle 2.7:	Beschreibung von Allpässen .....	120
Tabelle 3.1:	Stationäres Verhalten eines Regelkreises mit Ein- heitsrückführung .....	153
Tabelle 3.2:	Regelkreisverhalten für $PT_1$ -Strecke mit P-Regler..	156
Tabelle 3.3:	Regelkreisverhalten für $PT_1$ -Strecke mit PI-Regler ( $K_P/K_I = T$ ) .....	159
Tabelle 3.4:	Regelkreisverhalten für $PT_2$ -Strecke und verschie- dene Regler .....	161
Tabelle 3.5:	Regelkreisverhalten für $IT_1$ -Strecke und verschie- dene Regler .....	162
Tabelle 3.6:	Wertetabelle zum PID-Stellungs- und Geschwindig- keitsalgorithmus .....	183
Tabelle 4.1:	Hilfsregeln zur Konstruktion von Wurzelortskurven.	206

Tabelle 5.1:	Einstellregeln nach Ziegler-Nichols .....	264
Tabelle 5.2:	Einstellregeln basierend auf Ersatzkenngrößen der Strecken-Übergangsfunktion .....	266
Tabelle 5.3:	Einstellregeln zum Symmetrischen Optimum .....	268
Tabelle 6.1:	Beschrøibungsfunktionen nichtlinearer statischer Übertragungsglieder .....	293
Tabelle 6.2:	Vergleich der Kennwerte von Grenzschwingungen ....	297